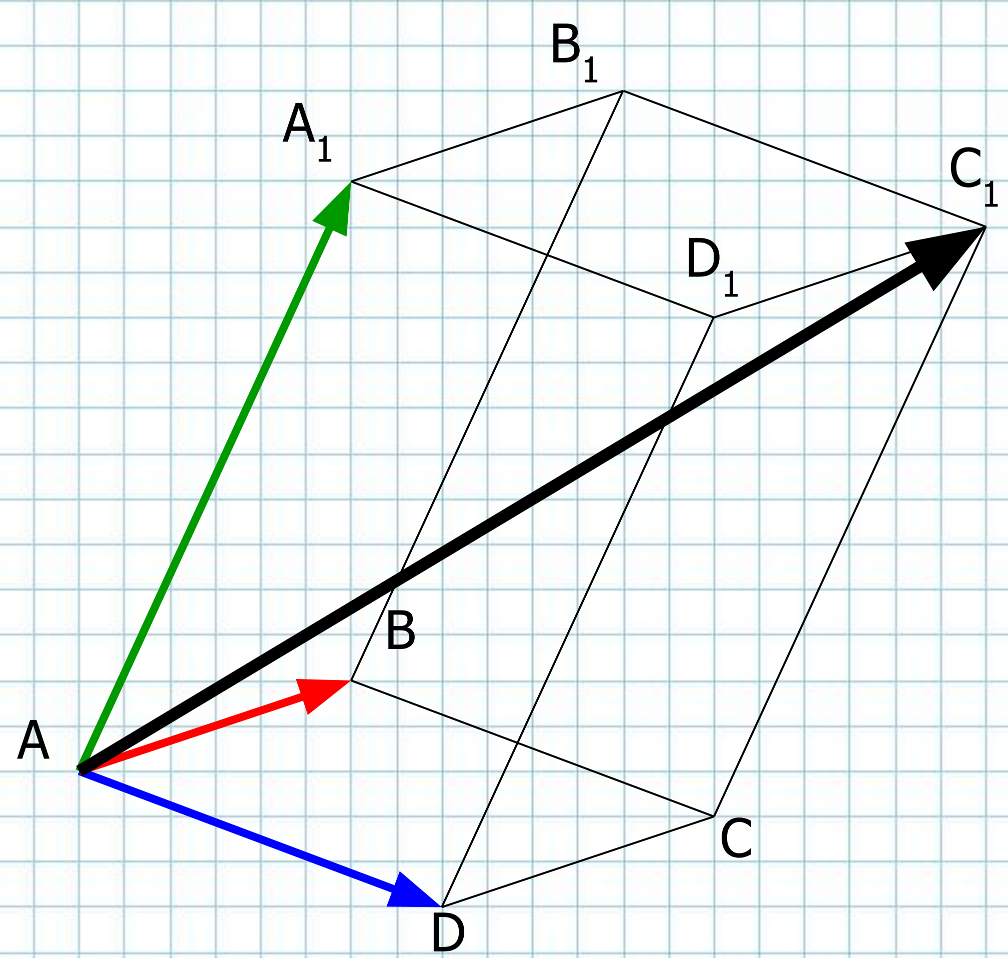
Повторение:

Метод координат в пространстве



Геометрия

11 класс.

Цели урока:

1. Повторить понятия вектора;
2. Повторить понятие прямоугольной системы координат в пространстве.

Задачи урока:

-вспомнить умения строить точку по заданным её координатам и находить координаты точки, изображённой в заданной системе координат,

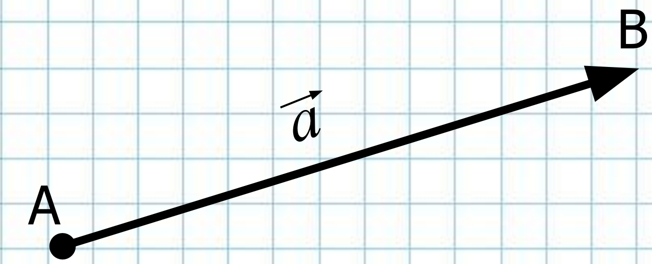
-решить задачи ЕГЭ

Содержание урока:

- Повторение понятия вектора;
- Прямоугольная система координат;
- Понятия координат векторов;
- Решение задач координатным методом;

Определение вектора.

