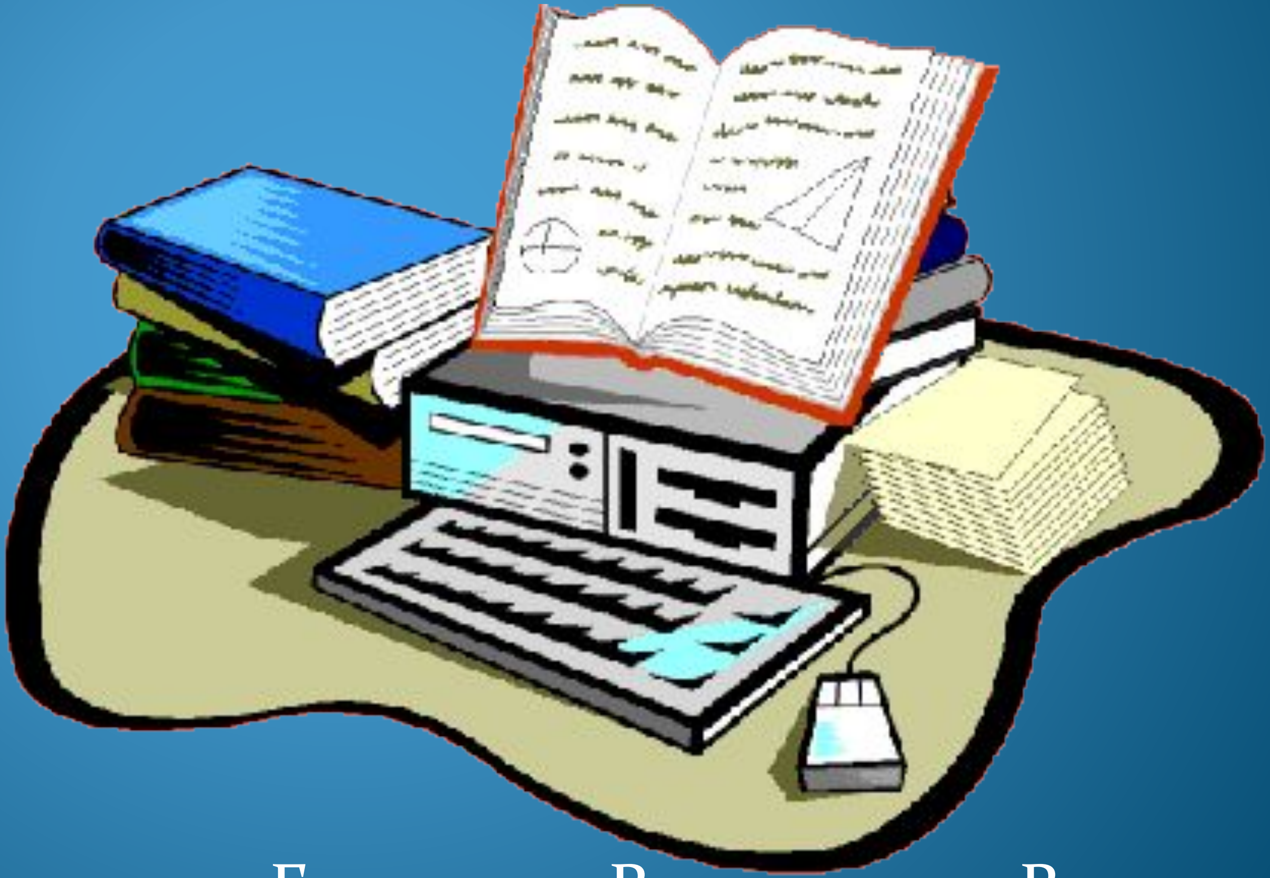
