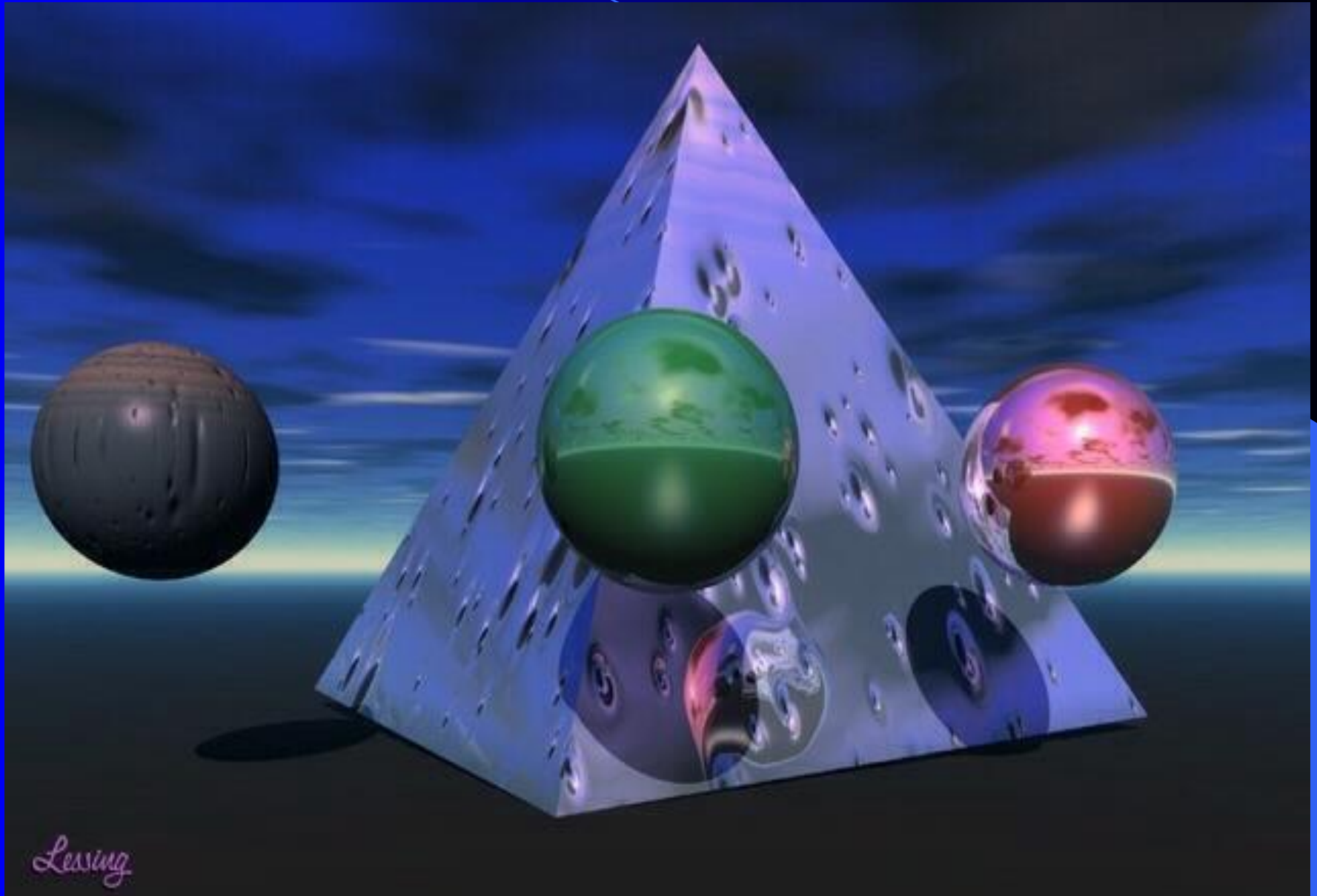


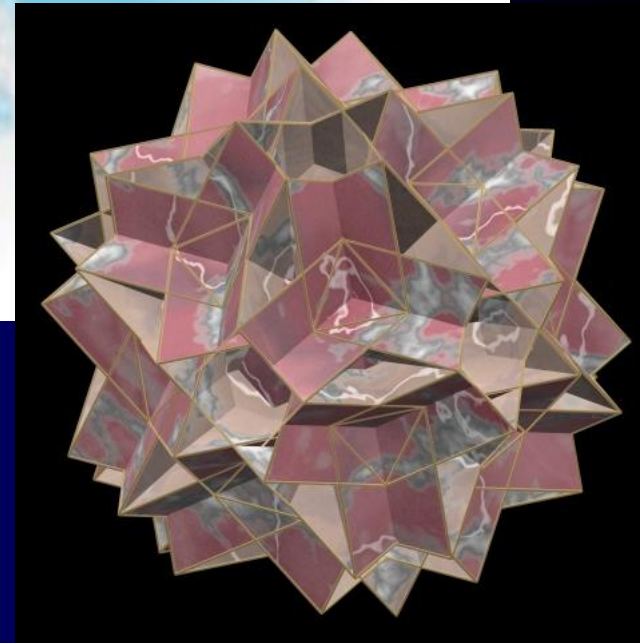
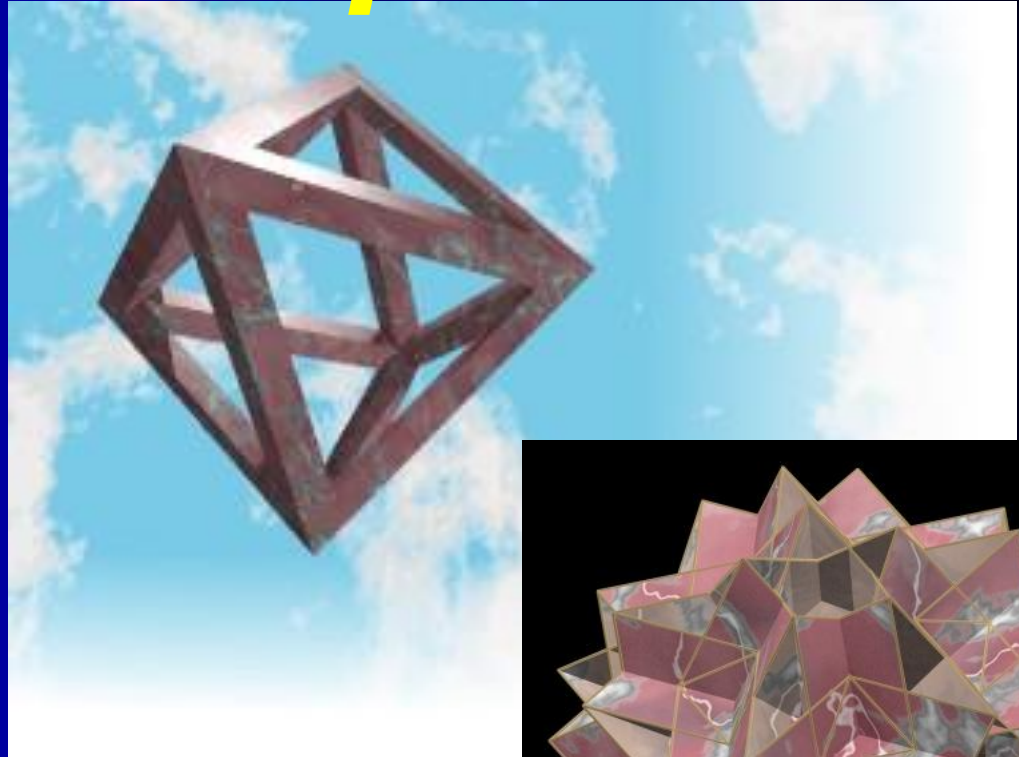
# Правильные многогранники



# Мир многогранников

*МАТЕМАТИКА ВЛАДЕЕТ НЕ  
ТОЛЬКО ИСТИНОЙ,  
НО И ВЫСШЕЙ КРАСОТОЙ  
— КРАСОТОЙ  
ОТТОЧЕННОЙ  
И СТРОГОЙ,  
ВОЗВЫШЕННО ЧИСТОЙ  
И СТРЕМЯЩЕЙСЯ К  
ПОДЛИННОМУ  
СОВЕРШЕНСТВУ,  
КОТОРОЕ СВОЙСТВЕННО  
ЛИШЬ ВЕЛИЧАЙШИМ  
ОБРАЗЦАМ ИСКУССТВА.*

*Бертран Рассел*





## ***Правильными многогранниками***

*называют выпуклые многогранники, все грани и все углы которых равны, причем грани - правильные многоугольники.*

