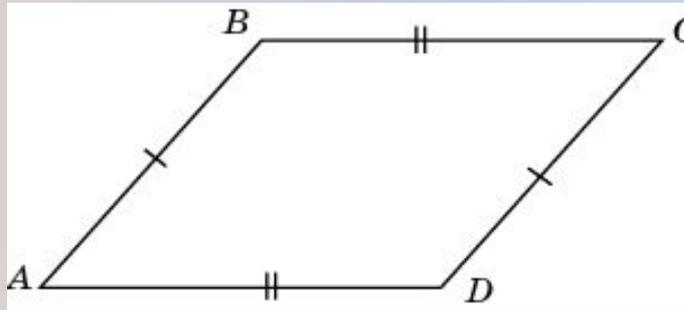


# Третий признак равенства треугольников

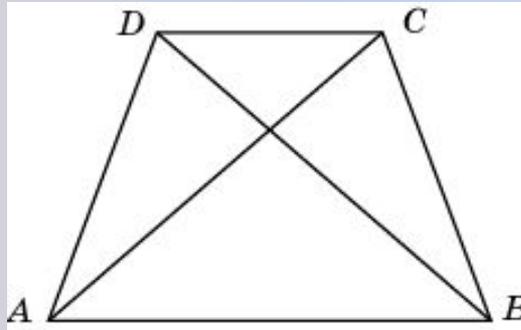
*Решение задач*

В четырехугольнике  $ABCD$   $AB = CD$  и  $AD = BC$ . Докажите, что угол  $A$  равен углу  $C$ .



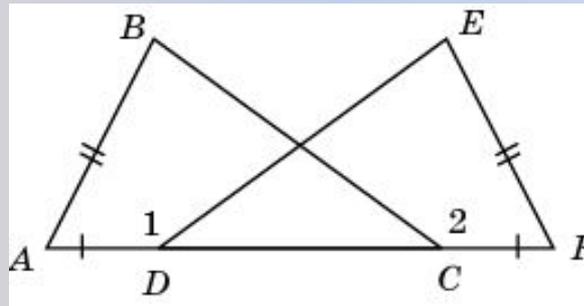
**Решение.** В четырехугольнике  $ABCD$  проведем диагональ  $BD$ . Треугольники  $ABD$  и  $CDB$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $AB = CD$ ,  $AD = BC$ ,  $BD$  – общая сторона). Следовательно, равны соответствующие углы  $A$  и  $C$  этих треугольников.

В четырехугольнике  $ABCD$   $AD = BC$  и  $AC = BD$ . Докажите, что угол  $BAD$  равен углу  $ABC$ .



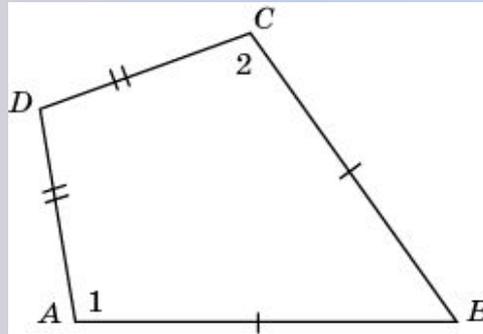
**Решение.** Треугольники  $ABC$  и  $BAD$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $AD = BC$ ,  $AC = BD$ ,  $AB$  – общая сторона). Следовательно, равны соответствующие углы  $BAD$  и  $ABC$ .

На рисунке  $AD = CF$ ,  $AB = FE$ ,  $BC = ED$ . Докажите, что угол 1 равен углу 2.