Как и в плоскости, в пространстве вектор определяется как *направленный отрезок*:



Точка А – *начало вектора*, В – *конец вектора*. Записывают: $\overrightarrow{AB}$ **или** $\vec{a}$**.**

Вектор, у которого начало совпадает с конечной точкой называется *нулевым*, обозначается: $\vec{0}$ **или** $\overrightarrow{AA}$ **.**

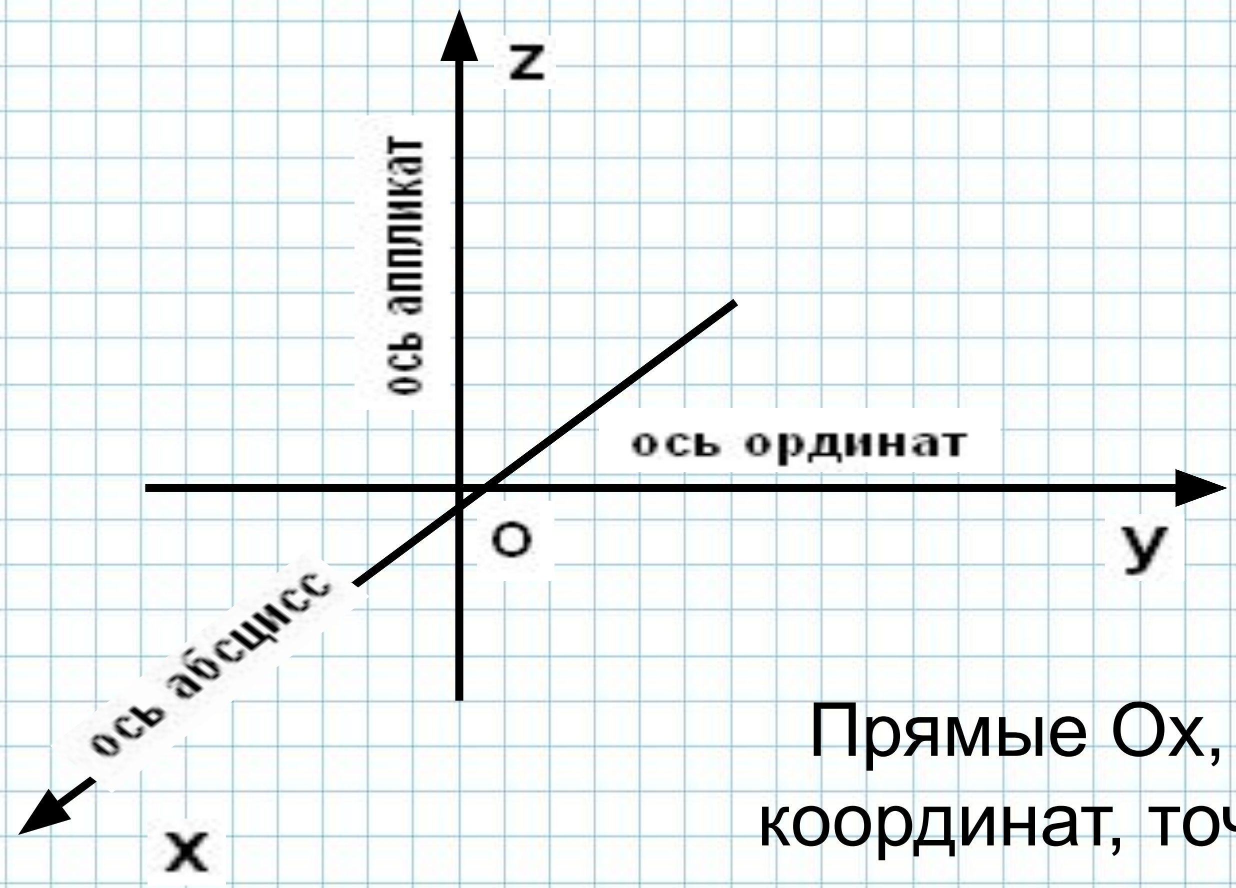
$$\vec{0}$$

Длина отрезка, изображающего вектор, называется *модулем* вектора, т.е.

$$\left|\overrightarrow{AB}\right| = AB\ (\text{åä.î ò ð.}).$$

Если через точку пространства проведены три попарно перпендикулярные прямые, на каждой из них выбрано направление и выбрана единица измерения отрезков, то говорят, что задана система координат в пространстве.

