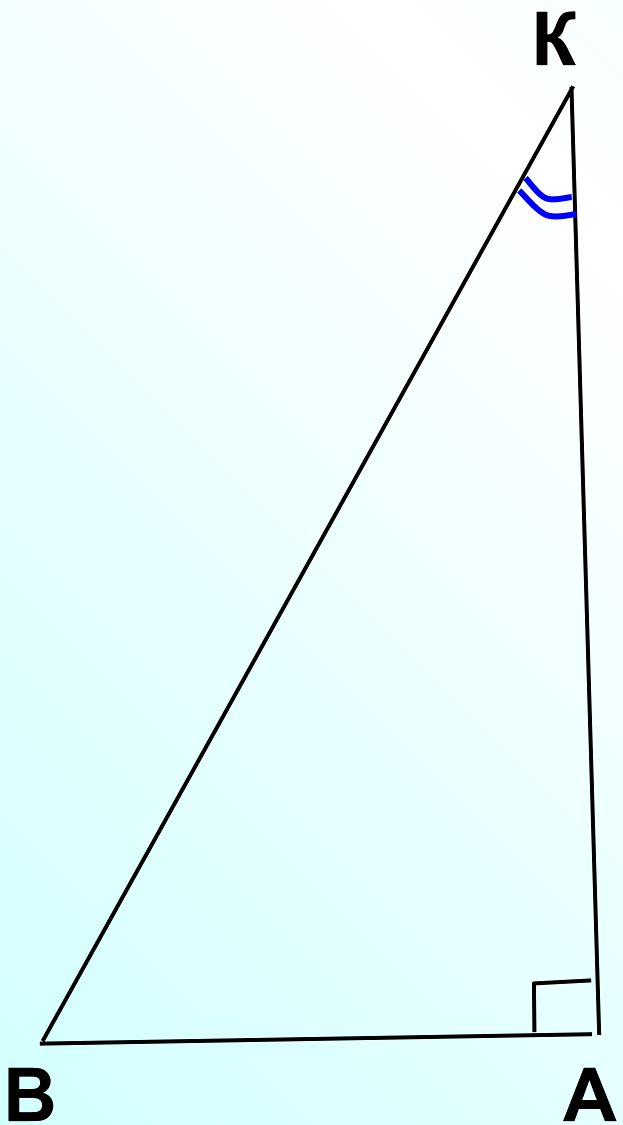
Савченко Е.М., учитель математики, МОУ гимназия № , г. Полярные Зори, Мурманской обл.

Синус, косинус и тангенс угла

Л.С. Атанасян "Геометрия 7-9"

Повторение



Найти $\sin K, \quad \cos K, \quad tgK$

$\sin B, \quad \cos B, \quad tgB$

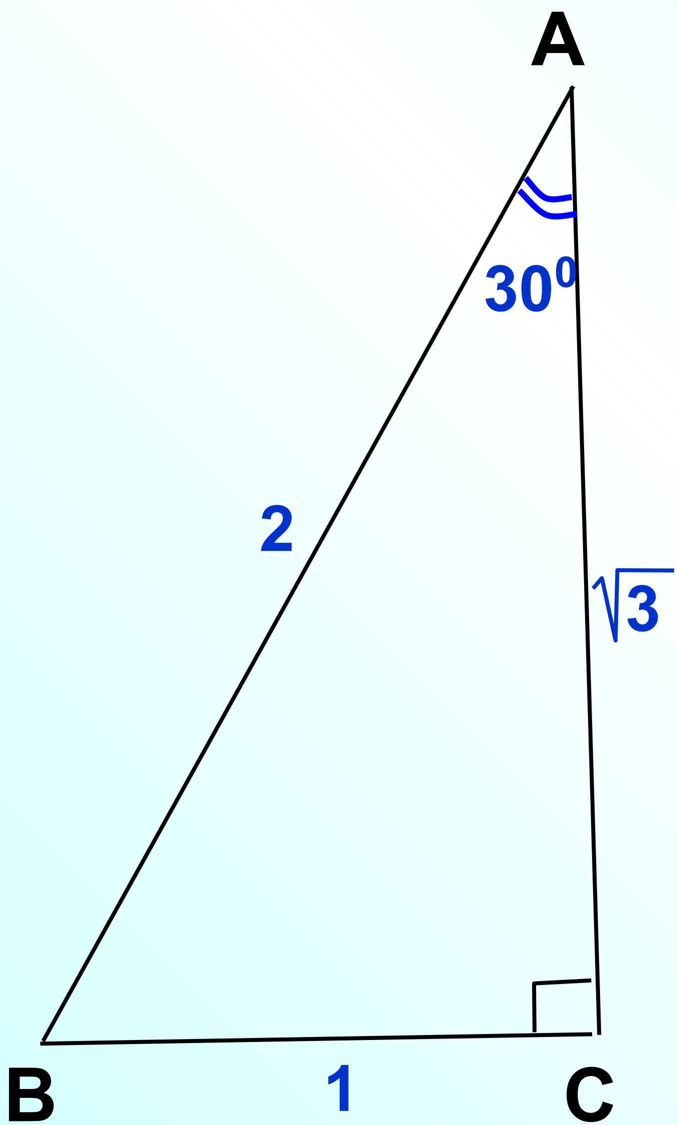
$$\sin K = \frac{AB}{KB} = \cos B \qquad \sin B = \frac{AK}{KB}$$

$$\cos K = \frac{AK}{KB} = \sin B \qquad \cos B = \frac{AB}{KB}$$

$$tgK = \frac{AB}{KA} \qquad tgB = \frac{KA}{AB}$$

$$tgK = \frac{1}{tgB}$$

Повторение



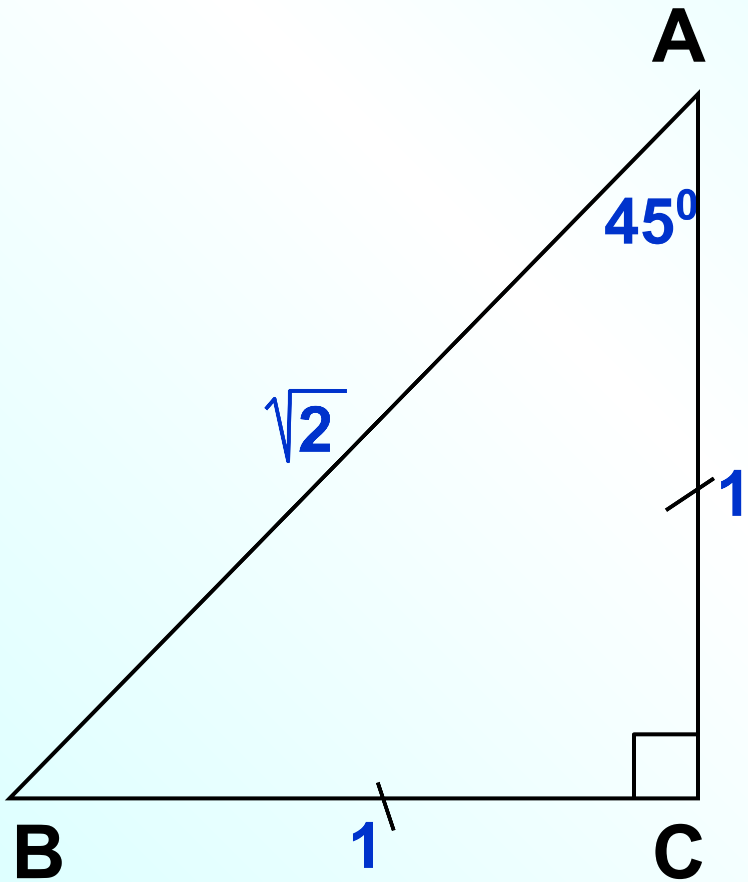
$$\sin 30^0 = \frac{1}{2} = \cos 60^0$$

$$\cos 30^0 = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60^0$$

$$tg\,30^0 = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$tg\,60^0 = \frac{1}{tg\,30^0} = \sqrt{3}$$