*В каждой вершине правильного многогранника сходится одно и то же число рёбер.*

*Все двугранные углы при рёбрах и все многогранные углы при вершинах правильного многоугольника равны.*



*Правильные многогранники - трехмерный аналог плоских правильных многоугольников.*

# Почему правильные многогранники получили такие имена?

Это связано с числом их граней.

В переводе с греческого языка:

«эдра» - грань

«тетра» - 4

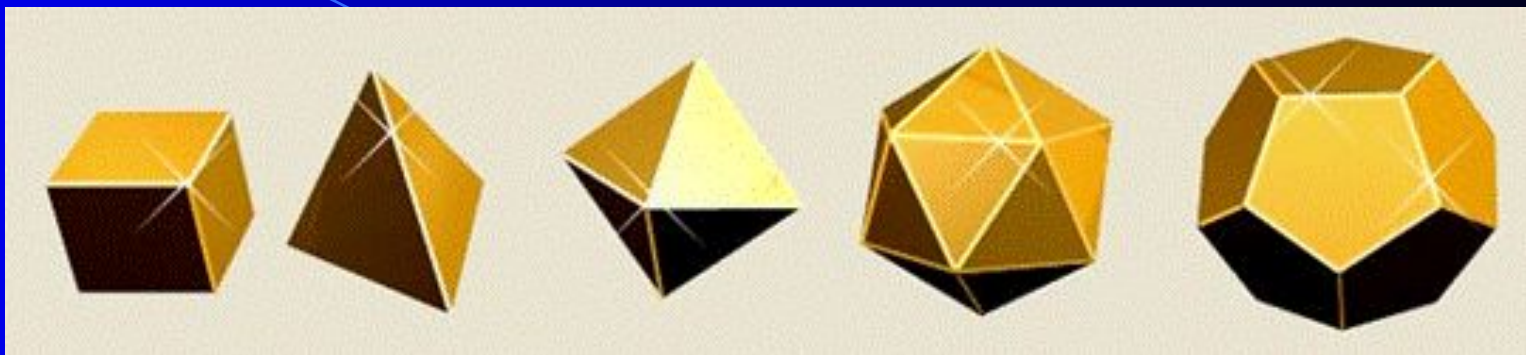
«гекса» - 6

«окта» - 8

«икоса» - 20

«додока» - 12

# Платоновы тела



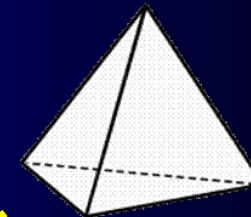
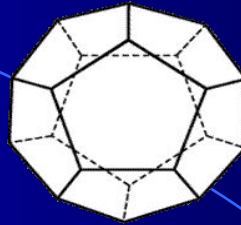
Гексаэдр Тетраэдр Октаэдр Икосаэдр Додекаэдр

