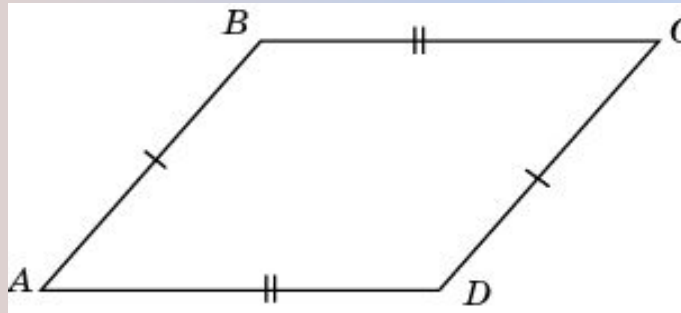


Третий признак равенства треугольников

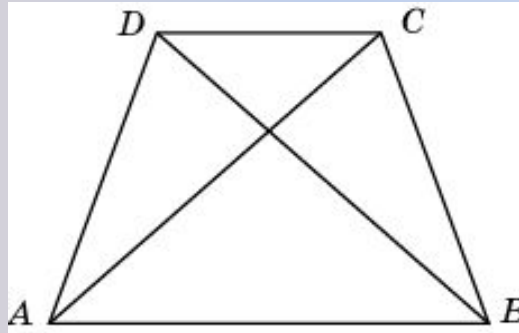
Решение задач

В четырехугольнике $ABCD$ $AB = CD$ и $AD = BC$. Докажите, что угол A равен углу C .



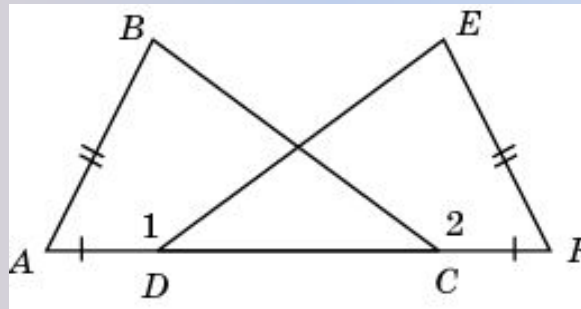
Решение. В четырехугольнике $ABCD$ проведем диагональ BD . Треугольники ABD и CDB равны по третьему признаку равенства треугольников ($AB = CD$, $AD = BC$, BD – общая сторона). Следовательно, равны соответствующие углы A и C этих треугольников.

В четырехугольнике $ABCD$ $AD = BC$ и $AC = BD$. Докажите, что угол BAD равен углу ABC .



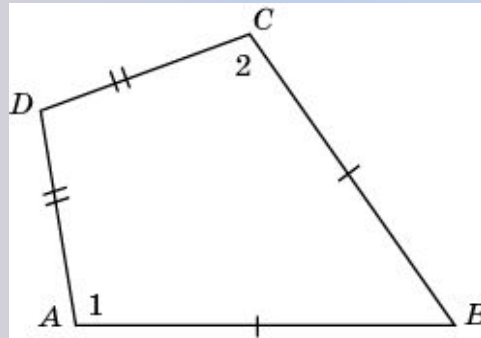
Решение. Треугольники ABC и BAD равны по третьему признаку равенства треугольников ($AD = BC$, $AC = BD$, AB – общая сторона). Следовательно, равны соответствующие углы BAD и ABC .

На рисунке $AD = CF$, $AB = FE$, $BC = ED$. Докажите, что угол 1 равен углу 2.



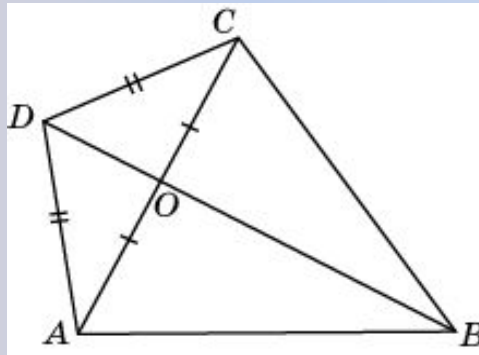
Решение. Из равенства отрезков AD и CF следует равенство отрезков AC и DF . Треугольники ABC и FED равны по третьему признаку равенства треугольников ($AB = FE$, $BC = ED$, $AC = FD$). Следовательно, равны соответствующие углы ACB и FDE этих треугольников, а, значит, равны и смежные с ними углы 1 и 2.

На рисунке $AB = BC$, $AD = CD$. Докажите, что угол 1 равен углу 2.



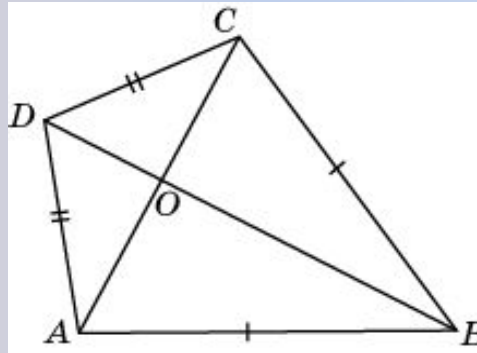
Решение. Проведем отрезок BD . Треугольники ABD и CBD равны по третьему признаку равенства треугольников ($AB = CB$, $AD = CD$, BD – общая сторона). Следовательно, равны соответствующие углы 1 и 2 этих треугольников.