Повторение

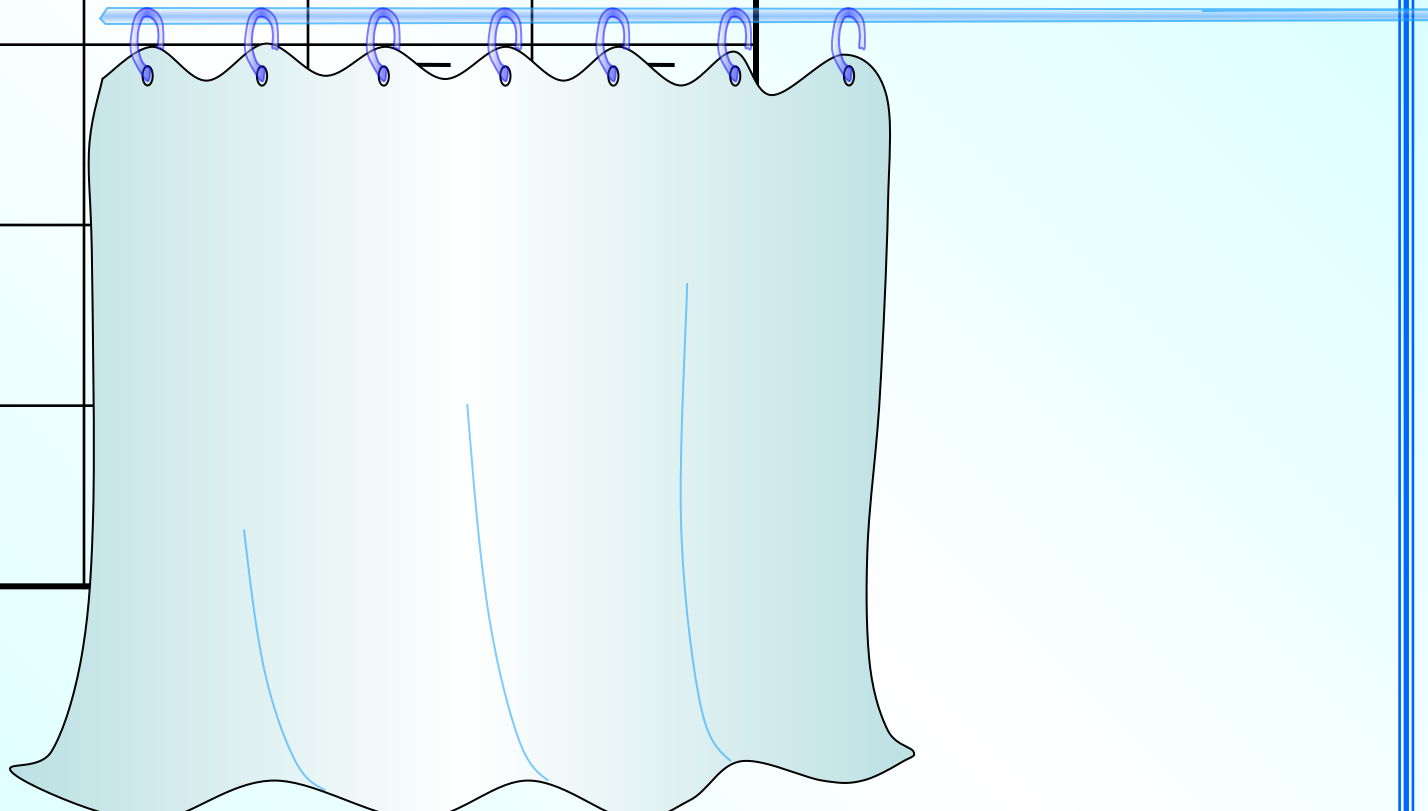


$$\sin 45^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 45^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