# Платон (ок. 428 – ок. 348 до н.э.)

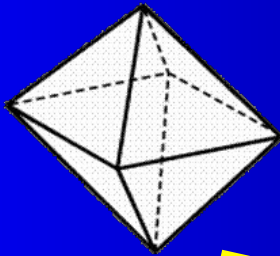


*Правильные  
многогранники иногда  
называют платоновыми  
телами, поскольку они  
занимают видное место в  
философской картине  
мира, разработанной  
великим мыслителем  
Древней Греции Платоном*

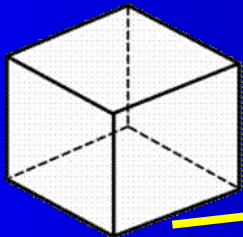
додэкаэдр  
символизировал  
весь мир



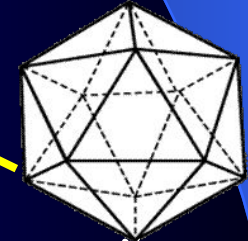
тетраэдр  
олицетворял  
огонь (его  
вершина  
устремлена  
вверх, как у  
пламени)



октаэдр –  
олицетворял  
воздух



куб – самая устойчивая  
из фигур – олицетворял  
землю



икосаэдр – как самый  
обтекаемый –  
олицетворял воду

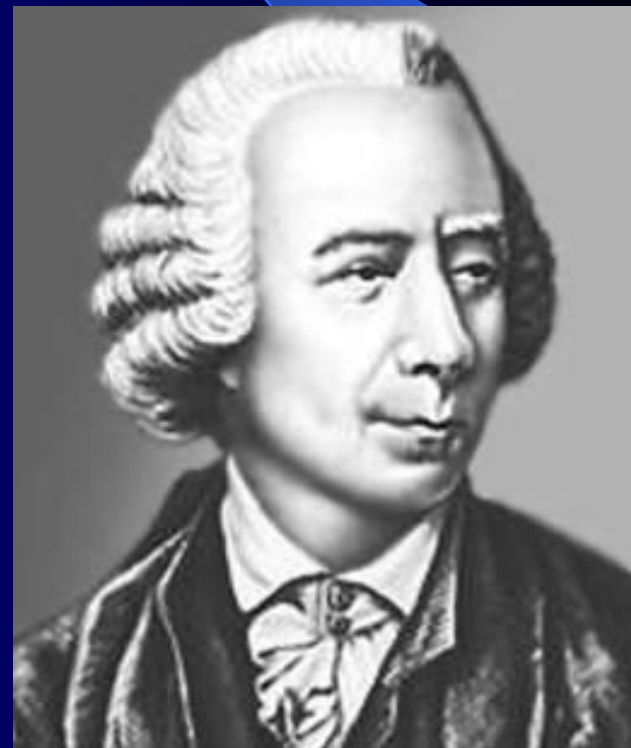
# Теорема Эйлера

*Число вершин минус число рёбер  
плюс число граней равно двум.*

$$V - P + G = 2$$

*Леонард Эйлер  
(1707 – 1783 гг.)*

*немецкий математик и физик*





**Теорема Эйлера.** Пусть  $V$  --- число вершин выпуклого многогранника,  $P$  --- число его рёбер и  $G$  --- число граней. Тогда верно равенство  $V-P+G=2$

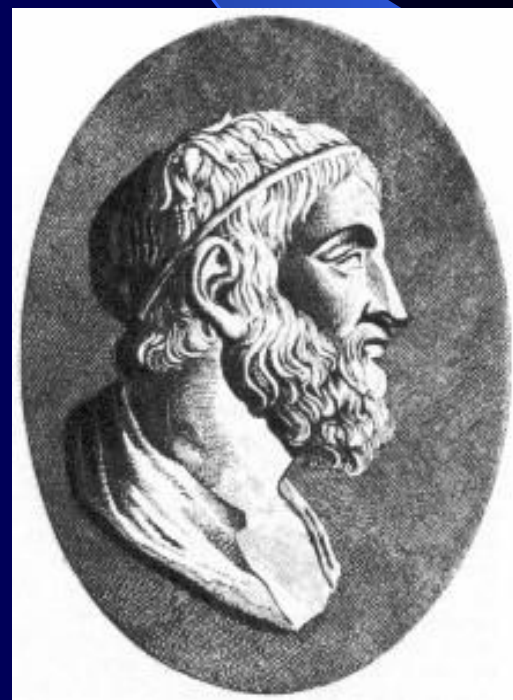
Многогранник	Число рёбер при вершине	Число рёбер одной грани	Число граней	Число рёбер	Число вершин
Тетраэдр	3	3	4	6	4
Гексаэдр (куб)	3	4	6	12	8
Октаэдр	4	3	8	12	6
Додекаэдр	3	5	12	30	20
Икосаэдр	5	3	20	30	12