Прямоугольная система координат в пространстве



Прямые Ox, Oy, Oz – оси координат, точка O - начало координат.

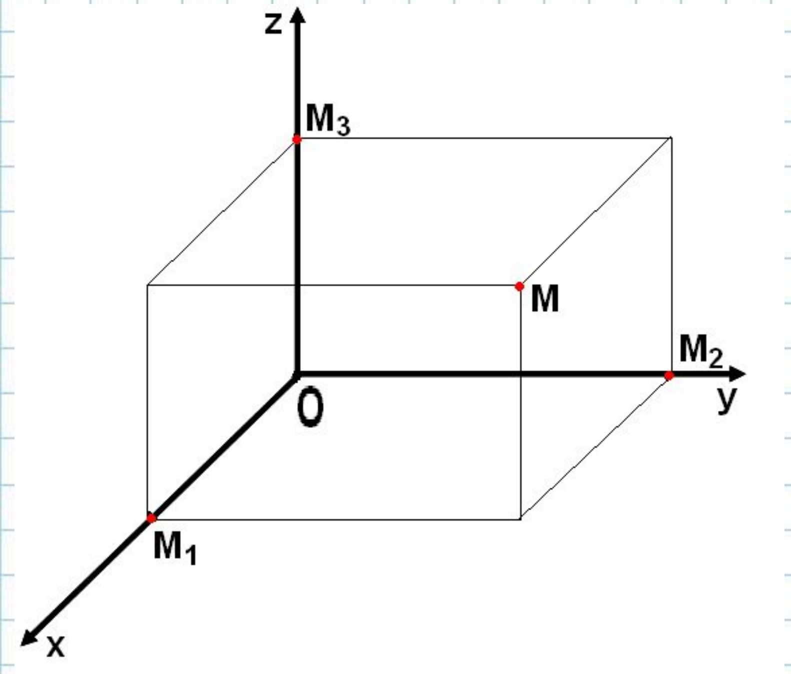
В прямоугольной системе координат каждой точке М пространства сопоставляется тройка чисел – её координаты.

М (x,y,z), где

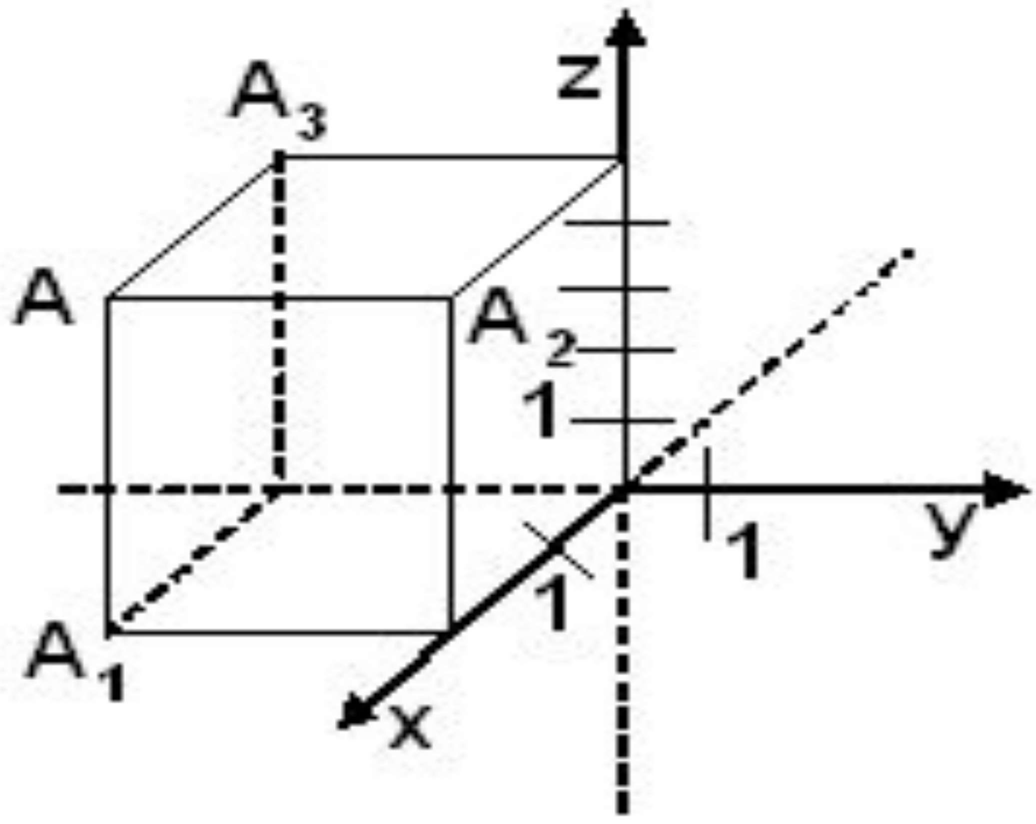
x – абсцисса,

y – ордината,

z - аппликата.