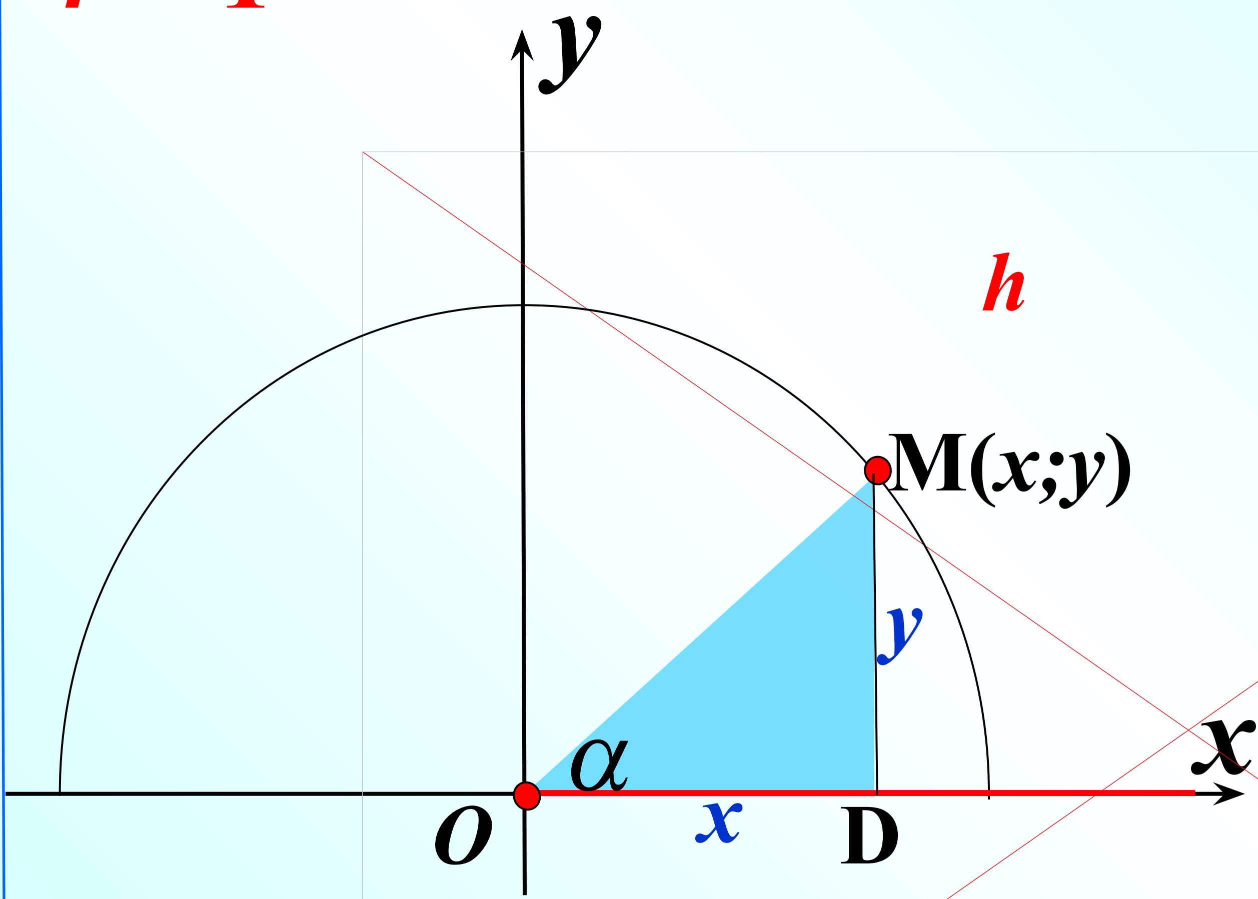
$$tg 45^0 = 1$$

	30^0	45^0	60^0
$\sin\alpha$			
$\cos\alpha$			
$tg\alpha$			



Единичная полуокружность

$r = 1$



$$\sin\alpha = \frac{MD}{OM}$$

$$\sin\alpha = \frac{y}{1}$$

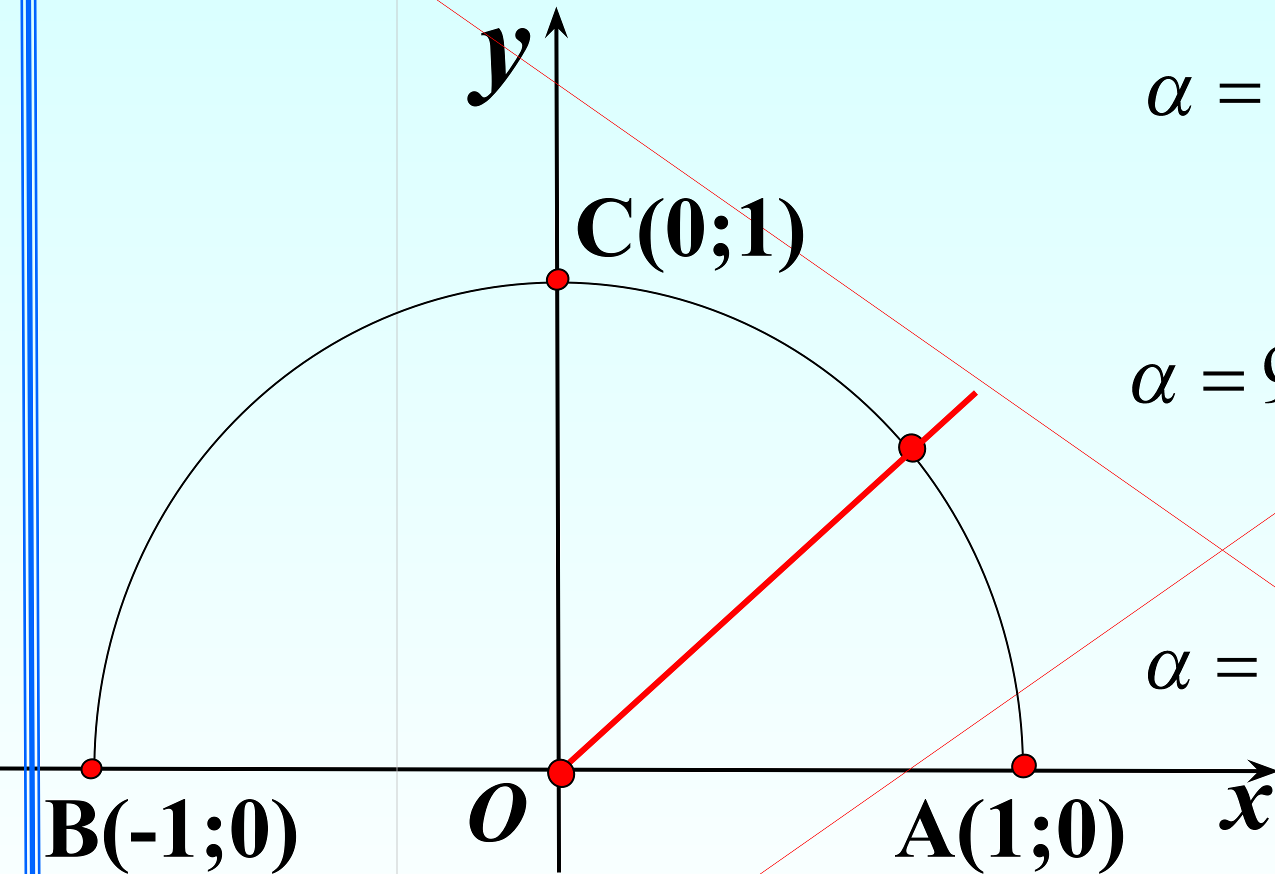
$$\boxed{\sin\alpha = y}$$ *

$$\cos\alpha = \frac{OD}{OM}$$

$$\cos\alpha = \frac{x}{1}$$

$$\boxed{\cos\alpha = x}$$ *

Для любого угла α из промежутка $0^0 \le \alpha \le 180^0$ синусом угла α называется ордината y точки М, а косинусом угла α – абсцисса x точки М. **!**