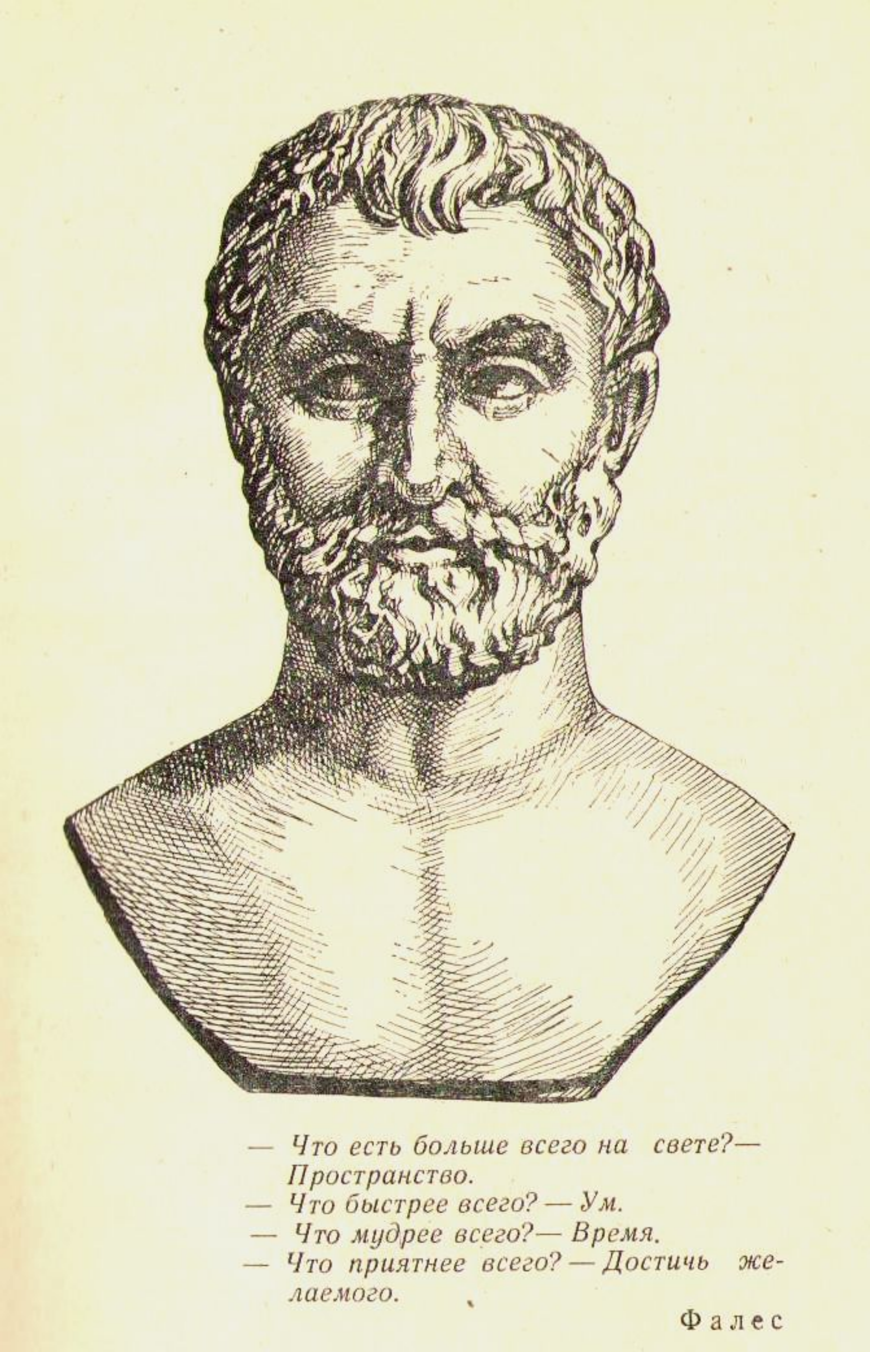
ГЕОМЕТРИЯ. ТРЕУГОЛЬНИКИ



