

# *Булева алгебра.*

Подготовили: Рсалиева К , Алимжанов А 114ОМФ

Проверил: Адалбек Алибек

Караганда 2009

# План:

- ✓ Булева алгебра и логические схемы ЭВМ
- ✓ Этапы построения логической схемы
- ✓ Алгоритм составления СДНФ
- ✓ Основные законы булевой алгебры
- ✓ Логические основы ЭВМ.
- ✓ Алгебра Дж. Буля и ее применение в теории и практике информатики
- ✓ Процессоры
- ✓ Заключение

# Булева алгебра и логические схемы ЭВМ

- Алгебра логики, созданная в середине 18 века англичанином Дж. Булем (булева алгебра) оперирует с логическими переменными. Основопологающим законом алгебры логики является закон исключения третьего, согласно которому логические переменные, в отличие от переменных обычной алгебры, могут принимать только два значения. Переменные обычно обозначаются, как и двоичные цифры, символами 0 и 1. Операции над переменными записываются с помощью логических операций.
- В электронных схемах операции выполняются с помощью логических элементов. При этом логические сигналы 0 и 1 задаются разными уровнями напряжения. Для изображения логических схем всегда используются условные графические обозначения элементов, описывающие только выполняемую элементами функцию и не зависящие от его схемы.

# Таблица истинности

X	у	$X * y$	$X + y$	$X y$
0	0	0	0	1
0	1	0	1	1
1	0	0	1	0
1	1	1	1	0
		a	b	c

## Этапы построения логической схемы:

- составляется таблица истинности;
- по таблице истинности строится логическая функция с помощью СДНФ (совершенной дизъюнктивной нормальной формы);
- по возможности полученная формула минимизируется;
- если заданы базисные элементы, то с помощью законов Моргана приводится к заданному базису.

## Алгоритм составления СДНФ:

- выделяем в таблице истинные строки, в которых функция принимает единственные значения;
- для каждой выделенной строки составляются конъюнкции всех входных переменных; если переменные принимают нулевое значение, сделать их отрицание;
- записывается попарная дизъюнкция всех полученных конъюнкций.
- Основные соотношения (теоремы) булевой алгебры можно сформулировать в виде следующих законов (табл. 2):

# Основные законы булевой алгебры

Таблица 2

1.	$\{0\}' = \{1\}$ ; $x+0=x$ ; $x*1=x$ ; $x+1=1$ ; $x*0=0$	-/-/-/-/-/-/-/-/-/-
2.	$x+x=x$ ; $x*x=x$	Идемпотентности
3.	$(x')' = x$	Двойного отрицания
4.	$x+y=y+x$ ; $x*y=y*x$	Коммутативности
5.	$x+x*y=x$ ; $x*(x+y)=x$ ; $x+x'*y=x+y$ ; $x*(x'+y)=x*y$	Поглощения
6.	$(x+y)' = x'*y'$ ; $(x*y)' = x'+y'$	Моргана
7.	$(x+y)+z=x+(y+z)=x+y+z$ ; $(x*y)*z=x*(y*z)=x*y*z$	Ассоциативности
8.	$x+y*z=(x+y)*(x+z)$ ; $x*(y+z)=x*y+x*z$	Дистрибутивности

# Логические основы ЭВМ.

## Элемент И (AND).

- Электронный логический элемент, на выходе которого появляется сигнал логической 1, соответствующий значению "истина" только тогда, когда на все его входы (два или более) поданы сигналы логической единицы; в противном случае на выходе этого элемента будет логический 0, соответствующий значению "ложь".
- Условное обозначение и таблица истинности элемента "И" с двумя выходами.

	A <sub>2</sub>	0	1	0	1
Выход	B	0	0	0	1

## Элемент ИЛИ (OR gate).

Электронный логический вентиль, на выходе которого логический 0 (значение "ложь") появляется только тогда, когда на все его выходы (два и более) поданы сигналы логического 0; во всех остальных случаях на выходе появляется логическая 1 (значение "истина"). Этот вентиль реализует логическую операцию ИЛИ и имеет аналогичную с ней таблицу истинности.

	A <sub>2</sub>	0	1	0	1
Выход	B	0	1	1	1

## Элемент НЕ-И (штрих Шеффера).

Электронная логическая схема, в которой выходной сигнал имеет уровень логической 0 (ложь) только тогда, когда на всех ее входах действуют сигналы логической 1. Во всех других случаях на его выходе появляется логическая 1.

	A <sub>2</sub>	0	1	0	1
Выход	B	1	1	1	0

Вентиль НЕ-И эквивалентен И с инвертированным выходом.

## Элемент ИЛИ-НЕ (стрелка Пирса).

Электронная логическая схема, на выходе у которой появляется логическая 1 только тогда, когда на все ее входы поданы сигналы логического 0, а в любых других случаях на выходе схемы действует уровень логического 0.