$\alpha = 0^0$

$\sin 0^0 = 0,$

$\cos 0^0 = 1,$

$\alpha = 90^0$

$\sin 90^0 = 1,$

$\cos 90^0 = 0,$

$\alpha = 180^0$

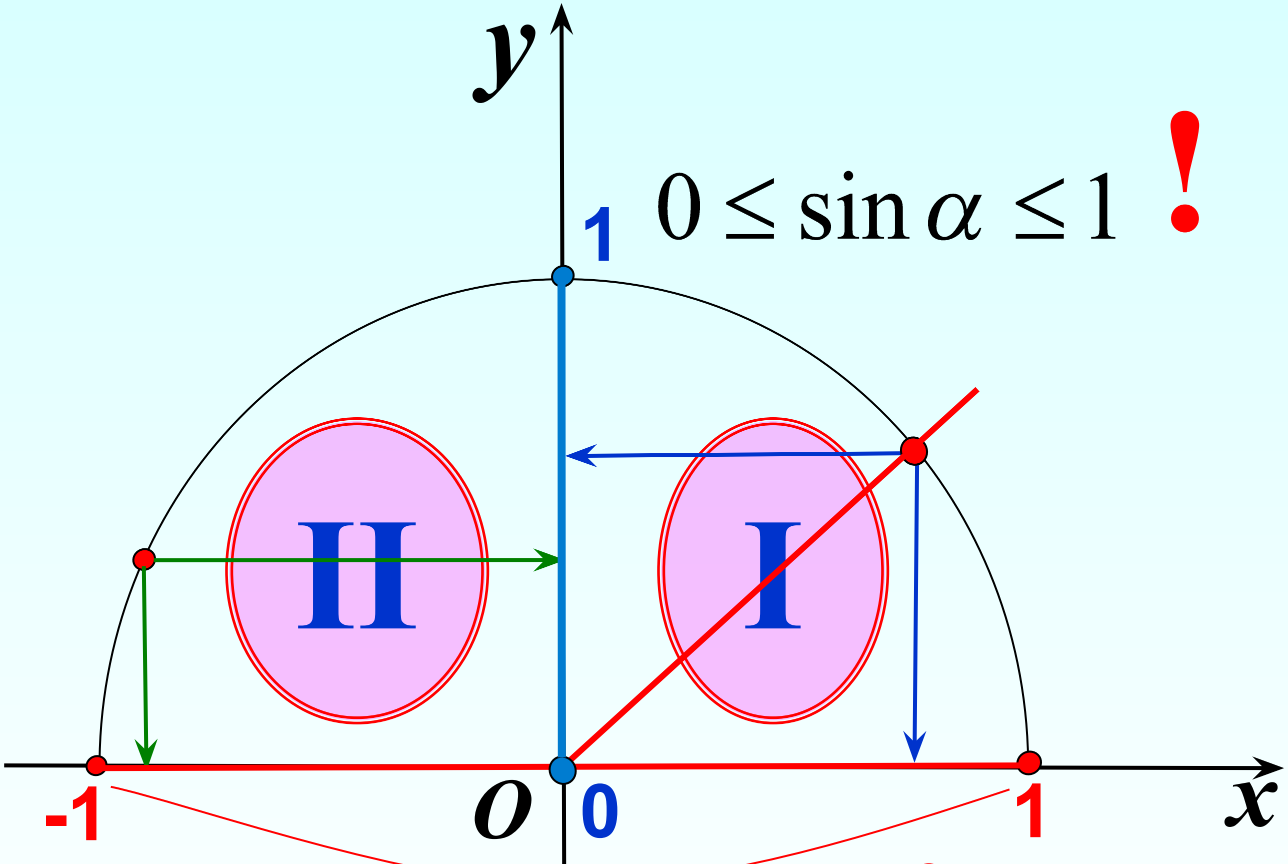
$\sin 180^0 = 0,$

$\cos 180^0 = -1.$

Если угол α **острый, то** $\sin\alpha > 0$ **и** $\cos\alpha > 0$ **!**

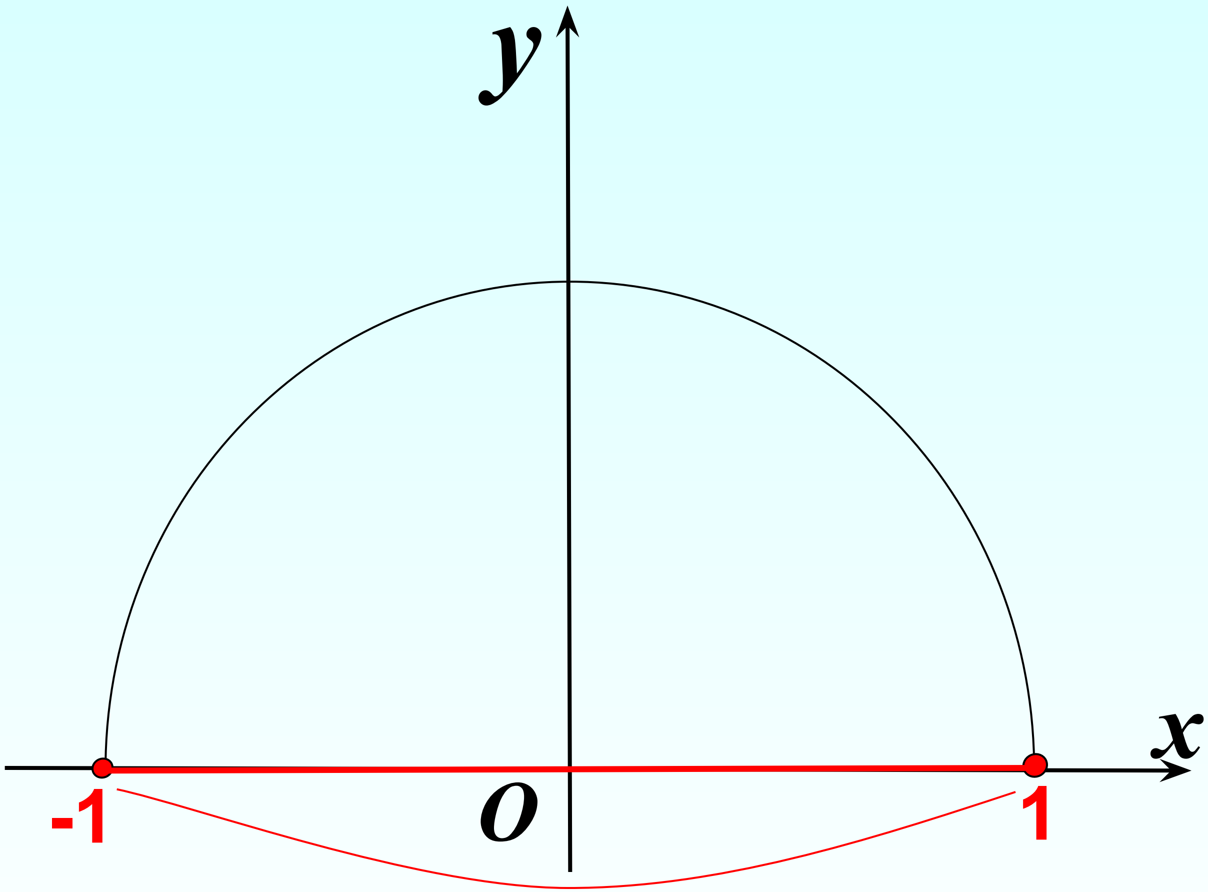
Если угол α **тупой, то** $\sin\alpha > 0$ **и** $\cos\alpha < 0$

