Радианная мера угла. Вращательное движение

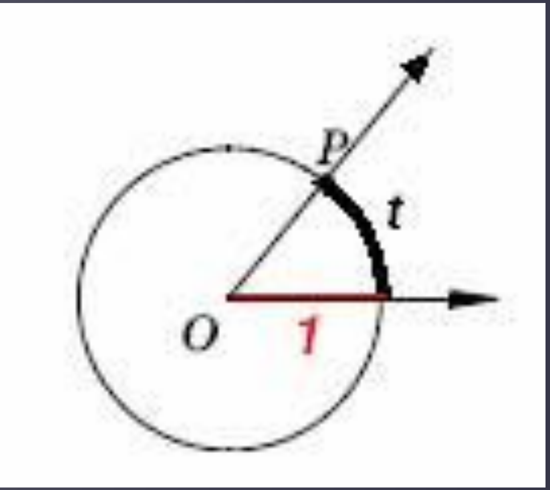
Выполнила студентка 160 группы
Цветкова Яна

Радианная мера угла

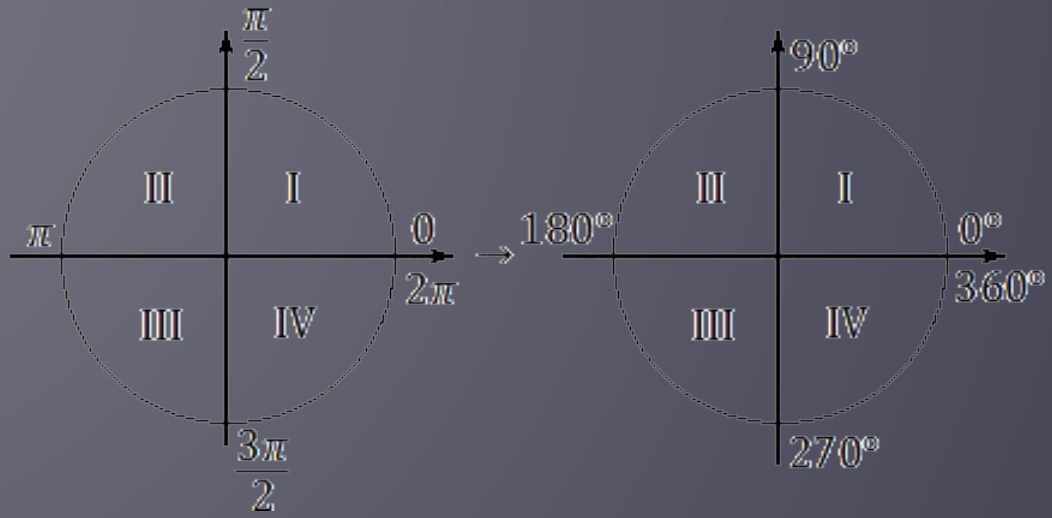
Углы, получающиеся при непрерывном вращении, удобно измерять не в градусах, а с помощью таких чисел, которые отражали бы сам процесс построения угла, т.е. вращение.

Для описания непрерывного вращения градусная мера угла поворота становится неудобной – с ней трудно связывать другие характеристики движения, например, скорость или соединять вращательное движение с иными движениями. Поэтому вводят другую меру угла поворота, так называемую радианную меру.

- Опишем окружность радиуса R с центром в точке O. Начнем поворачивать подвижный луч и будем следить за точкой P пересечения этого луча с окружностью. При вращении подвижного луча от начального положения, совпадающего с неподвижным лучом, точка P будет проходить по окружности некоторый путь, который можно измерить в тех же единицах длины, что и радиус R. Отношение пройденного пути к радиусу R не зависит от радиуса. Если этому отношению еще приписать знак в зависимости от направления вращения, то мы получим действительное число t, которое и называется радианной мерой угла поворота.



- Так как число t является отношением двух однородных величин (длин), то оно безразмерно. Поэтому название меры – 1 радиан – является в значительной мере условным
- Итак, пусть t – произвольное действительное число.
- Угол поворота на величину t (радиан) – это такой угол поворота подвижного луча, при котором точка пересечения P этого луча с единичной окружностью пройдет путь равный $|t|$,
- причём вращение осуществляется против часовой стрелки при $t > 0$ и по часовой стрелке, если $t < 0$.