Гончарова Владислава 7В шк.270



Историческая справка

Первым, кто начал получать новые геометрические факты при помощи рассуждений (доказательств), был древнегреческий математик Фалес(6 в. до н. э) уроженец греческого торгового города Милета (Малая Азия берег Эгейского моря). Ему принадлежат открытие следующих теорем:

1. Вертикальные углы равны.
2. В равнобедренном треугольнике углы при основании равны.
3. Угол, вписанный в полуокружность, прямой.
4. Теорема о равенстве двух треугольников по стороне и двум прилежащим к ней углам.

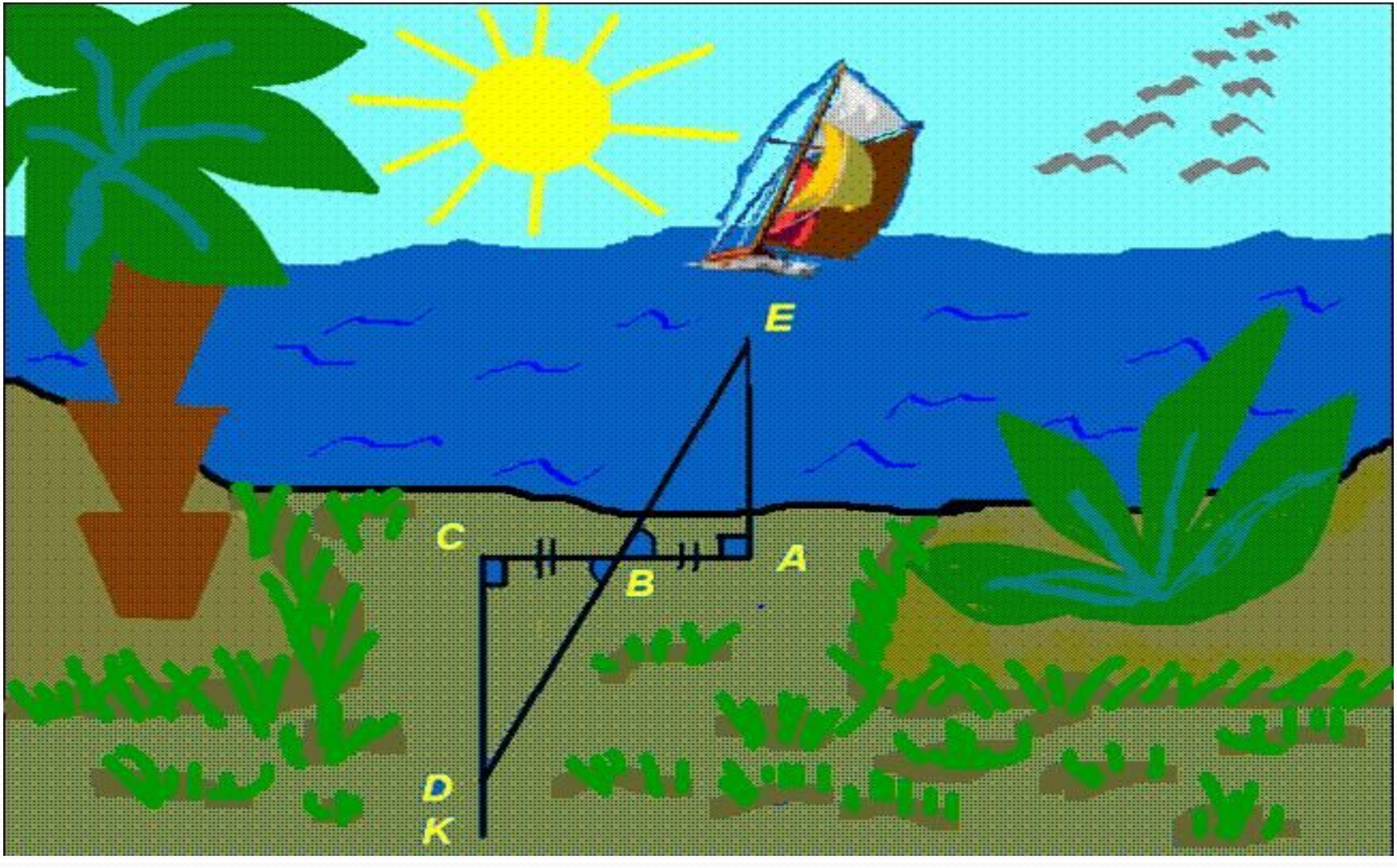
Фалес был купцом. Он хорошо зарабатывал, торгуя оливковым маслом. Много путешествовал: посетил Египет, Среднюю Азию, Халдею.

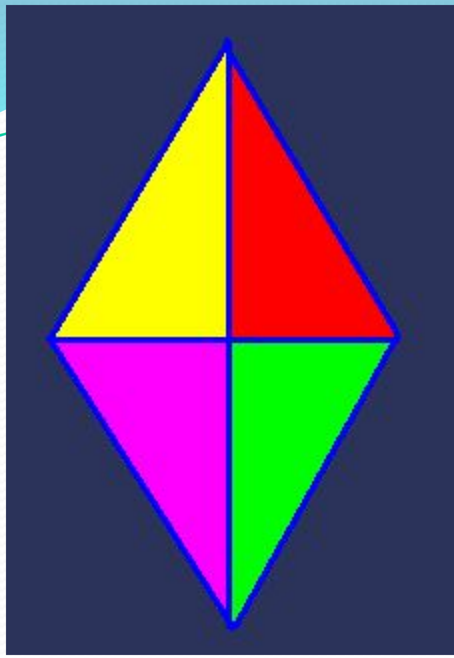
Познакомился с египетской и вавилонской школами математики и астрономии.