$$0 \le \sin\alpha \le 1 \;!$$



$$-1 \le \cos\alpha \le 1 \;!$$

№ 1011 Может ли абсцисса точки единичной полуокружности иметь значения



$$-1 \le \cos\alpha \le 1$$

$0{,}3 \in [-1;1]$

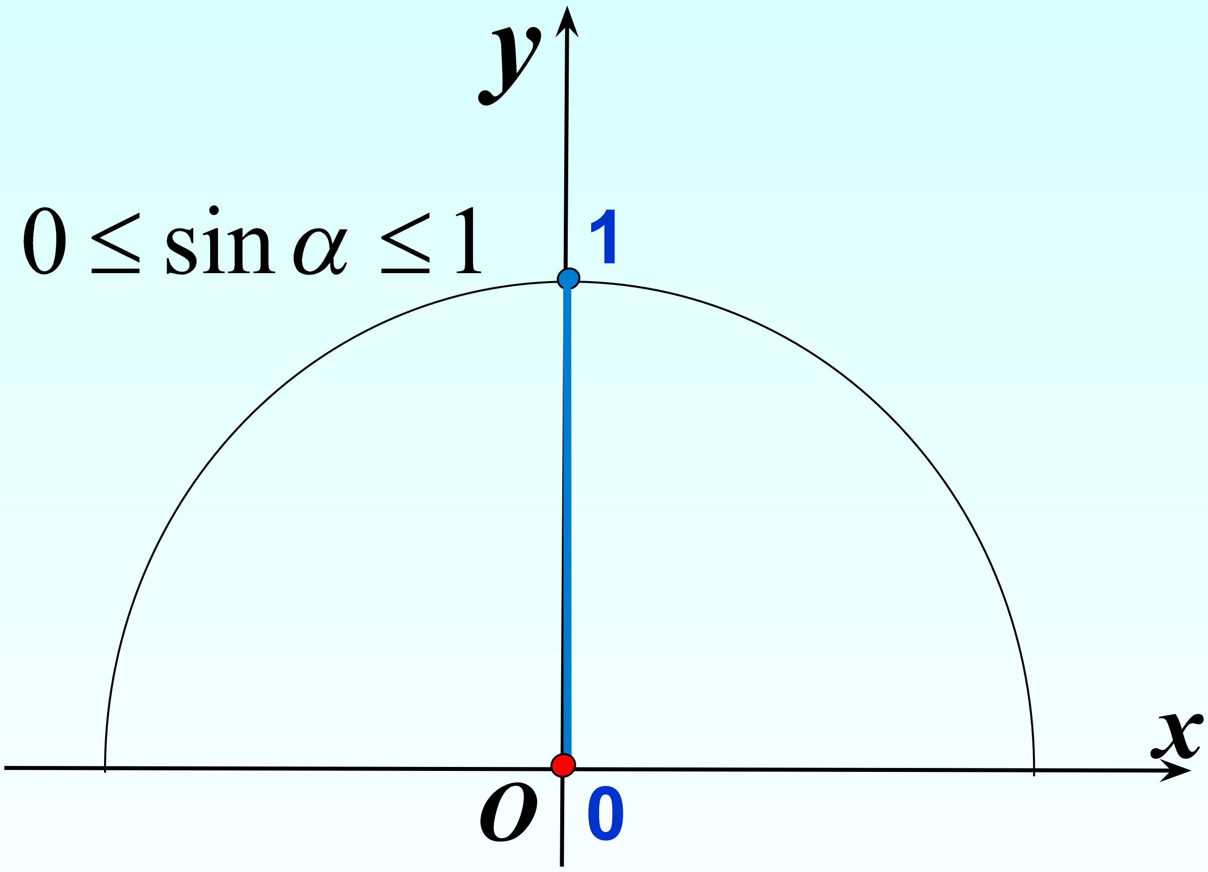
$-2{,}8 \notin [-1;1]$

$\frac{1}{3} \in [-1;1]$

$-\frac{1}{3} \in [-1;1]$

$1\frac{2}{3} \notin [-1;1]$

№ 1011 Может ли ордината точки единичной полуокружности иметь значения



$$0 \le \sin\alpha \le 1$$

$0{,}6 \in [0;1]$

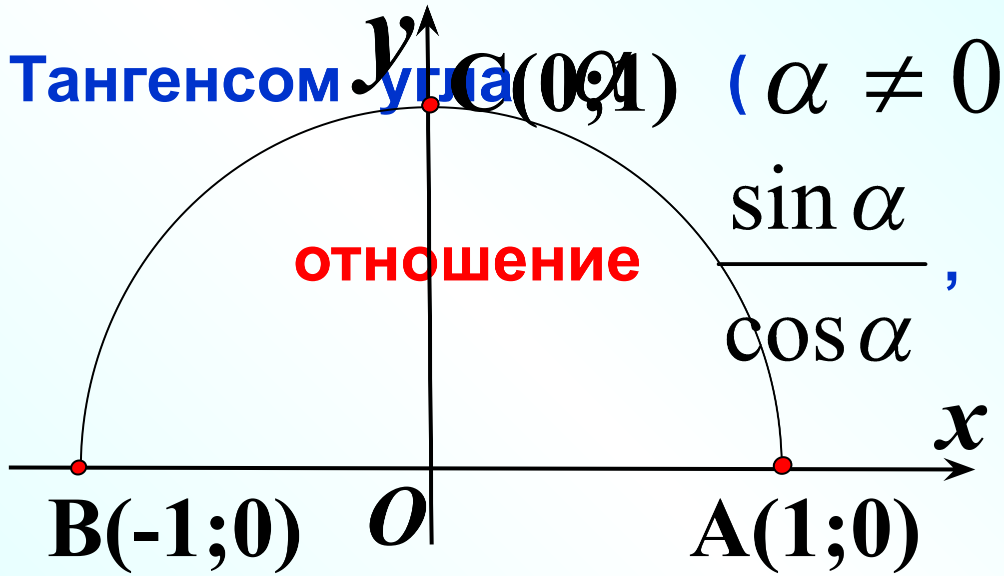
$-0{,}3 \notin [0;1]$

$7 \notin [0;1]$

$\frac{1}{7} \in [0;1]$

$1{,}002 \notin [0;1]$

Тангенсом угла ($\alpha \neq 0$) называется отношение $\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$, т. е. $tg\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ *

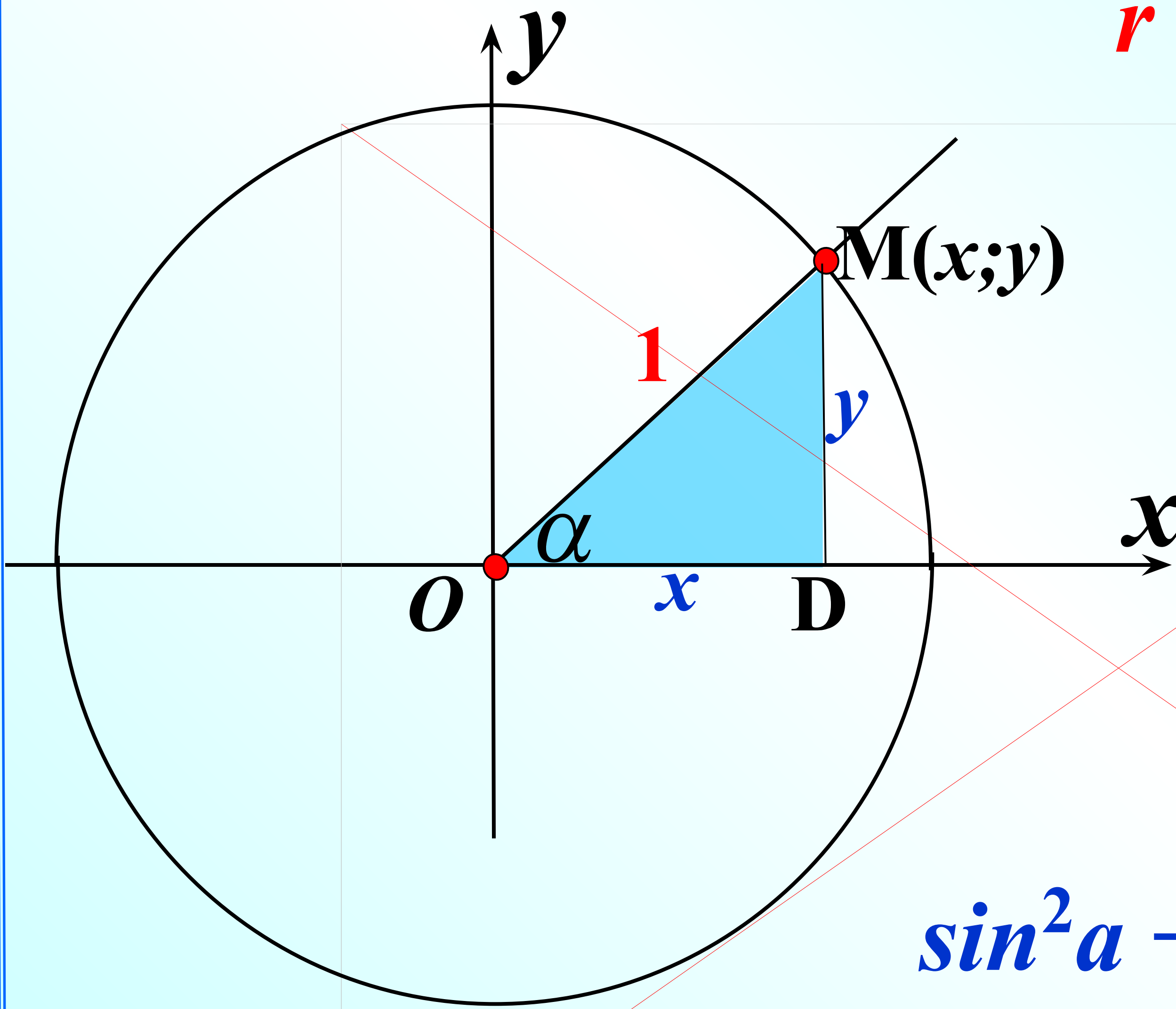


$\boxed{\sin\alpha = y}$

$\boxed{\cos\alpha = x}$

	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0	180^0
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	–1
$tg\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–	0