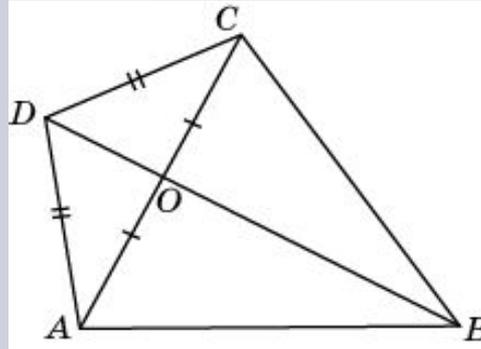
**Решение.** Из равенства отрезков  $AD$  и  $CF$  следует равенство отрезков  $AC$  и  $DF$ . Треугольники  $ABC$  и  $FED$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $AB = FE$ ,  $BC = ED$ ,  $AC = FD$ ). Следовательно, равны соответствующие углы  $ACB$  и  $FDE$  этих треугольников, а, значит, равны и смежные с ними углы 1 и 2.

На рисунке  $AB = BC$ ,  $AD = CD$ . Докажите, что угол 1 равен углу 2.



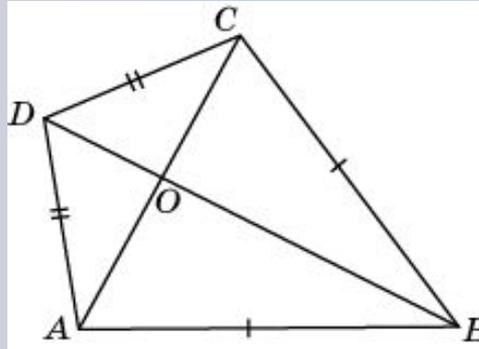
**Решение.** Проведем отрезок  $BD$ . Треугольники  $ABD$  и  $CBD$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $AB = CB$ ,  $AD = CD$ ,  $BD$  – общая сторона). Следовательно, равны соответствующие углы 1 и 2 этих треугольников.

На рисунке  $AD = CD$ ,  $AO = OC$ . Докажите, что  $AB = BC$ .



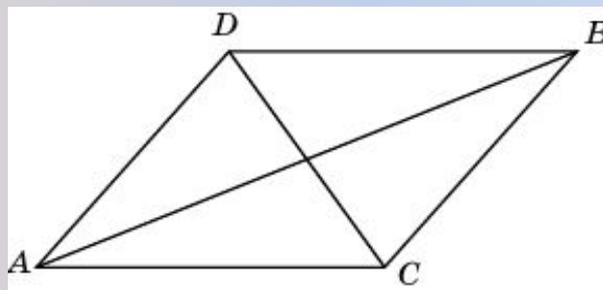
**Решение.** Треугольники  $AOD$  и  $COD$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $AO = CO$ ,  $AD = CD$ ,  $OD$  – общая сторона). Следовательно, равны соответствующие углы  $ADO$  и  $CDO$ . Треугольники  $ABD$  и  $CBD$  равны по первому признаку равенства треугольников ( $AD = CD$ ,  $BD$  – общая сторона, угол  $ADB$  равен углу  $CDB$ ). Следовательно, равны соответствующие стороны  $AB$  и  $BC$  этих треугольников.

На рисунке  $AB = BC$ ,  $AD = CD$ . Докажите, что  $AO = OC$ .



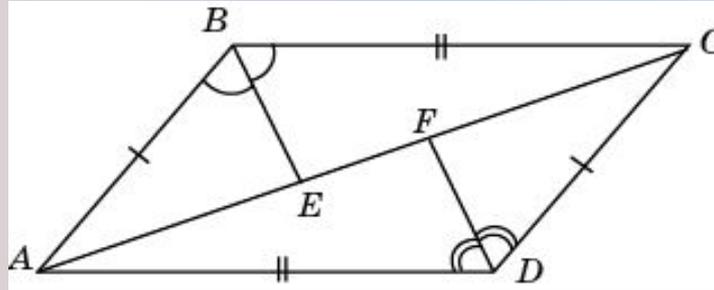
**Решение.** Треугольники  $ABD$  и  $CBD$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $AB = CB$ ,  $AD = CD$ ,  $BD$  – общая сторона). Следовательно, равны соответствующие углы  $ABO$  и  $CBO$ . Треугольники  $ABO$  и  $CBO$  равны по первому признаку равенства треугольников ( $AB = CB$ ,  $BO$  – общая сторона, угол  $ABO$  равен углу  $CBO$ ). Следовательно, равны соответствующие стороны  $AO$  и  $CO$  этих треугольников.