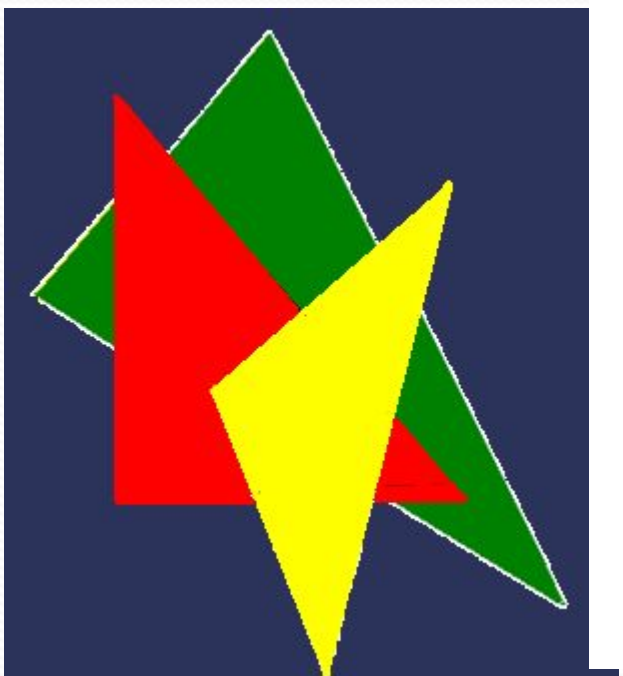
Возвратившись на Родину, Фалес отошел от торговли и посвятил свою жизнь занятиям наукой. Научная деятельность Фалеса была тесно связана с практикой.

Моракам он советовал ориентироваться по Малой медведице, заметив, что Полярная звезда находится под одним и тем же углом над

Последней теореме Фалес нашел важное практическое применение: в гавани Милета был построен дальномер, определяющий расстояние до корабля в море. Он представлял собой три вбитых колышка А, В, С (АВ=ВС) и прямую СК. При появлении корабля на прямой СК находили точку Д такую, чтобы точки Д, В, Е оказались на одной прямой. Как ясно из чертежа, расстояние на земле СД и является расстоянием до корабля АЕ по воде







Треугольник

- Треугольник - простейшая плоская фигура. Три вершины и три стороны. Изучение треугольника породило науку – тригонометрию. Эта наука возникла из практических потребностей при измерении земельных участков, составлении карт на местности, конструировании машин и механизмов.

Элементы треугольника

А, В, С-вершины

Отрезки АС, АВ, ВС- стороны

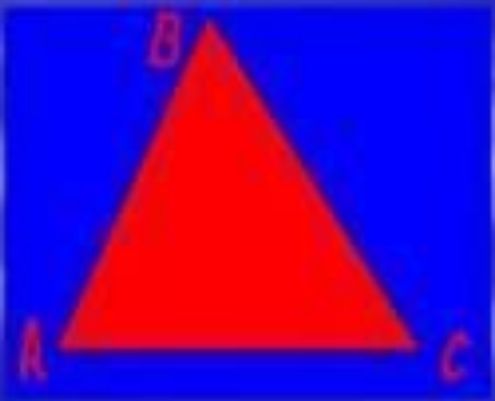
Медиана-отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой его противолежащей стороны