- Развернутый угол измеряется половиной длины единичной окружности. Это число обозначается буквой π. Число π известно людям с глубокой древности и с довольно большой точностью. Первые десятичные знаки этого числа таковы: π=3.14159265358…
- Угол величиной π часто используется как самостоятельная мера измерения углов. Прямой угол равен $\pi/2$ угол в равностороннем треугольнике – $\pi/3$ Угол, мера которого равна 1 (одному радиану), соответствует некоторому углу, чуть меньшему, чем π /3.

$$1 \text{ радиан} = \frac{180^\circ}{\pi} \approx 57^\circ 17' 45''$$

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ радиана} \approx 0{,}017453 \text{ радиана}$$

$$1' = \frac{\pi}{180 \cdot 60} \text{ радиана} \approx 0{,}000291 \text{ радиана}$$

$$1'' = \frac{\pi}{180 \cdot 60 \cdot 60} \text{ радиана} \approx 0{,}000005 \text{ радиана}$$

0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	210°
0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$

225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π

Вращательное движение (Движение тела по окружности)

- Характеристик и

Вращательное движение	Угловая скорость	Угловое ускорение
Равномерное	Постоянная	Равна нулю
Равномерно ускоренное	Изменяется равномерно	Постоянно
Неравномерно ускоренное	Изменяется неравномерно	Переменное

Законы, определяющие движение тела по окружности, аналогичны законам поступательного движения. Уравнения, описывающие вращательное движение, можно вывести из уравнений поступательного движения, произведя в последних следующие замены:
Если:
перемещение s — угловое перемещение (угол поворота) φ,
скорость υ — угловая скорость ω,
ускорение a — угловое ускорение α

Во всех уравнения вращательного движения углы задаются в радианах, сокращенно (рад).

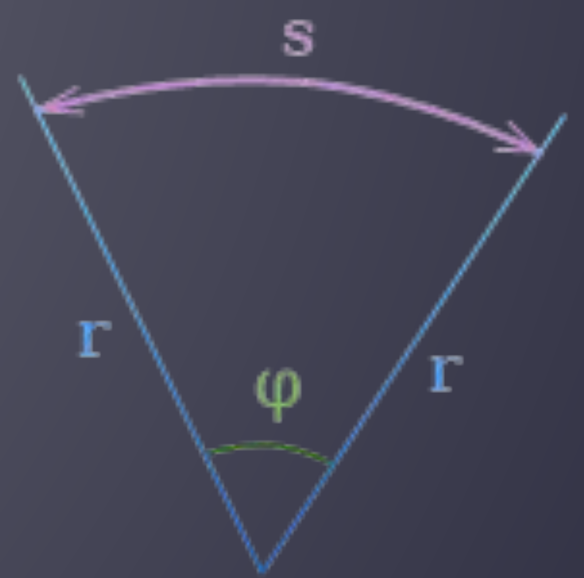
угол поворота - вращательное движение Если

φ — угловое перемещение в радианах,

s — длина дуги, заключенной между сторонами угла поворота,

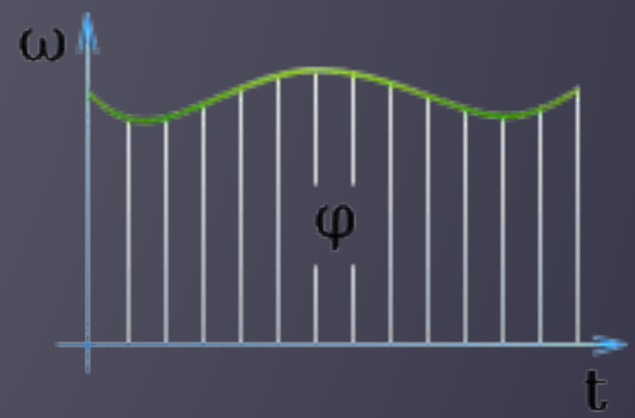
r — радиус,

то по определению радиана



$$\varphi = S/r$$

Соотношение между угловой скоростью, угловым перемещением и временем для всех видов движения по окружности наглядно видны на графике угловой скорости (зависимость ω от t). график угловой скорости - вращательное движение Поэтому графику можно определить, какой угловой скоростью обладает тело в тот или иной момент времени и на какой угол с момента начала движения оно повернулось (он характеризуется площадью под кривой).



Кроме того, для представления соотношений между названными величинами используют график углового перемещения (зависимость φ от t) и график углового ускорения (зависимость α от t).