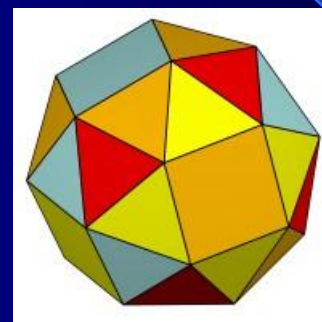
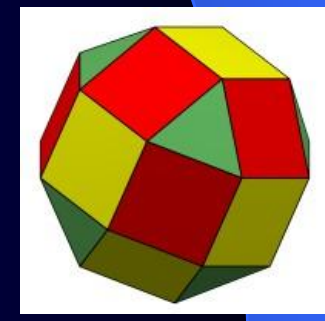
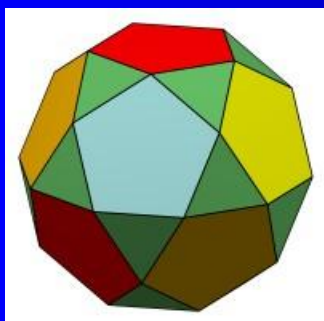
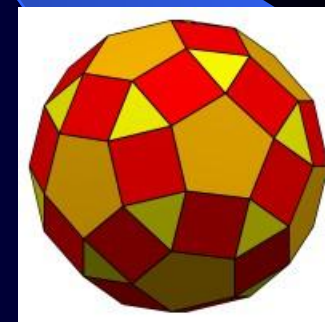
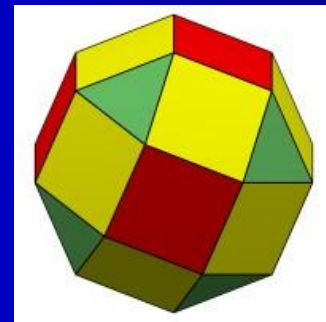
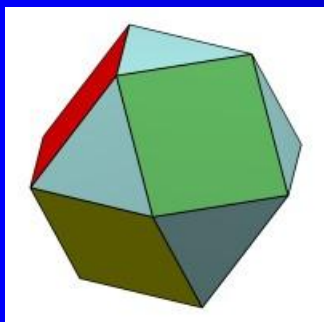
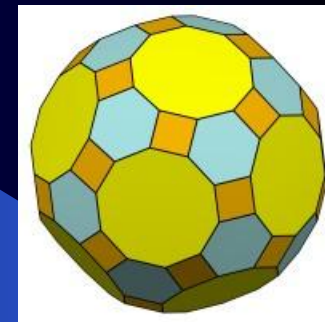
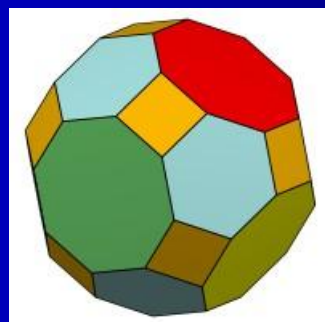
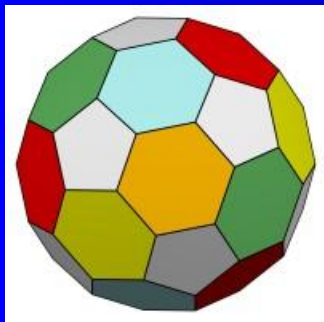
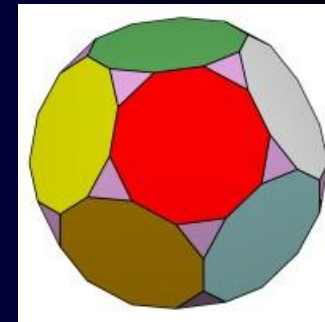
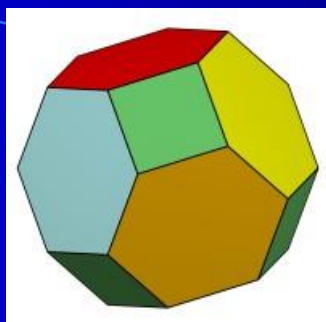
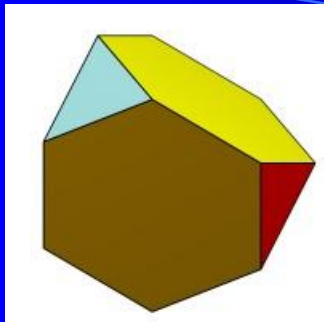
Число  $=V-P+G$  называется **эйлеровой характеристикой** многогранника. Согласно теореме Эйлера, для выпуклого многогранника эта характеристика равна 2. То, что эйлерова характеристика равна 2 для некоторых знакомых нам многогранников, видно из таблицы.

# Тела Архимеда

**Архимедовыми телами** называются полуправильные однородные выпуклые многогранники, то есть выпуклые многогранники, все многогранные углы которых равны, а грани - правильные многоугольники нескольких типов.