Основное тригонометрическое тождество



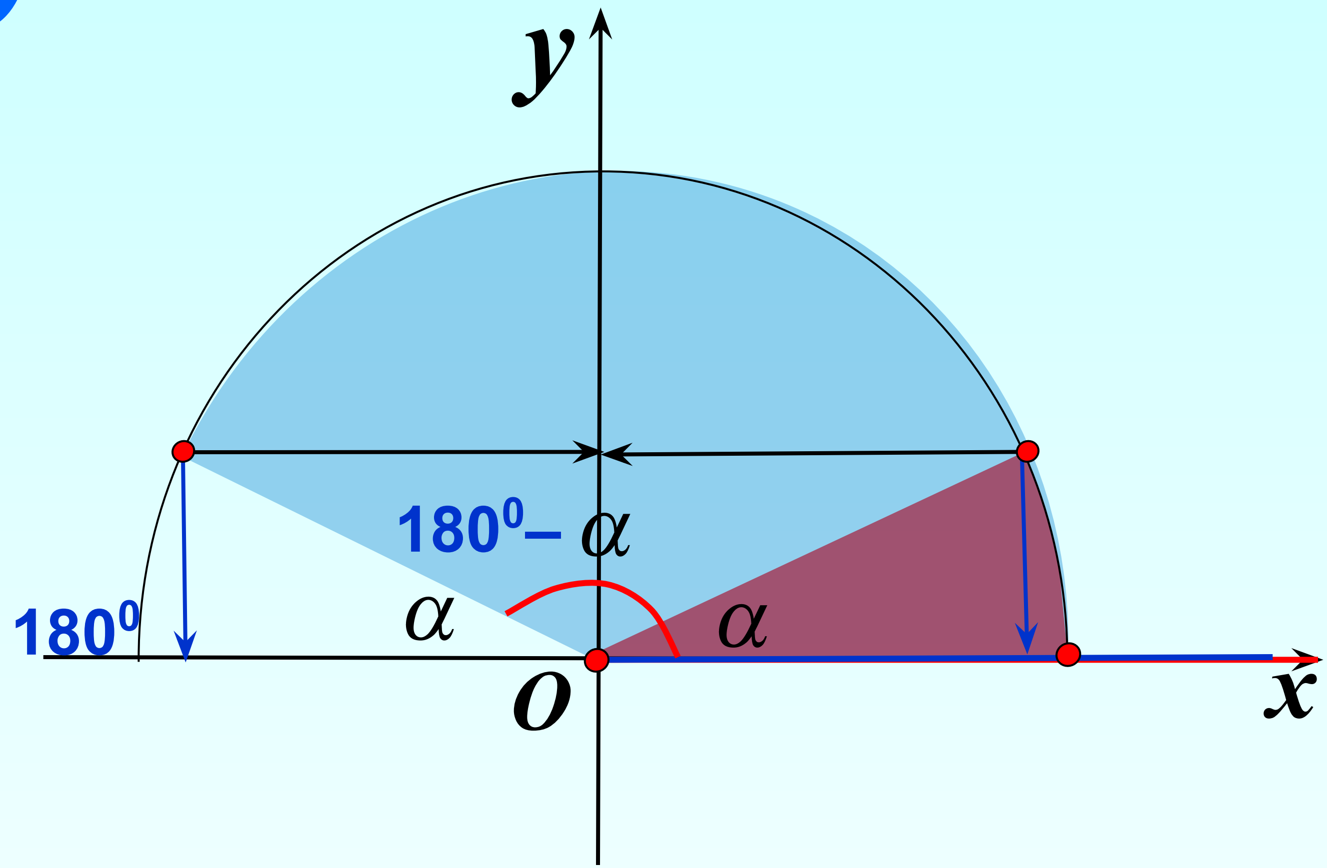
$r = 1$ C(0; 0)

$x^2 + y^2 = 1$

$\boxed{\cos\alpha = x}$

$\boxed{\sin\alpha = y}$

$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$ *



Формулы приведения

$$\sin(180^0 - \alpha) = \sin\alpha \quad *$$

$$\cos(180^0 - \alpha) = -\cos\alpha \quad *$$

Применение формулы приведения

$$\boxed{\sin(180^0-\alpha) = \sin\alpha}$$

$$\sin 120^0 = \sin(180^0 - 60^0) = \sin 60^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Синус тупого угла равен синусу смежного с ним острого угла. Вычислим быстро!

$$\sin 150^0 = \sin 30^0 = \frac{1}{2}$$

$$\sin 135^0 = \sin 45^0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Применение формулы приведения

$$\boxed{\cos(180^0-\alpha) = -\cos\alpha}$$

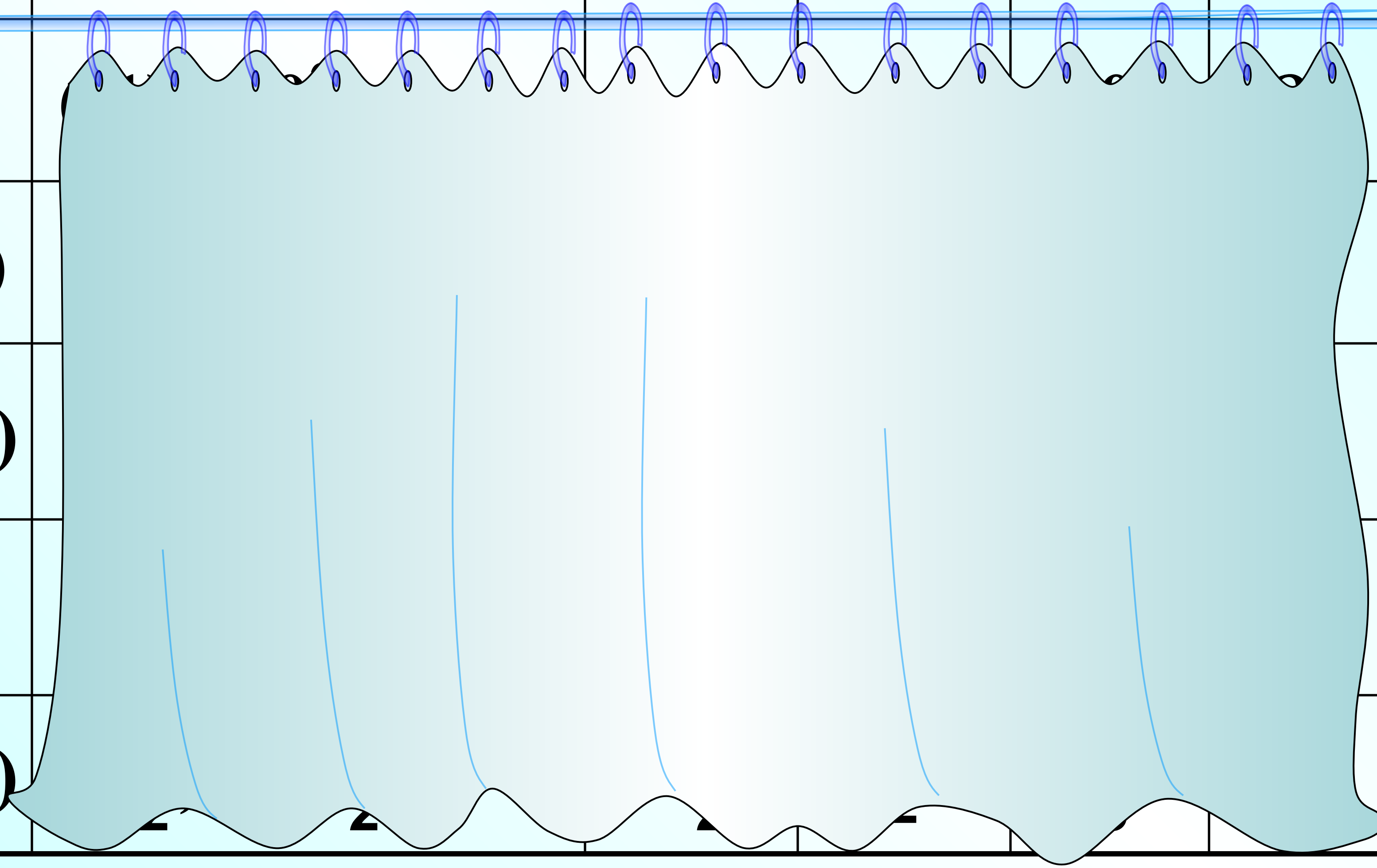
$$\cos 120^0 = \cos(180^0-60^0) = -\cos 60^0 = -\frac{1}{2}$$