	A <sub>2</sub>	0	1	0	1
Выход	B	1	0	0	0

Практически любые схемы могут быть построены на одних только элементах ИЛИ-НЕ.

## Элемент НЕ (NOT gate).

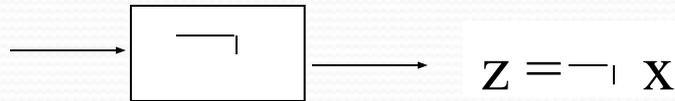
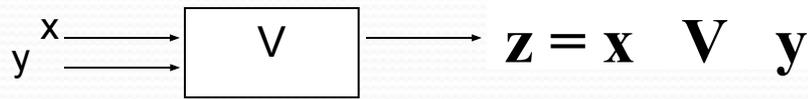
Электронный логический вентиль, инвертирующий входной сигнал, т.е. преобразующий логический 0 в логическую 1 и наоборот.

Выход В	И	Л
---------	---	---

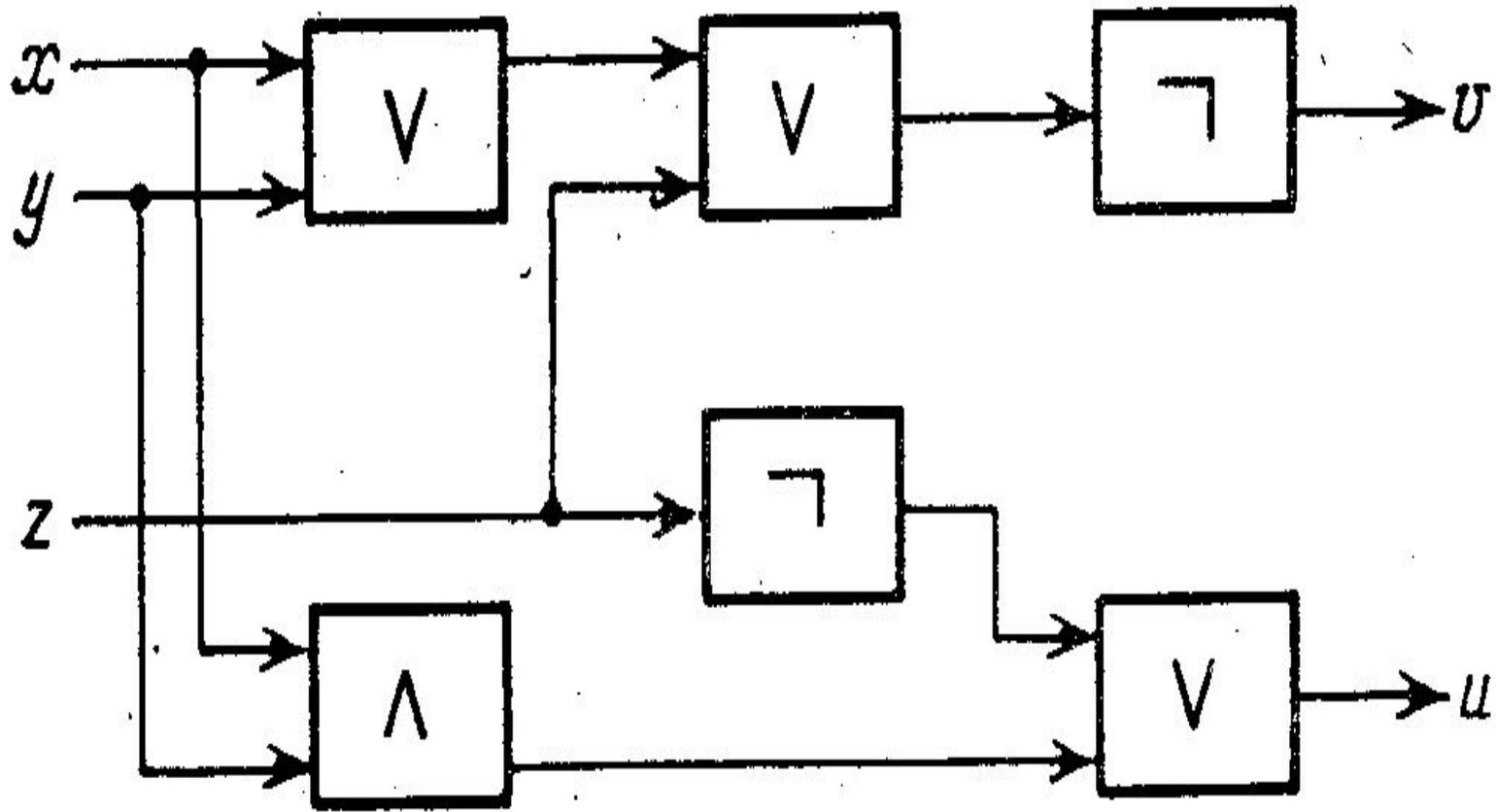
# Алгебра Дж. Буля и ее применение в теории и практике информатики