На рисунке $AD = CD$, $AO = OC$. Докажите, что $AB = BC$.



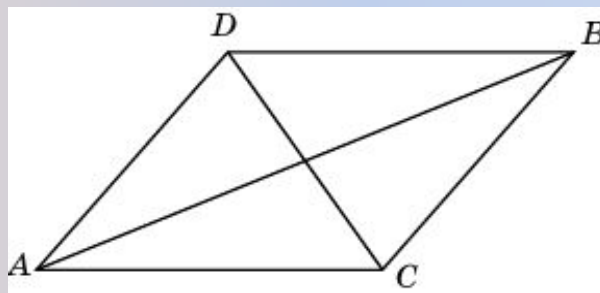
Решение. Треугольники AOD и COB равны по третьему признаку равенства треугольников ($AO = CO$, $AD = CD$, OD – общая сторона). Следовательно, равны соответствующие углы ADO и CDO . Треугольники ADB и CDB равны по первому признаку равенства треугольников ($AD = CD$, BD – общая сторона, угол ADB равен углу CDB). Следовательно, равны соответствующие стороны AB и BC этих треугольников.

На рисунке $AB = BC$, $AD = CD$. Докажите, что $AO = OC$.



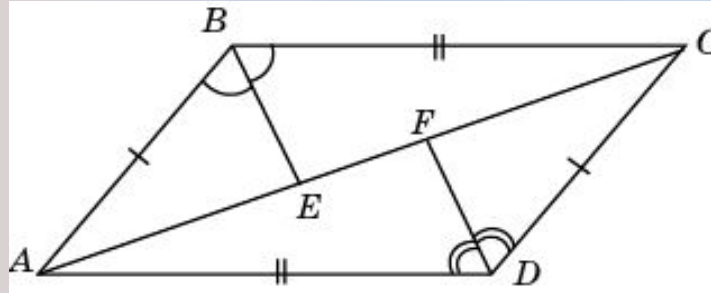
Решение. Треугольники ABD и CBD равны по третьему признаку равенства треугольников ($AB = CB$, $AD = CD$, BD – общая сторона). Следовательно, равны соответствующие углы ABO и CBO . Треугольники ABO и CBO равны по первому признаку равенства треугольников ($AB = CB$, BO – общая сторона, угол ABO равен углу CBO). Следовательно, равны соответствующие стороны AO и CO этих треугольников.

Треугольники ABC и BAD равны, причем точки C и D лежат по разные стороны от прямой AB . Докажите, что треугольники CBD и DAC равны.



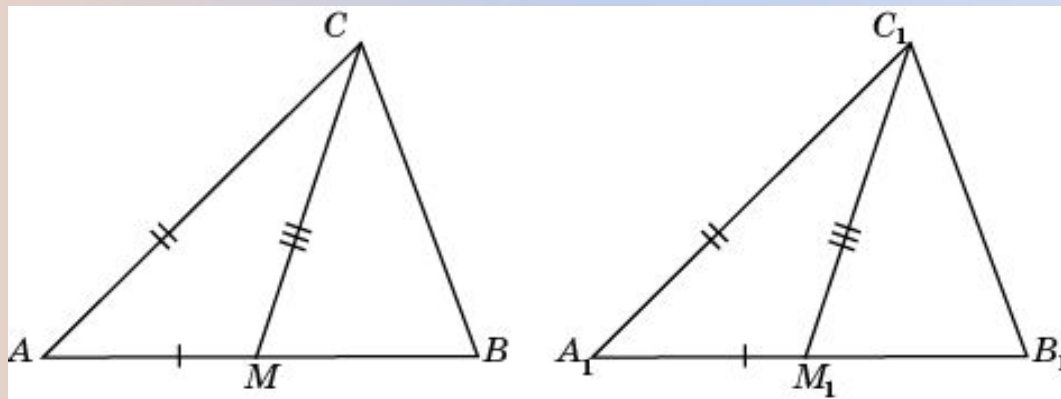
Решение. Из равенства треугольников ABC и BAD следует равенство соответствующих сторон AC и BD , BC и AD . Треугольники CBD и DAC равны по третьему признаку равенства треугольников ($CB = DA$, $BD = AC$, CD – общая сторона).

На рисунке $AB = CD$, $AD = BC$, BE - биссектриса угла ABC , а DF - биссектриса угла ADC . Докажите, что треугольники ABE и CDF равны.



Решение. Треугольники ABC и ADC равны по третьему признаку равенства треугольников ($AB = CD$, $AD = BC$, AC – общая сторона). Следовательно, равны соответствующие углы ABC и CDA , BAC и DCA . Из равенства углов ABC и CDA следует равенство углов ABE и CDF . Треугольники ABE и CDF равны по второму признаку равенства треугольников ($AB = CD$, угол BAE равен углу DCF , угол ABE равен углу CDF).

Докажите, что если две стороны и медиана, проведенная к одной из них, одного треугольника соответственно равны двум сторонам и медиане другого треугольника, то такие треугольники равны.



Решение. Пусть в треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$ и медиана CM равна медиане C_1M_1 . Треугольники ACM и $A_1C_1M_1$ равны по третьему признаку равенства треугольников ($AM = A_1M_1$, $AC = A_1C_1$, $CM = C_1M_1$). Следовательно, угол A равен углу A_1 . Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ равны по первому признаку равенства треугольников ($AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, угол A равен углу A_1).