*Тела  
Архимеда*



*Тело  
Аикинузе*



# Тела

## Кеплера - Пуансо

Среди невыпуклых однородных многогранников Среди невыпуклых однородных многогранников существуют аналоги платоновых тел - четыре *правильных невыпуклых однородных многогранника* или *тела Кеплера - Пуансо*. Как следует из их названия, тела Кеплера-Пуансо - это невыпуклые однородные многогранники, все грани которых - одинаковые правильные многоугольники, и все многогранные углы которых равны. Грани при этом могут быть как выпуклыми, так и невыпуклыми.



Французский математик Пуансо в 1810 году построил четыре правильных звездчатых многогранника: малый звездчатый додекаэдр, большой звездчатый додекаэдр, большой додекаэдр и большой икосаэдр.



Два из них знал  
И. Кеплер (1571 – 1630 гг.).



- В 1812 году французский математик О. Коши
- доказал, что кроме пяти «платоновых тел» и
- четырех «тел Пуансо» больше нет
- правильных многогранников.





*Малый звездчатый*

*додекаэдр*



*Большой звездчатый*

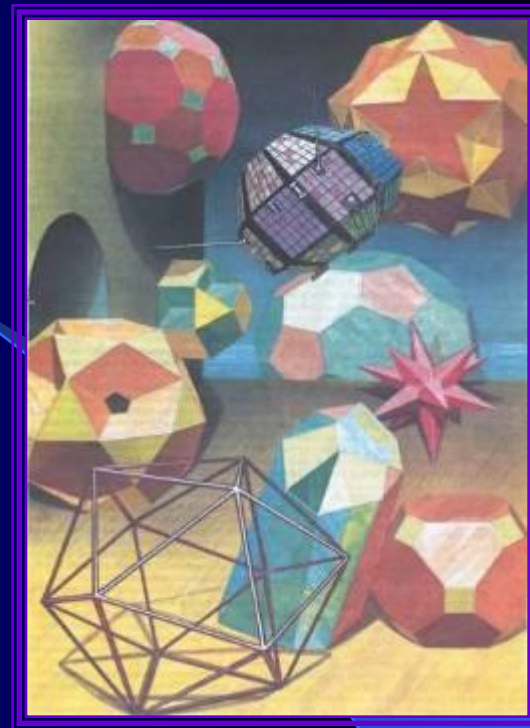
*додекаэдр*



*Большой икосаэдр*

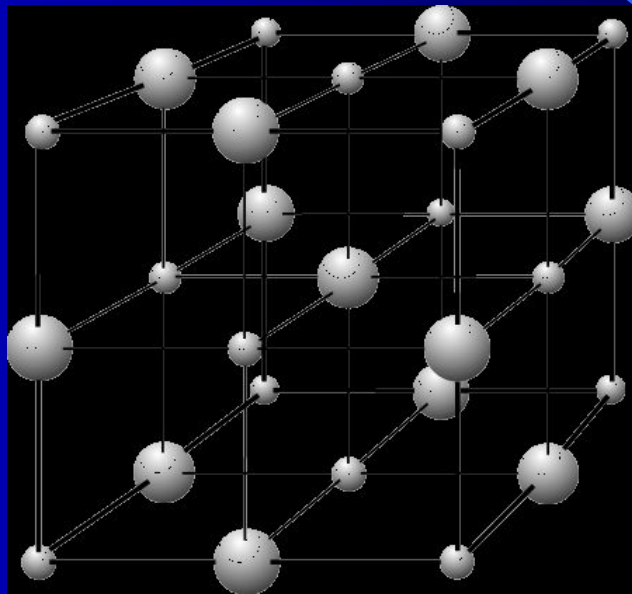
*Правильных  
многогранников  
вызывающе мало, но  
этот весьма скромный  
по численности отряд  
сумел пробраться в  
самые глубины  
различных наук.*

*Л. Кэррол*



# Многогранники в химии и биологии

Кристаллы некоторых знакомых нам веществ имеют форму правильных многогранников.



Кристалл пирита – природная модель додекаэдра.



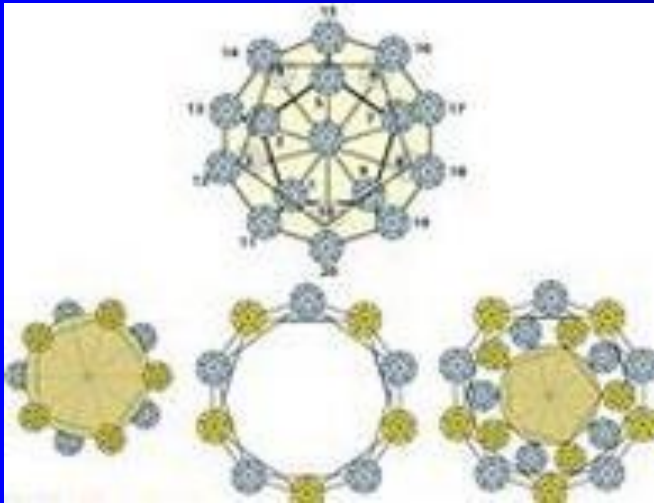
Кристаллы поваренной соли передают форму куб

Сурьменистый сернокислый натрий – тетраэдра





Икосаэдр оказался в центре внимания биологов в их спорах относительно формы вирусов. Вирус не может быть совершенно круглым, как считалось ранее. Чтобы установить его форму, брали различные многогранники, направляли на них свет под теми же углами, что и поток атомов на вирус. Оказалось, что только один многогранник дает точно такую же тень - икосаэдр.