Биссектриса-луч делящий угол на равные части

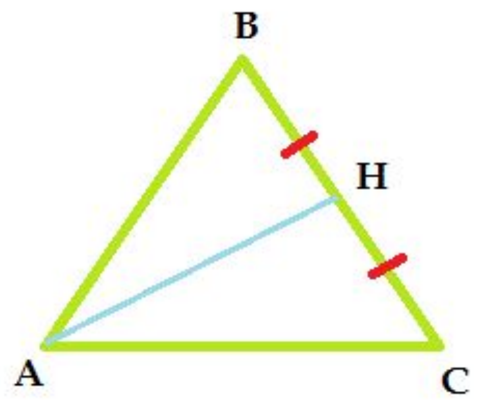
Высота-перпендикуляр

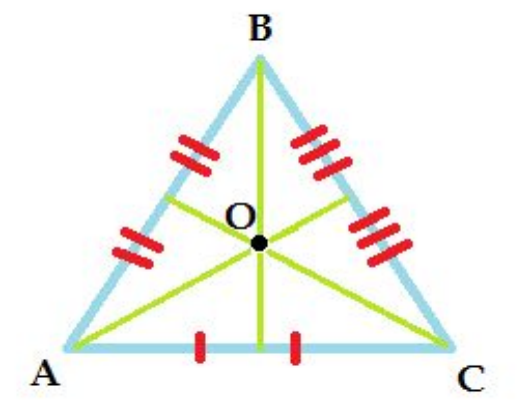
Углы треугольника АВС : ВАС, АСВ, СВА

Периметр треугольника= а+в+с

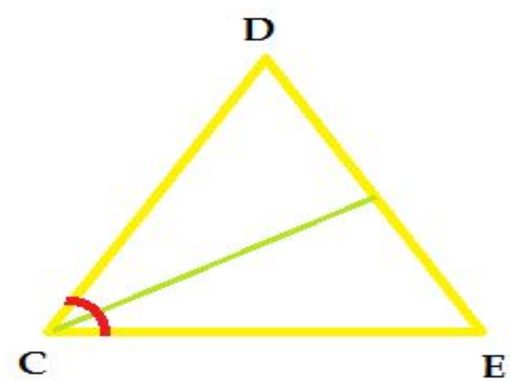


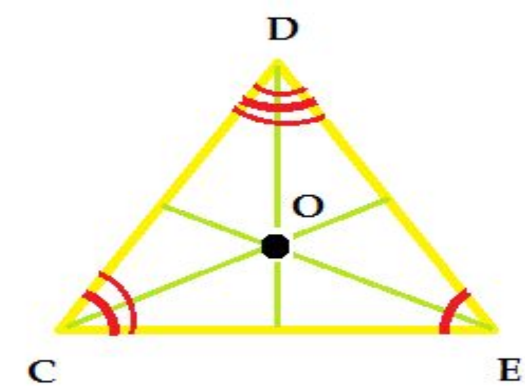
Медиана - это отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны. Любой треугольник имеет три медианы, которые пересекаются в одной точке:



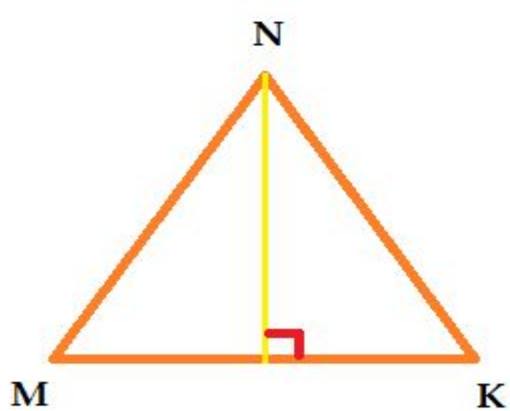


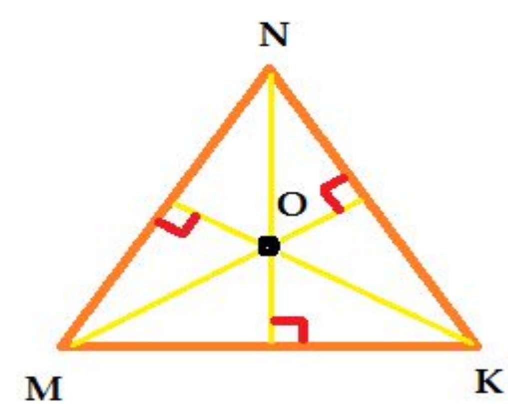
Биссектриса - это отрезок, делящий угол треугольника на две равные части. Любой треугольник имеет три биссектрисы, которые пересекаются в одной точке:





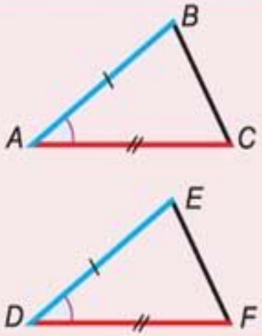
Высота - это перпендикуляр, проведённый из вершины треугольника к прямой, содержащей противоположную сторону. Любой треугольник имеет три высоты, которые пересекаются в одной точке:





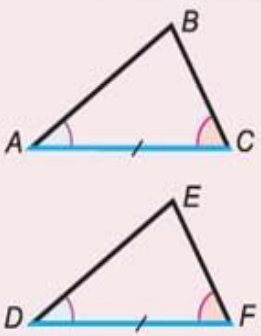
2 ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

I ПРИЗНАК



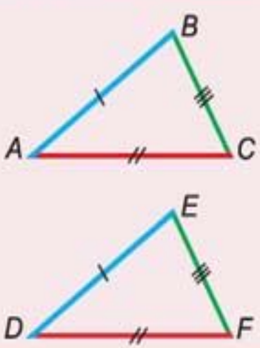
$AB = DE$
$AC = DF$
$\angle A = \angle D$
$\Rightarrow$ $\Delta ABC = \Delta DEF$ *по двум сторонам и углу между ними*

II ПРИЗНАК



$AC = DF$
$\angle A = \angle D$
$\angle C = \angle F$
$\Rightarrow$ $\Delta ABC = \Delta DEF$ *по стороне и прилежащим к ней углам*

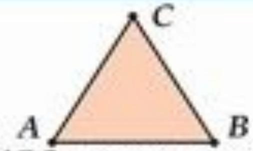
III ПРИЗНАК



$AB = DE$
$AC = DF$
$BC = EF$
$\Rightarrow$ $\Delta ABC = \Delta DEF$ *по трем сторонам*

ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

ТРЕУГОЛЬНИК – это фигура, составленная из трех точек (не лежащих на одной прямой) и трех отрезков, которые попарно соединяют эти точки (вершины треугольника).