- Информация, с которой имеют дело различного рода автоматизированные информационные системы, обычно называется *данными*, а сами такие системы — *автоматизированными системами обработки данных (АСОД)*. Различают *исходные (входные), промежуточные и выходные данные*.
- Данные разбиваются на отдельные составляющие, называемые *элементарными данными* или *элементами данных*. Употребляются элементы данных различных типов. *Тип данных* (элементарных) зависит от значений, которые эти данные могут принимать.
- В современной безбумажной информатике среди различных типов элементарных данных наиболее употребительными являются *целые и вещественные числа, слова* (в некотором подалфавите байтового алфавита) и так называемые *булевы величины*. Первые два типа величин нуждаются в пояснении только в связи с конкретными особенностями их представления в современных ЭВМ.
- Прежде всего различают двоичное и двоично-десятичное представления чисел. В *двоичном* представлении используется *двоичная система счисления* с фиксированным числом двоичных разрядов (чаще всего 32 или, для малых ЭВМ, 16 разрядов, включая разряд для представления знака числа). Если нулем обозначать плюс, а единицей — минус, то 00001010 означает целое число  $+(2^3+2^1)=+10$ , а 1000100 — число —  $(2^3 + 2^2) = -12$  (для простоты взято 8-разрядное представление). Заметим, что знак числа в машинном представлении часто оказывается удобным ставить не в начале, а в конце числа.

- Поскольку любая алфавитная (буквенно-цифровая) информация может быть закодирована в двоичной форме, то подобным образом могут быть закодированы условия и решения задач из любой области знаний. Если число таких задач конечно (хотя, может быть, и очень велико), то существуют максимальная длина  $m$  кода условий этих задач и максимальная длина  $n$  кода их решений. В таком случае решения всех данных задач (в двоичном коде) могут быть получены из их условий с помощью некоторой системы булевых функций  $y_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_m)$  ( $i = 1, \dots, n$ ). В свою очередь все эти функции могут быть выражены через элементарные булевы операции конъюнкции, дизъюнкции и отрицания.
- Существуют различные способы представления булевых величин (двоичных цифр) в виде тех или иных физических (обычно электрических) сигналов (высокое и низкое напряжение, импульсы тока разной полярности и т. п.).
- Выбрав форму представления (двоичных) сигналов, можно построить элементарные устройства, называемые обычно *логическими вентилями* (или *логическими элементами*), которые реализуют элементарные булевы операции. Иными словами, выходные
- сигналы этих устройств представляют собой элементарные булевы функции (результат выполнения элементарных булевых операций) от входных сигналов, как это показано на рис. 1.



- схемы, подсоединяя выходы одних элементов к входам других. Если при таких соединениях избегать возникновения замкнутых контуров (например, подсоединения выхода элемента на один из его собственных входов), то возникает класс схем, называемых обычно *комбинационными схемами*. Такие схемы находятся в однозначном соответствии с формулами булевой алгебры, так что с их помощью может быть выражена любая система булевых функций. Например, схема, изображенная на рис. 2, реализует систему булевых функций
- $u = x \wedge y \vee \neg z$  и  $v = \neg(x \vee y \vee z)$ .
- На практике построение комбинационных схем усложняется, поскольку сигналы при прохождении через вентили ослабляются, искажают свою первоначальную форму, запаздывают. Поэтому необходимо наряду с логическими элементами включать в схему различного рода *согласующие элементы* (усилители, формирователи сигналов и др.). Задача этих элементов—сделать схему работоспособной и надежной.



# Процессоры

- *Процессором* называется устройство, способное выполнять некоторый заданный набор операций над данными в структурированной памяти и вырабатывать значение заданного набора логических условий над этими данными.
- Стандартная схема процессора состоит из двух устройств, называемых обычно *арифметико-логическим устройством (АЛУ)* и *устройством управления (УУ)*. В схему АЛУ включается структурированная память, состоящая, как правило, из регистров, к которым может добавляться один или несколько стеков. С помощью специальных комбинационных схем в структурированной памяти может осуществляться тот или иной набор преобразований.
- Как уже отмечалось выше, преобразования (операции), задаваемые комбинационными схемами, на сегодняшнем этапе развития микроэлектроники предпочитают делать достаточно простыми. Поэтому операции, выполняемые АЛУ за один такт синхронизирующего генератора, называются *микрооперациями*, а соответствующий их выполнению такт — *микротактом*. Выбор той или иной микрооперации осуществляется путем подачи кода этой микрооперации на специальный управляющий вход АЛУ.

# Заключение

Булеву алгебру образуют все подмножества некоторого множества. То, что они образуют решетчатую структуру, очевидно. Нетрудно доказать и выполнение дистрибутивности. Нулевым элементом является пустое множество, а единичным — все основное множество. Для каждого подмножества существует дополнительный элемент — дополнение к множеству в теоретико-множественном смысле. Булевы алгебры находят применение главным образом в теории множеств, в математической логике, в теории вероятностей и в функциональном анализе.

Спасибо за внимание!