Треугольники  $ABC$  и  $BAD$  равны, причем точки  $C$  и  $D$  лежат по разные стороны от прямой  $AB$ . Докажите, что треугольники  $CBD$  и  $DAC$  равны.



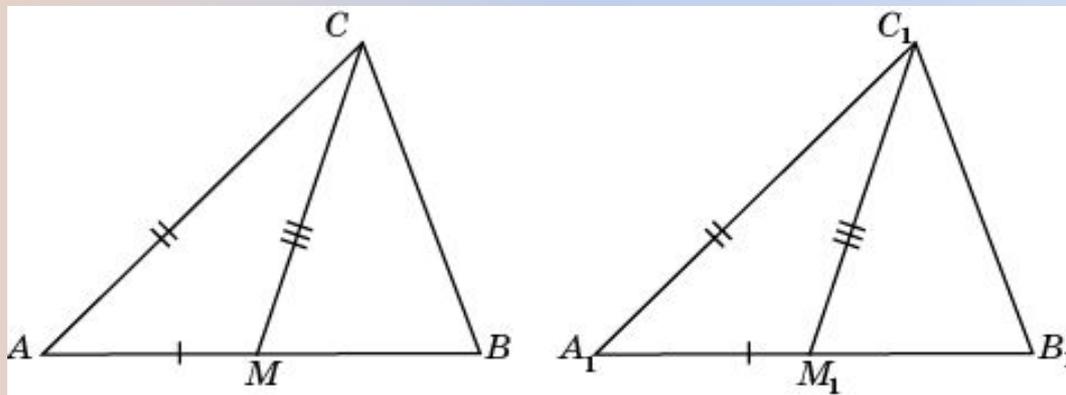
**Решение.** Из равенства треугольников  $ABC$  и  $BAD$  следует равенство соответствующих сторон  $AC$  и  $BD$ ,  $BC$  и  $AD$ . Треугольники  $CBD$  и  $DAC$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $CB = DA$ ,  $BD = AC$ ,  $CD$  – общая сторона).

На рисунке  $AB = CD$ ,  $AD = BC$ ,  $BE$  - биссектриса угла  $ABC$ , а  $DF$  - биссектриса угла  $ADC$ . Докажите, что треугольники  $ABE$  и  $CDF$  равны.



**Решение.** Треугольники  $ABC$  и  $ADC$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $AB = CD$ ,  $AD = BC$ ,  $AC$  – общая сторона). Следовательно, равны соответствующие углы  $ABC$  и  $CDA$ ,  $BAC$  и  $DCA$ . Из равенства углов  $ABC$  и  $CDA$  следует равенство углов  $ABE$  и  $CDF$ . Треугольники  $ABE$  и  $CDF$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $AB = CD$ , угол  $BAE$  равен углу  $DCF$ , угол  $ABE$  равен углу  $CDF$ ).

Докажите, что если две стороны и медиана, проведенная к одной из них, одного треугольника соответственно равны двум сторонам и медиане другого треугольника, то такие треугольники равны.



**Решение.** Пусть в треугольниках  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$   $AB = A_1B_1$ ,  $AC = A_1C_1$  и медиана  $CM$  равна медиане  $C_1M_1$ . Треугольники  $ACM$  и  $A_1C_1M_1$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $AM = A_1M_1$ ,  $AC = A_1C_1$ ,  $CM = C_1M_1$ ). Следовательно, угол  $A$  равен углу  $A_1$ . Треугольники  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  равны по первому признаку равенства треугольников ( $AB = A_1B_1$ ,  $AC = A_1C_1$ , угол  $A$  равен углу  $A_1$ ).