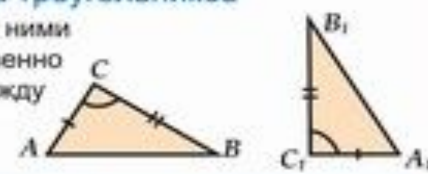


ABC – треугольник
A, B, C – вершины
AB, BC, AC – стороны

Две фигуры равны, если их можно совместить наложением друг на друга.

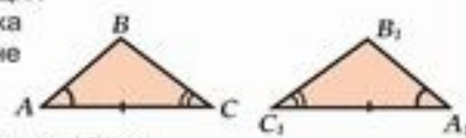
Первый признак равенства треугольников

Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то эти треугольники равны.



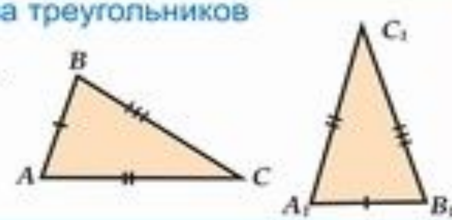
Второй признак равенства треугольников

Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то эти треугольники равны.

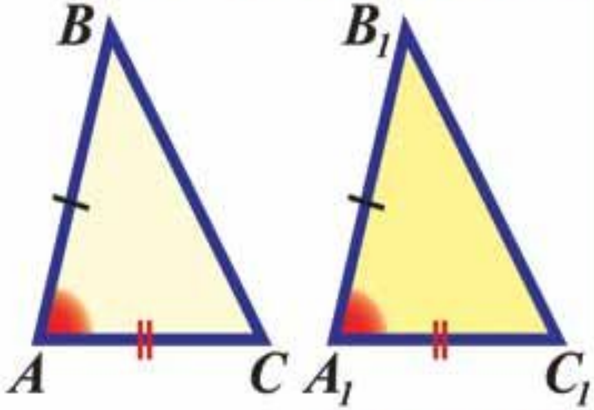


Третий признак равенства треугольников

Если три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого треугольника, то эти треугольники равны.



ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

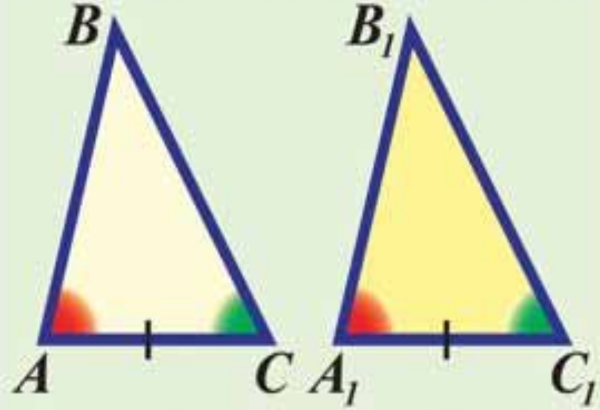


I ПРИЗНАК

$AB = A_1B_1$

$AC = A_1C_1$

$\angle A = \angle A_1$

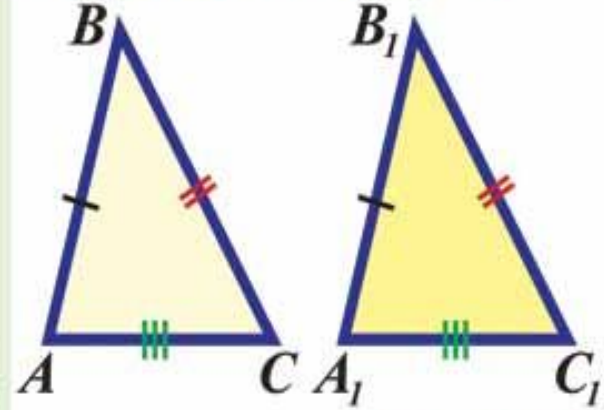


II ПРИЗНАК

$AC = A_1C_1$

$\angle A = \angle A_1$

$\angle C = \angle C_1$



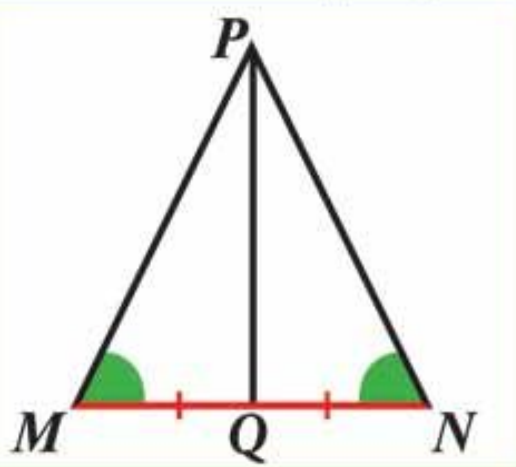
III ПРИЗНАК

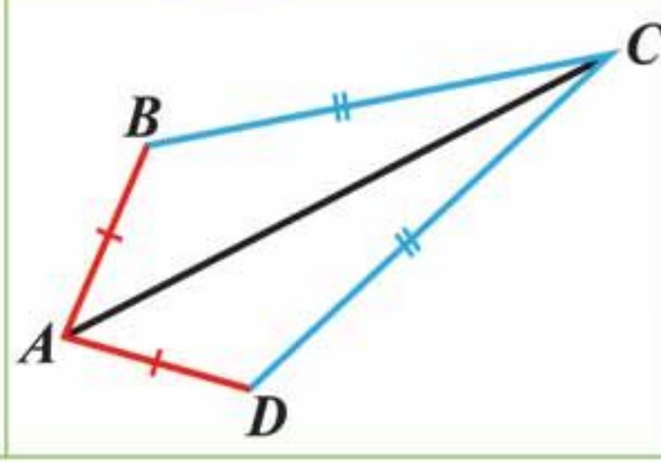
$AB = A_1B_1$

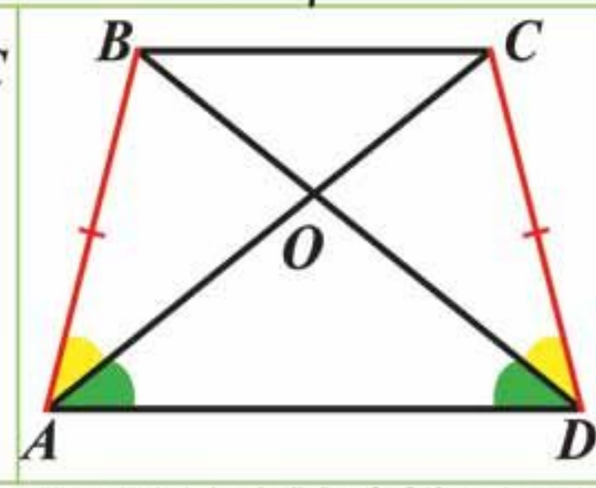
$BC = B_1C_1$

$AC = A_1C_1$

Найдите пары равных треугольников и докажите их равенство







ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

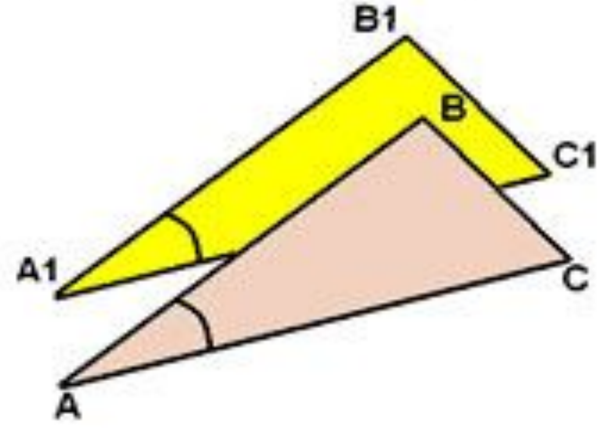
Дано: ΔABC, $\Delta A_1B_1C_1$

$AB=A_1B_1$

$AC=A_1C_1$

$\angle A = \angle A_1$

Доказать: $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$



Доказательство:

Наложим треугольник ABC на треугольник $A_1B_1C_1$, так чтобы совместились вершины и стороны равных углов A и A_1.