**В процессе деления яйцеклетки** сначала образуется тетраэдр из четырех клеток, затем октаэдр, куб и, наконец, додекаэдро-икосаэдрическая структура гастролы. И наконец, самое, пожалуй, главное – структура ДНК генетического кода жизни – представляет собой четырехмерную развертку (по оси времени) вращающегося додекаэдра!

# Многогранники в искусстве



В эпоху Возрождения большой интерес к формам правильных многогранников проявили скульпторы, архитекторы, художники. Леонардо да Винчи (1452 -1519) например, увлекался теорией многогранников и часто изображал их на своих полотнах. Он проиллюстрировал правильными и полуправильными многогранниками книгу Монаха Луки Пачоли "О божественной пропорции."

Знаменитый художник, увлекавшийся геометрией Альбрехт Дюрер (1471-1528), в известной гравюре "Меланхолия I" на переднем плане изобразил додекаэдр.

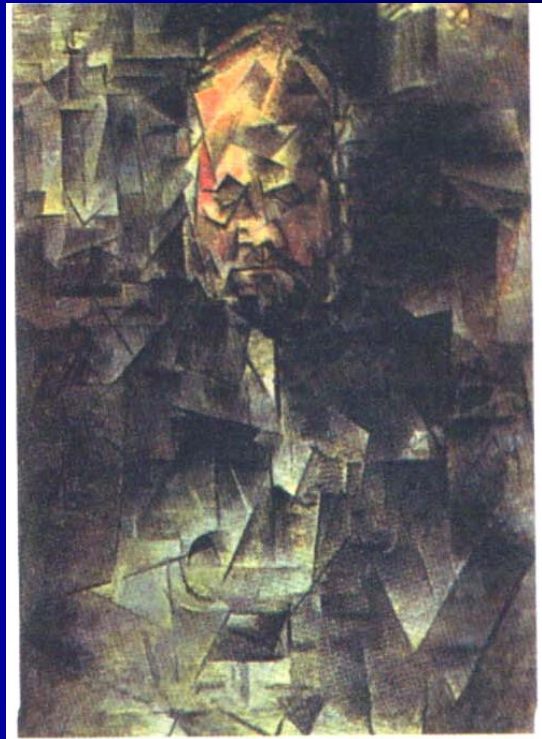
художник Эшер



Сальвадор Дали «Тайная вечерня» (1955г).  
На картине художник изобразил додекаэдр как символ земли.



Жорж Брак. Дома в Эстаке. 1906 г. Художественный музей, Берн.



Начало XX столетия – время рождения кубизма: художники дробили предметы и фигуры на составные части, упрощали их до строгих геометрических форм: кубов, конусов, полусфер, цилиндров.

## *Многогранники в архитектуре*



*Во всем облике японского строения очевидна идея преобразования пространства, подчинения его новой логике - логике "завоевания" природного ландшафта, которому противопоставлена четкая геометрия проникающих архитектурных форм.*

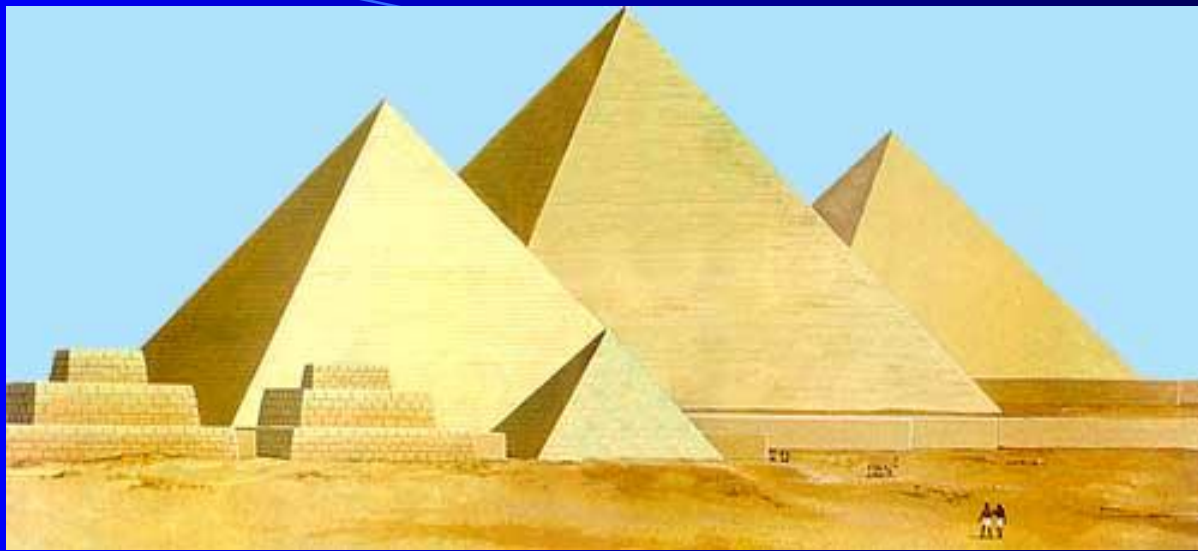
# Александрийский маяк.



# Мавзолей В Геликарнасе



- Мавзолей в Галикарнасе был современником второго храма Артемиды. Более того, одни и те же мастера принимали участие в строительстве и украшении их. Лучшие мастера того времени.