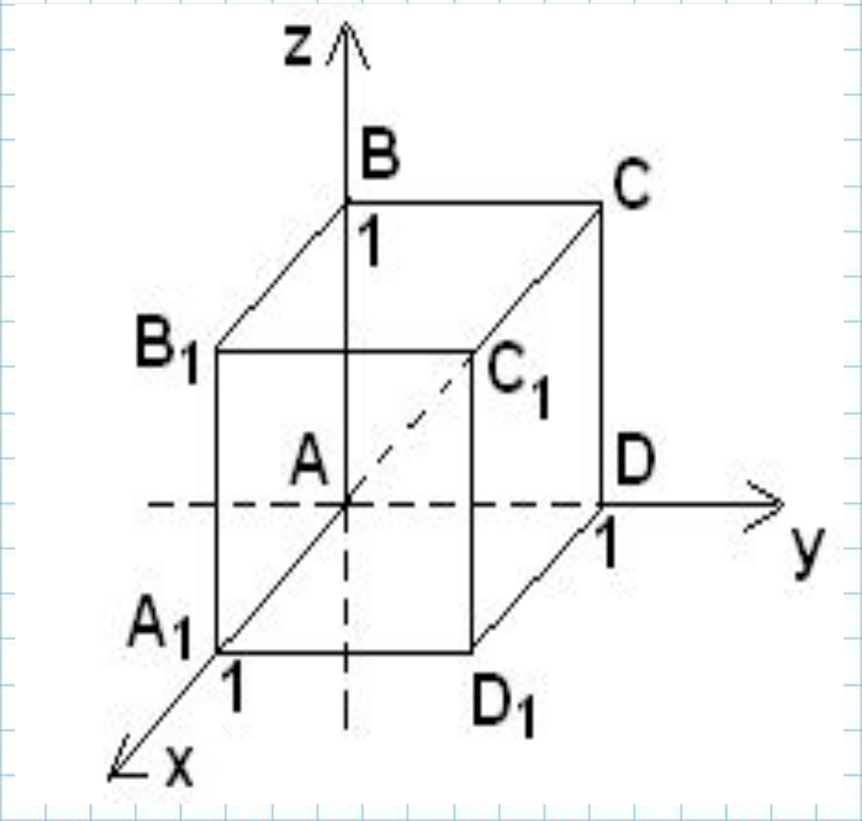


Назвать координаты точек



ОТВЕТ : **A1 (2;-3;0); A2 (2;0;5); A3 (0;-3;5)**

Определить координаты точек С, В1, С1, Д1



ОТВЕТ: **С (0;1;1); В$_1$ (1;0;1); С$_1$ (1;11); Д$_1$(1;1;0)**

Координаты вектора.

- Вспомнить метод координат.

