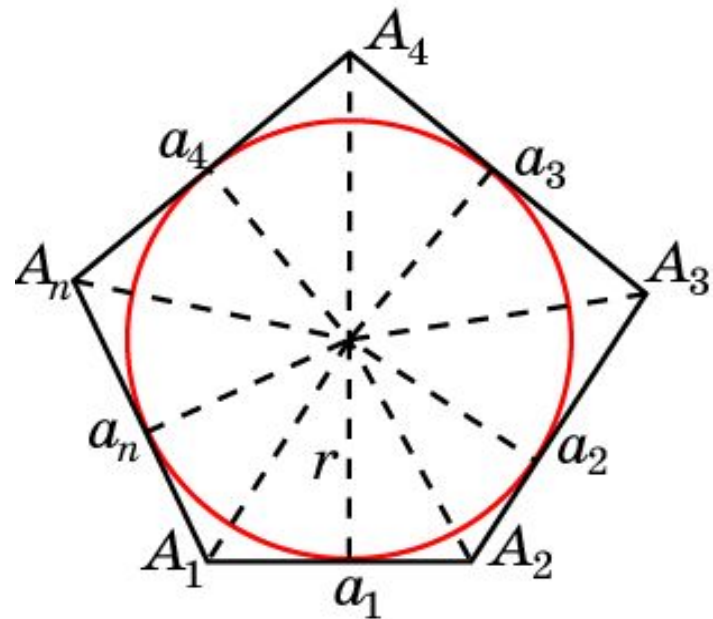


Площадь многоугольника

Площадь произвольного многоугольника можно находить, разбивая его на треугольники. При этом площадь многоугольника будет равна сумме площадей этих треугольников.

Теорема. Площадь многоугольника, описанного около окружности, равна половине произведения его периметра на радиус вписанной окружности.



Следствие. Площадь правильного n -угольника выражается формулой
$$S = \frac{1}{2} n \cdot a \cdot r,$$

где a — сторона n -угольника, r — радиус вписанной окружности.

Пример

Найдите площадь правильного шестиугольника, описанного около окружности, радиуса 1 см.

Ответ: $2\sqrt{3}$ см².

Упражнение 1

Около окружности, радиуса 2 см, описан многоугольник, периметра 4 см. Найдите его площадь.

Ответ: 4 см^2 .

Упражнение 2

Площадь многоугольника, описанного около окружности радиуса 3 см, равна 6 см^2 . Найдите периметр многоугольника.

Ответ: 4 см.

Упражнение 3

Периметр четырехугольника равен 100 м. Может ли его площадь быть меньше одного квадратного метра, если этот четырехугольник: а) параллелограмм; б) прямоугольник; в) ромб; г) квадрат; д) трапеция?

Ответ: а) Да;
б) да;
в) да;
г) нет;
д) да.

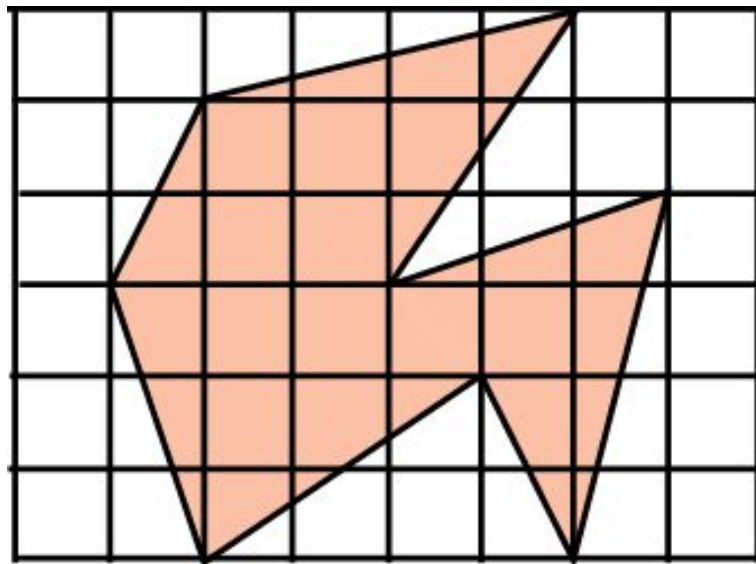
Упражнение 4

Диагонали четырехугольника перпендикулярны и равны 4 см и 5 см. Найдите площадь этого четырехугольника.

Ответ: 10 см^2 .

Упражнение 5

На рисунке изображены сетка, состоящая из квадратов со сторонами 1, и многоугольник с вершинами в вершинах сетки. Вычислите площадь многоугольника.



Ответ: 20.

Упражнение 6

Около окружности описан четырехугольник. Найдите площадь четырехугольника, если две его противоположные стороны равны a и b , радиус окружности равен R .

Ответ: $(a + b)R$.

Упражнение 7

Внутри выпуклого четырехугольника, площади S , взята точка. Найдите площадь четырехугольника, вершинами которого являются точки, симметричные выбранной точке относительно середин сторон данного четырехугольника.

Ответ: $2S$.

Упражнение 8

Квадрат со стороной a повернут вокруг центра симметрии на угол 45° . Найдите площадь фигуры, которая является общей частью (пересечением) квадратов.

Ответ: $2a^2(\sqrt{2} - 1)$.

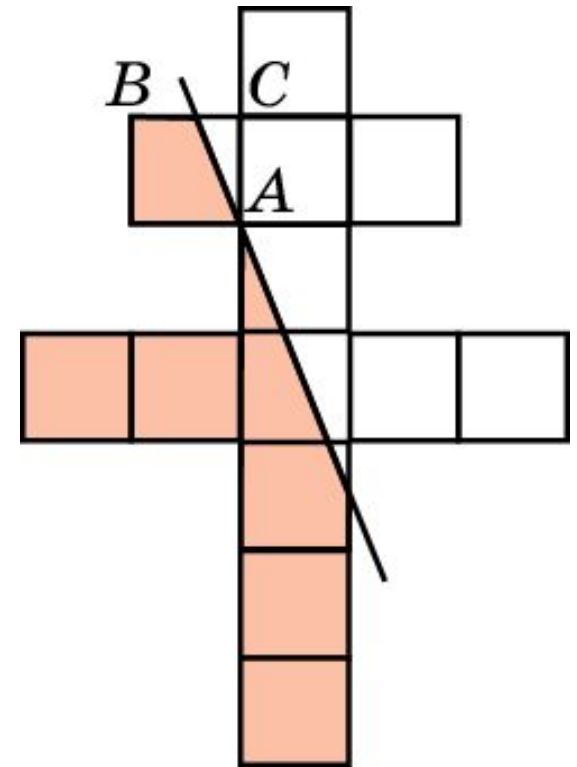
Упражнение 9

Каждая диагональ выпуклого пятиугольника отсекает от него треугольник, площадь которого равна 1. Найдите площадь пятиугольника.

Ответ: $\frac{5 + \sqrt{5}}{2}$.

Упражнение 10

На рисунке изображен лотарингский крест, служивший эмблемой "Свободной Франции" (организации, которую в годы Второй мировой войны возглавлял генерал де Голль). Он составлен из тринадцати единичных квадратов. В каком отношении делит отрезок BC прямая, проходящая через точку A и делящая площадь лотарингского креста на две равные части?



Ответ: В золотом отношении.