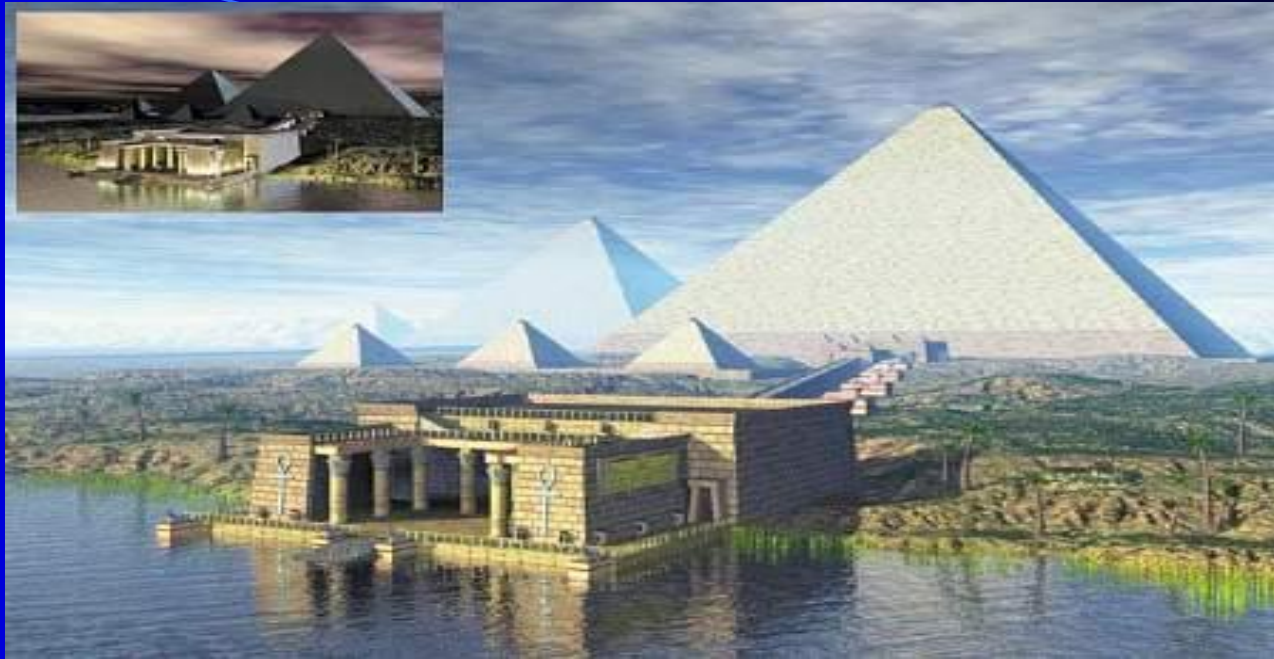


## ***ЦАРСКАЯ ГРОБНИЦА***

*Великая пирамида была построена как гробница Хуфу, известного грекам как Хеопс. Он был одним из фараонов, или царей древнего Египта, а его гробница была завершена в 2580 году до н.э. Позднее в Гизе было построено еще две пирамиды, для сына и внука Хуфу, а также меньшие по размерам пирамиды для их царств. Пирамида Хуфу, самая дальняя на рисунке, является самой большой. Пирамида его сына находится в середине и смотрится выше, потому что стоит на более высоком месте.*

*Великая пирамида в Гизе. Эта грандиозная Египетская пирамида является древнейшим из Семи чудес древности. Кроме того, это единственное из чудес, сохранившееся до наших дней. Во времена своего создания Великая пирамида была самым высоким сооружением в мире. И удерживала она этот рекорд, по всей видимости, почти 4000 лет.*

