



* СРС

**Тема: «Множественные сравнения.
Сравнение двух групп: критерий
Стьюдента»**

Кафедра: Общественного здравоохранения;
Дисциплина: Биостатистика;
Проверила: Базарбек Женисбек Базарбекулы;
Выполнила: Булатова Екатерина; группа 201
СТОМ.

«Семей-2017»

* План:

1. Множественные сравнения;
2. t -критерий Стьюдента;
3. История;
4. Применение t -критерия Стьюдента
5. Примеры;
6. Список использованной литературы.

* Множественные сравнения

* Методы множественного сравнения

- * Множественные сравнения возникают, когда необходимо на одной и той же выборке параллельно проверить ряд статистических гипотез.
- * Например, критерий Стьюдента может быть использован для проверки гипотезы о различии средних только для двух групп. Если план исследования большего числа групп, совершенно недопустимо просто сравнивать их попарно. Для корректного решения этой задачи можно воспользоваться, например, дисперсионным анализом.
- * Однако дисперсионный анализ позволяет проверить лишь гипотезу о равенстве всех сравниваемых средних. Но, если гипотеза не подтверждается, нельзя узнать, какая именно группа отличалась от других. Это позволяют сделать **методы множественного сравнения**, которые в свою очередь также бывают параметрические и непараметрические.
- * Эти методы дают возможность провести множественные сравнения так, чтобы вероятность хотя бы одного неверного заключения оставалась на первоначальном выбранном уровне значимости, например, 5%.

* t-критерий Стьюдента

- * общее название для класса методов статистической проверки гипотез
- * (статистических критериев), основанных на распределении Стьюдента. Наиболее частые случаи применения t-критерия связаны с проверкой равенства средних значений в двух выборках.
- * t-статистика строится обычно по следующему общему принципу: в числителе случайная величина с нулевым математическим ожиданием (при выполнении нулевой гипотезы), а в знаменателе — выборочное стандартное отклонение этой случайной величины, получаемое как квадратный корень из несмещенной оценки дисперсии.

* КРИТЕРИЙ СТЬЮДЕНТА

- Критерий Стьюдента применяется, если нужно сравнить *только две группы* количественных признаков с нормальным распределением (частный случай дисперсионного анализа).
- **Примечание:** этим критерием *нельзя пользоваться*, сравнивая попарно несколько групп, в этом случае необходимо применять дисперсионный анализ.

Ошибочное использование критерия Стьюдента увеличивает вероятность «выявить» несуществующие различия. Например, вместо того, чтобы признать несколько методов лечения равно эффективными (или неэффективными), один из них объявляют лучшим.