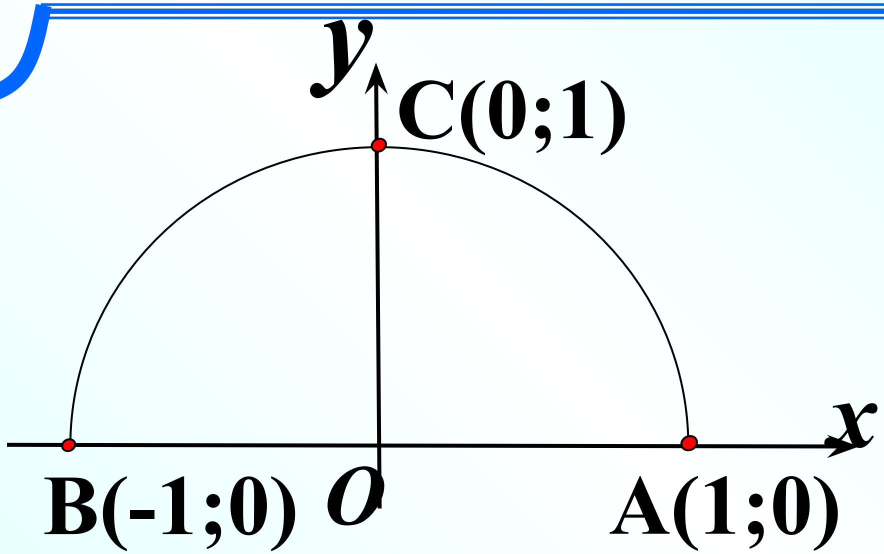
Косинус тупого угла равен «–» косинусу смежного с ним острого угла. Вычислим быстро!

$$\cos 150^0 = -\cos 30^0 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 135^0 = -\cos 45^0 = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

точка	$sin^2a + cos^2a = 1$	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$tg\alpha$	четв.
$M_1(1;\ 0)$	$1^2 + 0^2 = 1$	1	0	0	Ox
$M_2(0;\ 1)$	$0^2 + 1^2 = 1$	0	1	–	Oy
$M_3(-1;0)$					
$M_4(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2})$					
$M_5(-\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2})$					
$M_6(\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{2})$					
$M_7(-\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2})$					

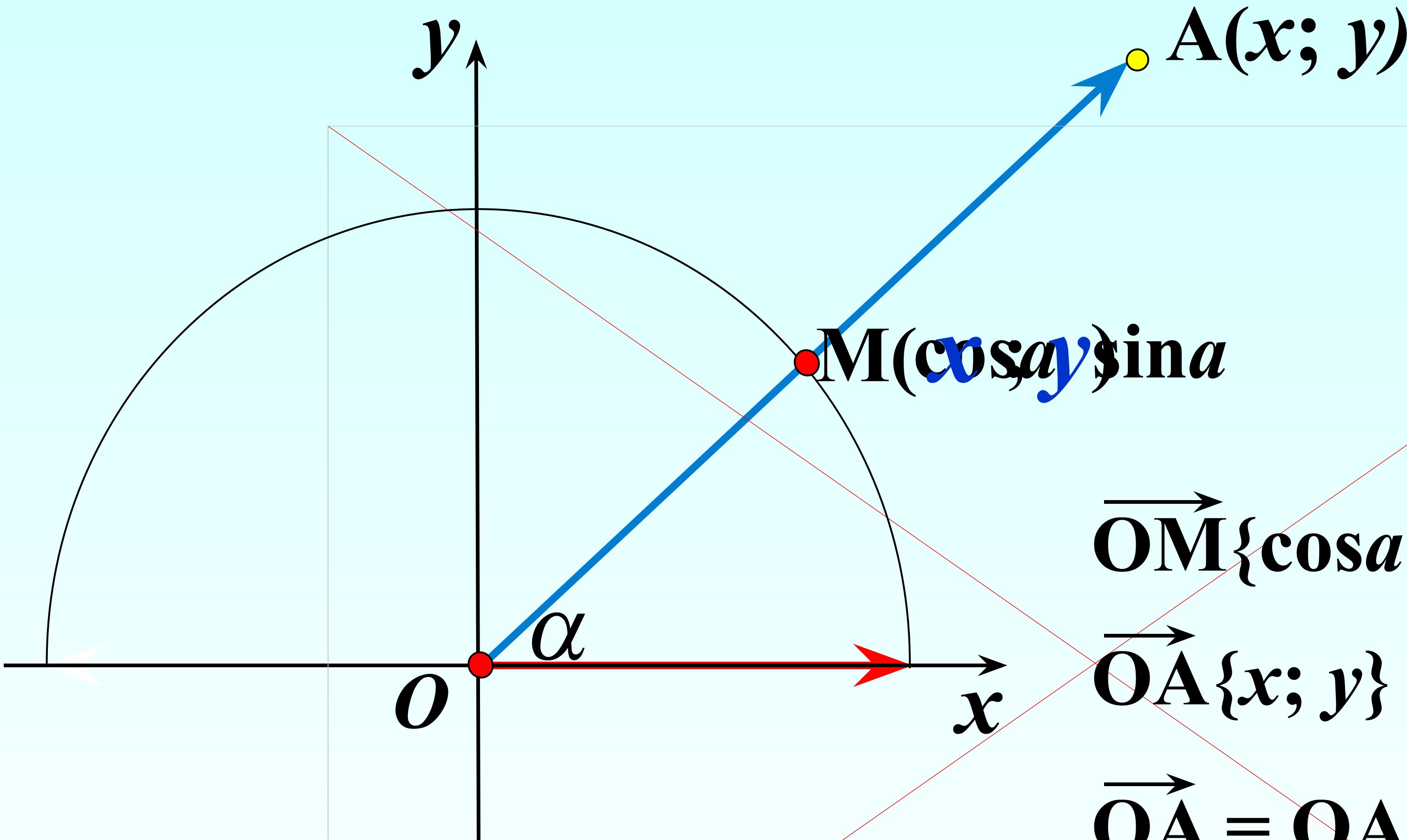




	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0	180^0
$\sin\alpha$						
$\cos\alpha$						
$tg\alpha$						