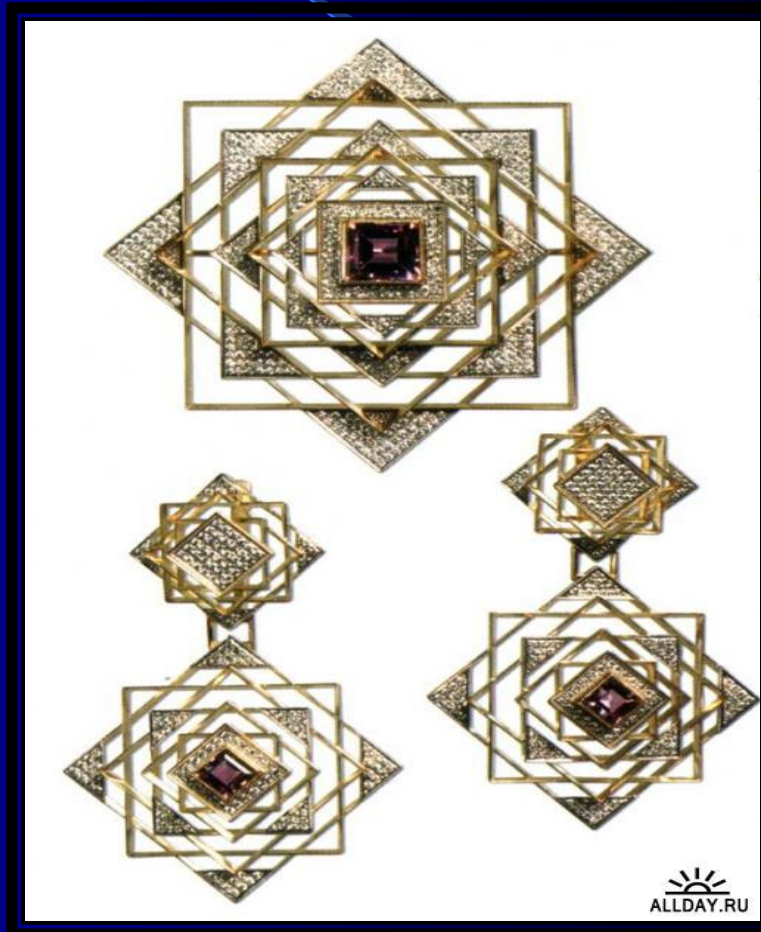




## ***СТРОИТЕЛЬСТВО ПИРАМИД***

*Пирамиды стоят на древнем кладбище в Гизе, на противоположном от Каира, столицы современного Египта, берегу реки Нил. Некоторые археологи считают, что, возможно, на строительство Великой пирамиды 100 000 человек потребовалось 20 лет. Она была создана из более чем 2 миллионов каменных блоков, каждый из которых весил не менее 2,5 тонн. Рабочие подтаскивали их к месту, используя пандусы, блоки и рычаги, а затем подгоняли друг к другу, без раствора.*

# ЮВЕЛИРНЫЕ УКРАШЕНИЯ С ЭЛЕМЕНТАМИ МНОГОГРАННИКА:

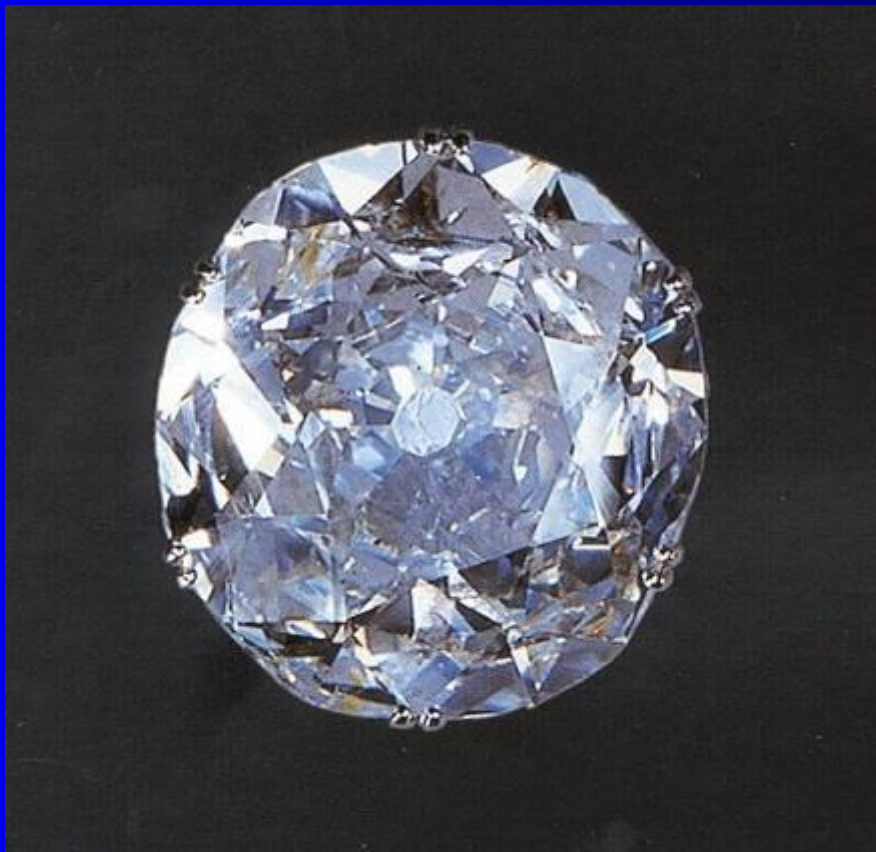


# Алмаз

*Кристаллы алмаза  
представляют собой  
гигантские  
полимерные молекулы и  
обычно имеют форму  
октаэдров, реже —  
кубов или тетраэдров.*

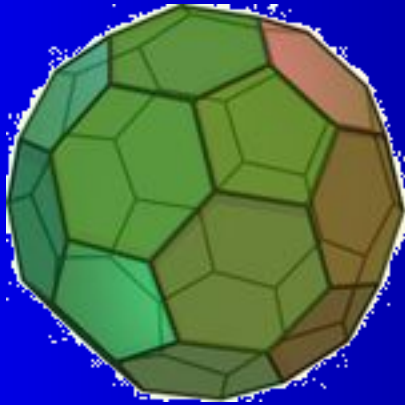


# Алмаз «Кохинор»

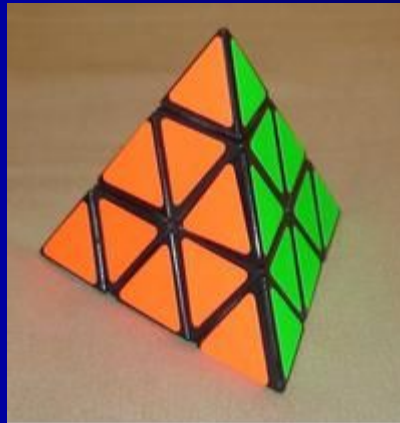




# Многогранники в быту



Усеченный  
икосаэдр  
(футбольный мяч)



пирамида  
Мефферта



кубик рубика



*Магнус Веннинджер (1919г.р.)*