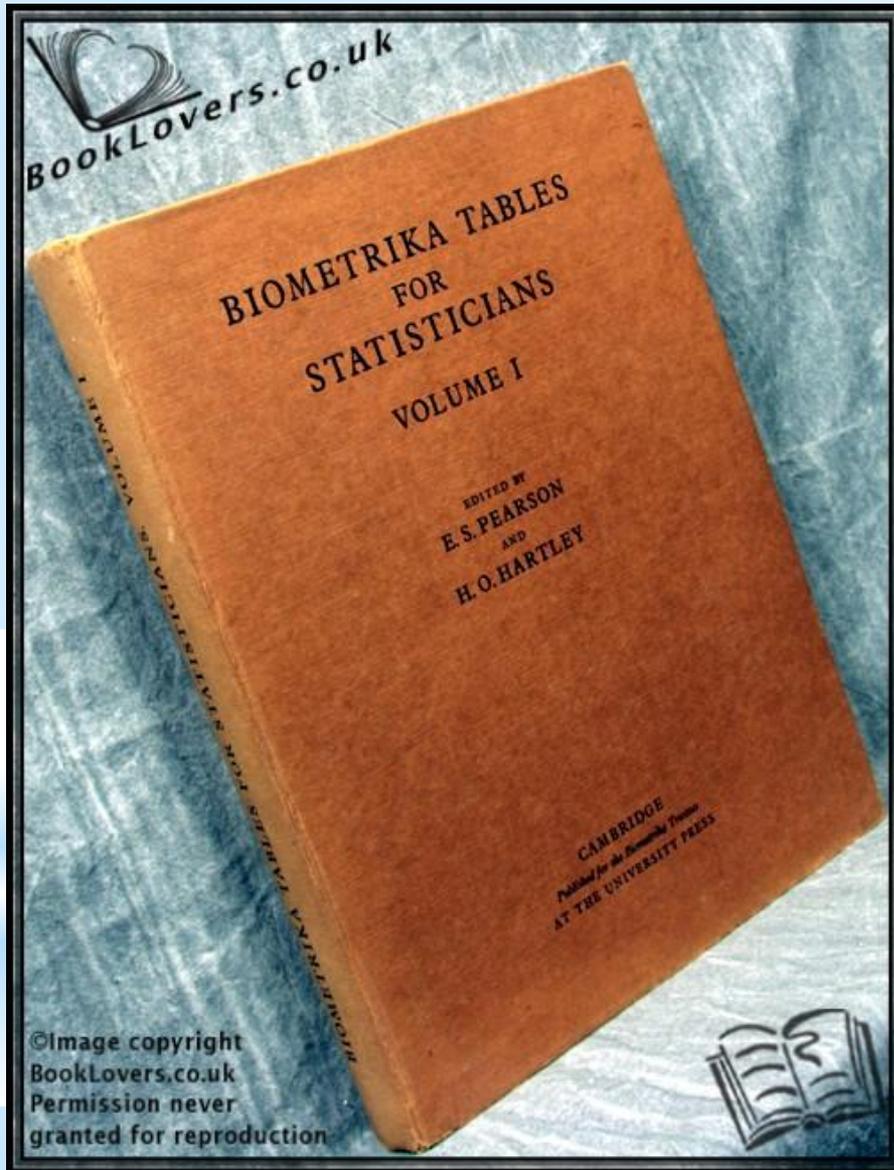
* Данный критерий был разработан Уильямом Госсетом для оценки качества пива в компании Гиннесс.



* История



*История



В связи с обязательствами перед компанией по неразглашению коммерческой тайны (руководство Гиннеса считало таковой использование статистического аппарата в своей работе), статья Госсета вышла в 1908 году в журнале «Биометрика» под псевдонимом «Student» (Студент).

* Применение критерия

- * При использовании критерия можно выделить два случая. В первом случае его применяют для проверки гипотезы о равенстве генеральных средних двух независимых, несвязанных выборок (так называемый двухвыборочный t -критерий). В этом случае есть контрольная группа и экспериментальная (опытная) группа, количество испытуемых в группах может быть различно.
- * Во втором случае, когда одна и та же группа объектов порождает числовой материал для проверки гипотез о средних, используется так называемый парный t -критерий. Выборки при этом называют зависимыми, связанными.
- * Критерий позволяет найти вероятность того, что оба средних значения в выборке относятся к одной и той же совокупности. Данный критерий наиболее часто используется для проверки гипотезы: «Средние двух выборок относятся к одной и той же совокупности».

* Правила применения критерия Стьюдента:

- Критерий Стьюдента может быть использован для проверки гипотезы о различии средних **только для двух групп**;
- Если число групп **больше двух**, необходимо **применять дисперсионный анализ**;
- Если критерий Стьюдента был использован для проверки различий **между несколькими группами**, то **истинный уровень значимости можно получить, умножив полученный уровень значимости на число возможных сравнений** (для корректности применения нужно использовать поправку Бонферрони).

* Поправка Бонферрони:

Если число сравниваемых групп больше 2-х, можно применить поправку Бонферрони, то есть взять за критический уровень значимости различий $p=0.05/\text{число сравнений}$.

Например, при сравнении 3-х групп, число сравнений равно 3, то есть $p=0.05/3=0.018$.

Если число попарных сравнений велико (при пяти группах их уже 10), то получаем слишком жесткое требование для уровня значимости: можно не найти различий там, где они есть.

Лучше применить дисперсионный анализ.

*Случай независимых выборок

Статистика критерия для случая несвязанных,

независимых выборок равна:

$$t_{\text{эмп}} = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sigma_{x-y}} \quad (1)$$

где \bar{x} \bar{y} — средние арифметические в экспериментальной и контрольной группах,

σ_{x-y} - стандартная ошибка разности средних арифметических.