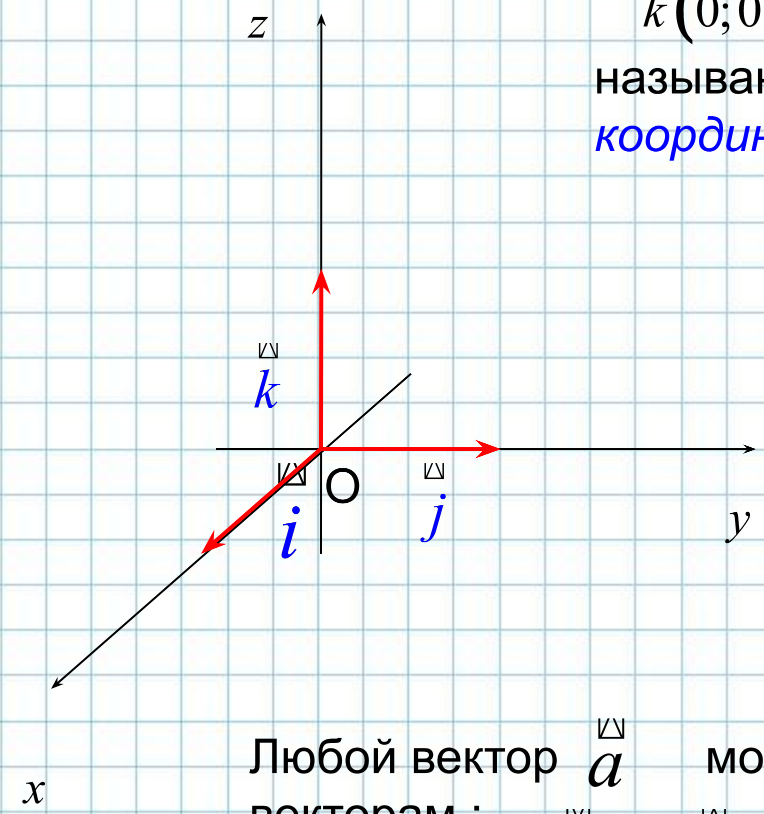
-Вспомнить понятие единичных векторов;

- Рассмотреть правила сложения, вычитания, умножения;

- Решение задач.

Координаты вектора.

В прямоугольной системе координат в пространстве векторы $\vec{i}(1;0;0)$, $\vec{j}(0;1;0)$ $\vec{k}(0;0;1)$ называются *единичными координатными векторами* (или ***óртами***).



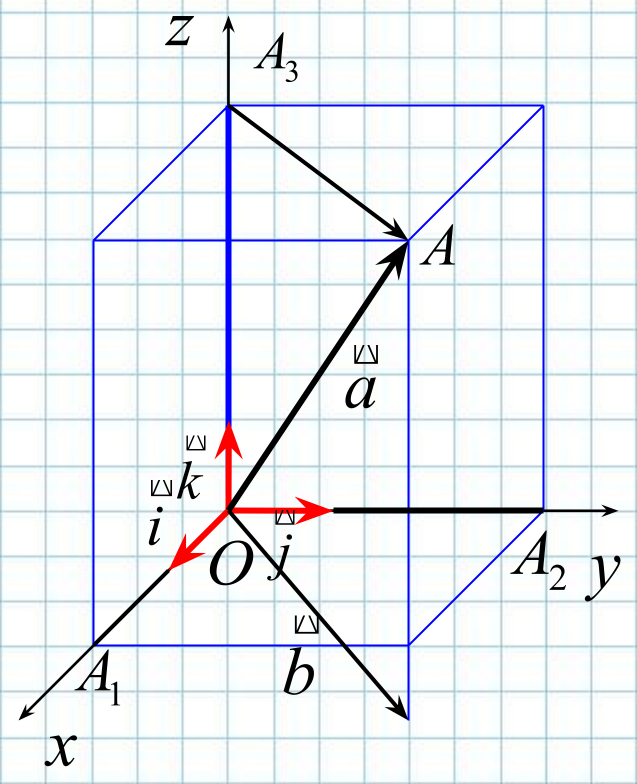
Любой вектор $\vec{a}$ можно разложить по координатным векторам :

$$\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

коэффициенты разложения x, y, z определяется единственным образом.

Рассмотрим пример: $OA_1=2$, $OA_2=2$, $OA_3=4$, координаты векторов, изображенных на рисунке, таковы:

$$\vec{a}\{2;2;4\},\ \vec{b}\{2;2;-1\},\ \overrightarrow{A_3A}\{2;2;0\},\ \vec{i}\,\{1;0;0\},\ \vec{j}\,\{0;1;0\},\ \vec{k}\,\{0;0;1\}$$



$$\vec{a}\{x_1, y_1, z_1\} \qquad \vec{b}\{x_2, y_2, z_2\}$$

1^0. Каждая координата **суммы** 2х или более векторов равна сумме соответствующих координат этих векторов, т.е.

$$\{x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2\}$$

2^0. Каждая координата **разности** 2х векторов равна разности соответствующих координат этих векторов, т.е.

$$\{x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2\}$$

3^0. Каждая координата **произведения** вектора на число α равна произведению соответствующей координаты вектора на это число.

$$\{\alpha x, \alpha y, \alpha z\}$$

Задача

Даны векторы: $\vec{a}\{3;-5;2\}, \vec{b}\{0;7;-1\}, \vec{c}\{2/3;0;0\}, \vec{d}\{-2.7;3.1;0.5\}$