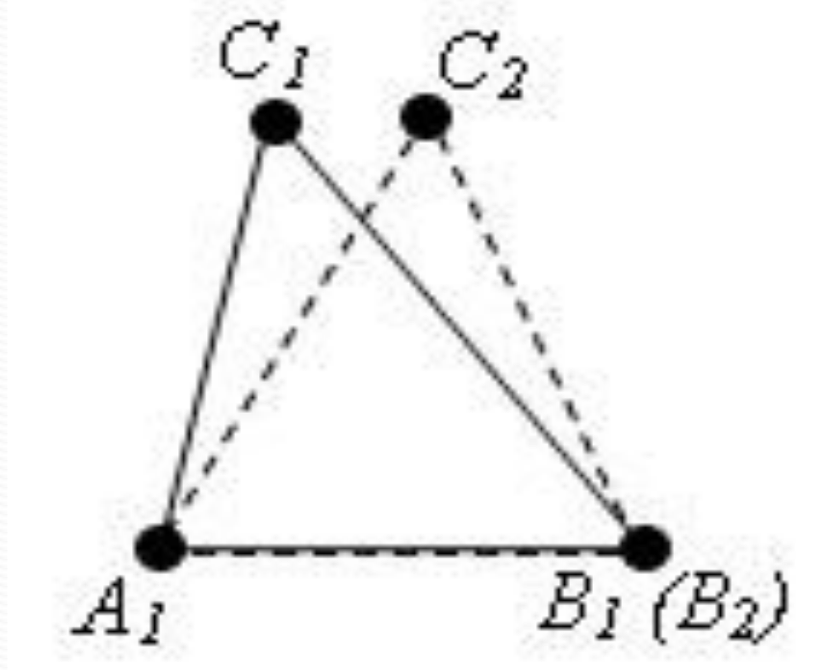
Стороны треугольников AB и A_1B_1, AC и A_1C_1 совместятся, так как $AB=A_1B_1$, $AC=A_1C_1$. Значит, точки B и B_1, C и C_1 также совместятся.

Следовательно, $BC = B_1C_1$ и ΔABC полностью совместится с $\Delta A_1B_1C_1$.

Теорема доказана.

ВТОРОЙ ПРИЗНАК РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

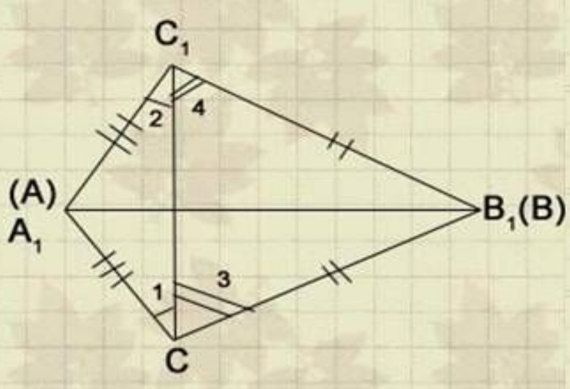
Пусть у треугольников ABC и $A_1B_1C_1$ $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, $AB = A_1B_1$.



Пусть $A_1B_2C_2$ – треугольник, равный треугольнику ABC. Вершина B_2 расположена на луче A_1B_1, а вершина C_2 в той же полуплоскости относительно прямой A_1B_1, где лежит вершина C_1. Так как $A_1B_2 = A_1B_1$, то вершина B_2 совпадает с вершиной B_1. Так как $\angle B_1A_1C_2 = \angle B_1A_1C_1$ и $\angle A_1B_1C_2 = \angle A_1B_1C_1$, то луч A_1C_2 совпадает с лучом A_1C_1, а луч B_1C_2 совпадает с лучом B_1C_1. Отсюда следует, что вершина C_2 совпадает с вершиной C_1. Треугольник $A_1B_1C_1$ совпадает с треугольником $A_1B_2C_2$, а значит, равен треугольнику ABC. Теорема доказана.

ТРЕТИЙ ПРИЗНАК РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Третий признак равенства треугольников



Дано:
треугольник ABC
треугольник A1B1C1
AB=A1B1
BC=B1C1
AC=A1C1

Доказательство

Приложим треугольник ABC к треугольнику A1B1C1 так, чтобы вершины A совместилась с A1, B с B1, а C и C1 оказались по разные стороны от прямой A1B1.
[AC=A1C1 и BC=B1C1] => треугольники
A1C1C и B1C1C - равнобедренные
[Угол 1 равен углу 2 и
угол 3 = углу 4]=> угол A1CB равен углу A1C1B1.
[AC=A1C1 и BC=B1C1 и угол C равен углу C1] => треугольник ABC = A1B1C1

Великая Геометрия

Однажды в царстве «Геометрия» жили-были королева Геометрия и множество геометрических фигур, которые являлись ее слугами. Самыми любимыми у королевы были треугольники АВС и ДМК. Решили они поспорить, кто же из них самый любимый у королевы? Как же разрешить спор? Тогда треугольник АВС предложил: «А давай попробуем наложением?» ДМК: «Давай, хорошая идея!» И вот вершина А накладывается на вершину Д, стороны АВ и АС наложатся на лучи ДМ и ДК, в частности совместятся вершины В и М, С и К. Следовательно, совместятся стороны АВ и ДМ, АС и ДК. Итак, треугольники полностью совместились. Значит, они равны. Треугольники поняли, что королева их любит одинаково. Зачем же спорить, если есть прекрасная наука Геометрия, которая помогает нам изучать все теоремы, их следствия. Мой вам совет: учите геометрию!

(Вавилова Юля, 7 класс)