Находится из формулы:

$$\sigma_{x-y} = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2 + \sum(y_i - \bar{y})^2}{n_1 + n_2 - 2} \cdot \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}, \quad (2)$$

где n_1 и n_2 соответственно величины первой и второй выборки.

*Случай независимых выборок

Если $n_1=n_2$, то стандартная ошибка разности средних

арифметических будет считаться по формуле:

$$\sigma_{x-y} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 + \sum (y_i - \bar{y})^2}{(n-1) \cdot 2}} \quad (3)$$

где n величина выборки.

Подсчет **числа степеней свободы** осуществляется по формуле:

$$k = n_1 + n_2 - 2. \quad (4)$$

При численном равенстве выборок $k = 2n - 2$.

*Случай независимых выборок

Далее необходимо сравнить полученное значение $t_{\text{эмп}}$ с теоретическим значением t —распределения Стьюдента.

Если $t_{\text{эмп}} < t_{\text{крит}}$, то гипотеза H_0 принимается,

в противном случае нулевая гипотеза отвергается и принимается альтернативная гипотеза.

Случай связанных (парных) выборок

В случае связанных выборок с равным числом измерений в каждой можно использовать более простую формулу t-критерия Стьюдента.

Вычисление значения t осуществляется по формуле:

$$t_{\text{эмп}} = \frac{\bar{d}}{Sd} \quad (5)$$

где $d_i = x_i - y_i$ — разности между соответствующими

значениями переменной X и переменной Y, а d - среднее этих разностей;

*Случай связанных (парных) выборок

Sd вычисляется по следующей формуле:

$$Sd = \sqrt{\frac{\sum d_i^2 - \frac{(\sum d_i)^2}{n}}{n \cdot (n-1)}} \quad (6)$$

Число степеней свободы k определяется по формуле $k=n-1$.

Рассмотрим пример использования t-критерия Стьюдента для связанных и, очевидно, равных по численности выборок.

Если $t_{\text{эмп}} \leq t_{\text{крит}}$, то нулевая гипотеза принимается, в противном случае принимается альтернативная.

*Непараметрические аналоги:

Аналогом двухвыборочного критерия для независимых выборок является:

U-критерий
Манна – Уитни

Для ситуации с
зависимыми выборками
аналогами являются:

критерий знаков

и

T-критерий
Вилкоксона

* Пример критерия Стьюдента

- Пусть есть две группы независимых наблюдений. Признаки – количественные с нормальным распределением (среднее пульсовое давление);
- **Среднее** в первой группе равно **64**, среднее во второй группе равно **55**;
- В первой и во второй группах по **15** пациентов;
Стандартные ошибки среднего в первой группе **3.6**, во второй группе **1.8**;
- Определить статистическую значимость различия между группами.

* Вычисление результата:

* Вычисляем по формуле Стьюдента:

$$* t = \frac{(64-55)}{\sqrt{3.62 + 1.82}} = 2.26$$

$$* v = n_1 + n_2 - 2 = 28$$

* По таблице Стьюдента для критических значений находим, что для уровня значимости $P = 0.05$ и степени свободы 28, критическое значение $t = 2.05$.

* $2.26 > 2.05$ - верное неравенство.

* Следовательно, существует статистически значимое различие в группах с уровнем значимости 0.05.

* Парный критерий Стьюдента

- Парный критерий Стьюдента применяется, если нужно сравнить связанные (зависимые) группы по количественному признаку с нормальным распределением;
- Например, изменение веса пациентов после проведенного лечения. То есть единицы наблюдения (больные) одни и те же, показатель - в динамике.

* Алгоритм парного критерия Стьюдента:

- Вычисляется величина изменения (d) каждого больного.
- Вычисляется среднее этих изменений Md и его стандартная ошибка m .
- Вычисляется значение критерия Стьюдента: $t = Md/m$
- Полученное значение сравнивается с критическим для числа степеней свободы $v=n-1$.
- Если обычный критерий Стьюдента требует нормального распределения самих данных, то парный критерий Стьюдента требует нормального распределения их изменений.

* Список использованной литературы;

- * http://www.tsput.ru/res/math/mop/lections/lecture_6.htm#Тoc72829037
- * <https://ru.wikipedia.org/wiki/>
- * Койчубеков Б.К. «Биостатистика», 2014г.