Найти координаты векторов:

$\vec{d}+\vec{a}$ $\qquad$ $\vec{a}+\vec{c}$ $\qquad$ $\vec{b}+\vec{c}$

Решение:

1. $\vec{a}+\vec{b};$
2. $\vec{a}\{3;-5;2\}$ и $\vec{b}\{0;7;-1\}$
3. $\vec{a}+\vec{b}=\{3+0;-5+7;2+(-1)\}=\{3;2;1\}$

Ответ: $\vec{a}+\vec{b}=\{3;2;1\}$

Самостоятельная работа

Вариант 1 **Вариант 2**

Даны векторы: $\vec{a}\{-1;2;0\}, \vec{b}\{0;-5;-2\}, \vec{c}\{2;1;-3\}$

Найти координаты векторов:

$$\vec{p} = 3\vec{b} - 2\vec{a} + \vec{c}$$

$$\vec{p} = \vec{a} + 2\vec{c} - 4\vec{b}$$

Найти координаты векторов:

$$\vec{q} = 3\vec{c} - 2\vec{b} + \vec{a}$$

$$\vec{q} = 7\vec{c} + 2\vec{b} - 6\vec{a}$$

ЕГЭ

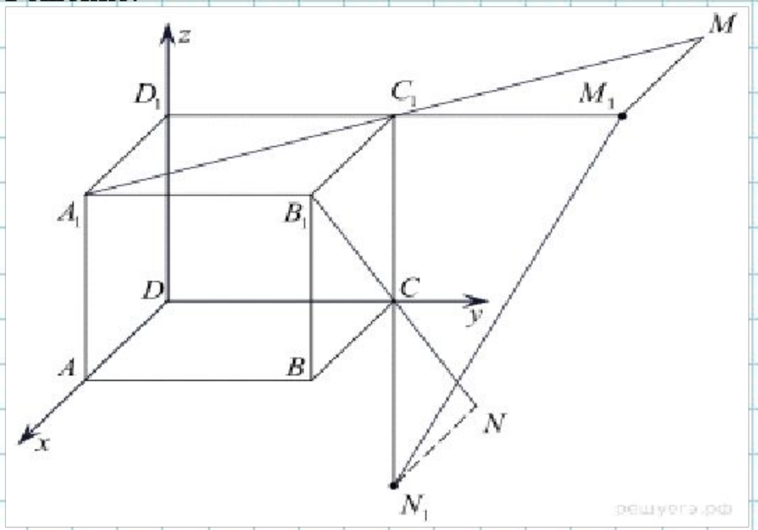
Задание 14 № 526703

В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ рёбра равны 1. На продолжении отрезка A_1C_1 за точку C_1 отмечена точка M так, что $A_1C_1 = C_1M$, а на продолжении отрезка B_1C за точку C отмечена точка N так, что $B_1C = CN$.

а) Докажите, что $MN = MB_1$.

б) Найдите расстояние между прямыми B_1C_1 и MN.

Решение.



а) Введем Систему Координат, как показано на рисунке. В этой С. К. имеем:

$$M(-1;2;1),\ N(-1;1;-1),\ B_1(1;1;1),\ C_1(0;1;1).$$

$$\overrightarrow{MN} = (0;-1;-2),\ \overrightarrow{MB_1} = (2;-1;0),\ \overrightarrow{B_1C_1} = (-1;0;0)$$

$$|\overrightarrow{MN}| = \sqrt{5},\ |\overrightarrow{MB_1}| = \sqrt{5}.$$

Таким образом, у нас получилось, что $MN = MB_1$.

б) Заметим, что проекцией B_1C_1 на плоскость DCC_1D_1 является точка C_1. Спроектируем MN на плоскость DCC_1D_1, получим отрезок M_1N_1. Таким образом, задача свелась к нахождению расстояния от точки C_1 до M_1N_1. Это расстояние равно длине высоты, проведенной из вершины C_1 треугольника $N_1C_1M_1$. Очевидно, что данный треугольник является прямоугольным, а его катеты равны 2 и 1. Тогда его гипотенуза находится по теореме Пифагора, она равна $\sqrt{5}$. Следовательно, высота равна

$$h = \frac{2\cdot 1}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

Ответ: б) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.