

Математическая обработка результатов исследований

1. Цель и задачи математической обработки результатов исследований.
2. Виды ошибок измерения. Оценка измеряемой величины и ее статистические величины.
3. Установление корреляционной и функциональной зависимости.

Целью эксперимента является:

- определение качественной и количественной связи между исследуемыми параметрами;
- оценка численного значения какого-либо параметра;
- определение неизвестной функциональной связи между переменными величинами на основе данных эксперимента

Целью математической обработки результатов эксперимента является представление результатов наблюдений в виде наиболее простой формулы с оценкой возможной погрешности ее использования, а не нахождение истинного характера зависимости между переменными или абсолютной величины какой-либо константы.

Под **измерением** понимают сравнение измеряемой величины с другой величиной, принятой за единицу измерения.

Различают два типа измерений:

- прямые
- косвенные.

При прямом измерении

измеряемая величина сравнивается непосредственно со своей единицей меры. Значение измеряемой величины отсчитывается при этом по соответствующей шкале прибора.

- *Пример: измерение промежутка времени при помощи часовых механизмов, температуры – термометром, силы тока – амперметром*

При косвенном измерении измеряемая величина определяется (вычисляется) по результатам измерений других величин, которые связаны с измеряемой величиной определенной функциональной зависимостью.

Пример: измерение скорости по пройденному пути и затраченному времени, измерение плотности тела по измерению массы и объема

Выделяют:

- **Статические измерения** - измерения, при которых измеряемая величина или параметр не изменяется в ходе опыта.
- **Динамические измерения** - измерения, при которых измеряемая величина изменяется в процессе опыта.

- **Погрешность измерения** — оценка отклонения измеренного значения величины от её истинного значения.
- *Погрешность измерения является характеристикой (мерой) точности измерения.*

- **Абсолютная погрешность** равна модулю разности между оценкой и границей интервала, т.е. полуширине доверительного интервала.
- **Относительная погрешность** равна отношению абсолютной погрешности к оценке истинного значения. Как правило, эту погрешность выражают в процентах.

- Величину, обратную относительной погрешности, называют **ТОЧНОСТЬЮ измерений.**

По влиянию на результат измерения можно выделить следующие классы погрешности:

1. Систематическая погрешность
2. Случайная погрешность
3. Промах (грубая ошибка)

- ***Систематическая погрешность*** - погрешность, остающаяся постоянной или закономерно изменяющаяся при повторении измерений.

- ***Случайная погрешность*** - погрешность, изменяющаяся случайным образом при повторении измерений.
- ***Промах (грубая ошибка)*** - погрешность, существенно превосходящая ожидаемую при заданных условиях.

По источникам погрешности различают следующие ее виды:

- **Методическая погрешность**
- **Инструментальная погрешность**
- **Дополнительная погрешность**

- ***Методическая погрешность*** - погрешность, обусловленная несовершенством метода измерений.
- ***Инструментальная погрешность*** - погрешность средств измерений (приборов).

- *Дополнительная погрешность* - погрешность, обусловленная влиянием факторов, которые не учтены в модели объекта измерения.

ВЫБОРОЧНЫЕ ОЦЕНКИ

- математическое ожидание

$$M_x = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$$

- дисперсия

$$D_x = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - M_x)^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x_i - M_x)^2 f(x)dx$$

- коэффициент асимметрии

$$A = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - M_x)^3}{\sigma_x^3}$$

ВЫБОРОЧНЫЕ ОЦЕНКИ

- коэффициент эксцесса

$$E = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - M_x)^4}{\sigma_x^4} - 3$$

- где - значение результата в i -ом опыте;
N - число результатов в массиве;

$\sigma_x = \pm \sqrt{D_x}$ - среднеквадратичное
ОТКЛОНЕНИЕ

Корреляция - статистическая взаимосвязь двух или нескольких случайных величин (либо величин, которые можно с некоторой допустимой степенью точности считать таковыми).

- *При этом, изменения одной или нескольких из этих величин приводят к систематическому изменению другой или других величин.*

- Математической мерой корреляции двух случайных величин служит **коэффициент корреляции.**

Коэффициент корреляции или парный коэффициент корреляции - это показатель характера взаимного стохастического влияния изменения двух случайных величин.

Коэффициент корреляции обозначается латинской буквой R или r и может принимать значения от -1 до $+1$.

- Если R близок к 0, то это указывает на отсутствие связи:
- при $R = 0.2 - 0.3$ – малая связь;
- при $R = 0,4 - 0,6$ – средняя связь;
- при $R = 0,7 - 0,9$ связь считается сильной.
- Знак минус или плюс у коэффициента корреляции R указывает на направление связи.
- Знак плюс означает, что связь между признаками X и Y прямая (положительная), знак минус - связь обратная (отрицательная).

Наиболее широко известен коэффициент корреляции Пирсона, характеризующий степень линейной зависимости между переменными.

Он определяется, как

$$r = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_i (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_i (y_i - \bar{y})^2}}$$

Корреляционный анализ — метод обработки статистических данных, заключающийся в изучении коэффициентов корреляции между переменными. При этом сравниваются коэффициенты корреляции между одной парой или множеством пар признаков для установления между ними статистических взаимосвязей.

Цель корреляционного анализа — обеспечить получение некоторой информации об одной переменной с помощью другой переменной.

В случаях, когда возможно достижение цели, говорят, что переменные коррелируют.

В самом общем виде принятие гипотезы о наличии корреляции означает что изменение значения переменной А, произойдет одновременно с пропорциональным изменением значения Б.

- Корреляция отражает лишь линейную зависимость величин, но не отражает их функциональной связности.
- *Например, если вычислить коэффициент корреляции между величинами $A = \sin(x)$ и $B = \cos(x)$, то он будет близок к нулю, то есть (линейная) зависимость между величинами отсутствует. Между тем, величины A и B очевидно связаны функционально по закону $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$.*

Функциональная зависимость

- форма устойчивой взаимосвязи между объективными явлениями или отражающими их величинами, при которой изменение одних явлений вызывает определенное количественное изменение другой.

Функциональная зависимость

проявляется в виде законов и отношений, обладающих точной количественной определенностью.

- Может быть выражена в виде уравнений, объединяющих данные величины или явления как функцию и аргумент.

Функциональная зависимость

может характеризовать связь:

- 1) между свойствами и состояниями материальных объектов и явлений;
- 2) между самими объектами, явлениями или же материальными системами в рамках целостной системы более высокого порядка;

Функциональная зависимость

может характеризовать связь:

- 3) между объективными количественными законами, находящимися в отношении субординации, в зависимости от их общности и сферы действия;
- 4) между абстрактными математическими величинами, множествами, функциями или структурами, безотносительно к тому, что они выражают.