Вводите ответы в текстовые поля, не делая пробелов

Формулы для вычисления координат точки



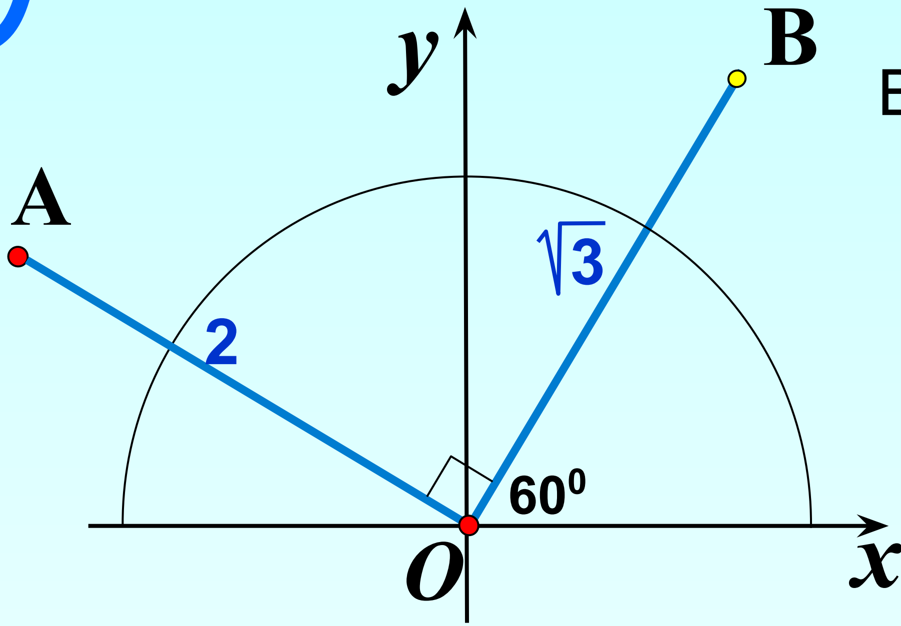
$\overrightarrow{OM}\{\cos a;\ \sin a\}$

$\overrightarrow{OA}\{x;\ y\}$

$\overrightarrow{OA} = OA \cdot \overrightarrow{OM}$

* $\boxed{x = OA \cdot \cos a}$

* $\boxed{y = OA \cdot \sin a}$



Вычислите координаты точек А и В, если ОА=2, ОВ=$\sqrt{3}$, $\angle$ВОС=60^0, ОВ $\perp$ОА.

* $x = OA \cdot \cos a$

* $y = OA \cdot \sin a$

$OB = \sqrt{3}, \ \alpha = 60^0$

$x = \sqrt{3} \cdot \cos 60^0 = \sqrt{3} \cdot (\frac{1}{2}) = \frac{\sqrt{3}}{2};$

$B(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{3}{2})$

$y = \sqrt{3} \cdot \sin 60^0 = \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2};$

$OA = 2, \ \alpha = 150^0$

$x = 2 \cdot \cos 150^0 = 2 \cdot (-\frac{\sqrt{3}}{2}) = -\sqrt{3};$

$A(-\sqrt{3}; 1)$

$y = 2 \cdot \sin 150^0 = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$

№1018 Угол между лучом ОА, пересекающим единичную полуокружность, и положительной полуосью Ox равен α. Найдите координаты точки А.

✻ $\boxed{x = OA \cdot \cos\alpha}$ ✻ $\boxed{y = OA \cdot \sin\alpha}$

$OA = 3, \quad \alpha = 45^0$

$$x = 3 \cdot \cos 45^0 = 3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2};$$

$$y = 3 \cdot \sin 45^0 = \frac{3\sqrt{2}}{2} \qquad A\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}; \frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$$

$OA = 5, \quad \alpha = 150^0$

$$x = 5 \cdot \cos 150^0 = 5 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{5\sqrt{3}}{2};$$

$$y = 5 \cdot \sin 150^0 = 5 \cdot \frac{1}{2} \qquad A\left(-\frac{5\sqrt{3}}{2}; \frac{5}{2}\right)$$

$OA = 2, \quad \alpha = 30^0$

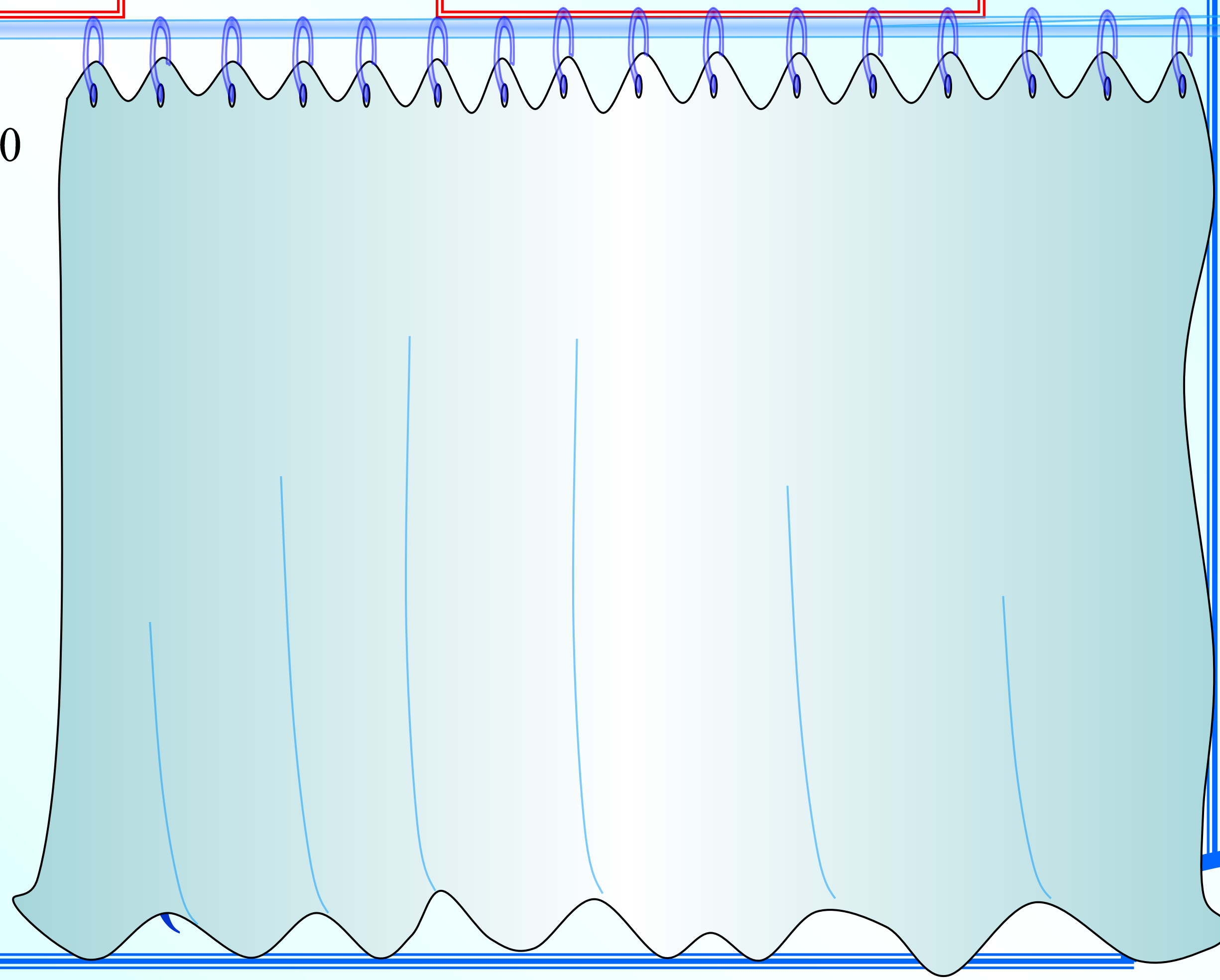
$$x = 2 \cdot \cos 30^0 = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3};$$

$$y = 2 \cdot \sin 30^0 = 2 \cdot \frac{1}{2} \qquad A(\sqrt{3}; 1)$$

№1018 Угол между лучом OA, пересекающим единичную полуокружность, и положительной полуосью Ox равен α. Найдите координаты точки A.

* $x = OA \cdot \cos a$

* $y = OA \cdot \sin a$



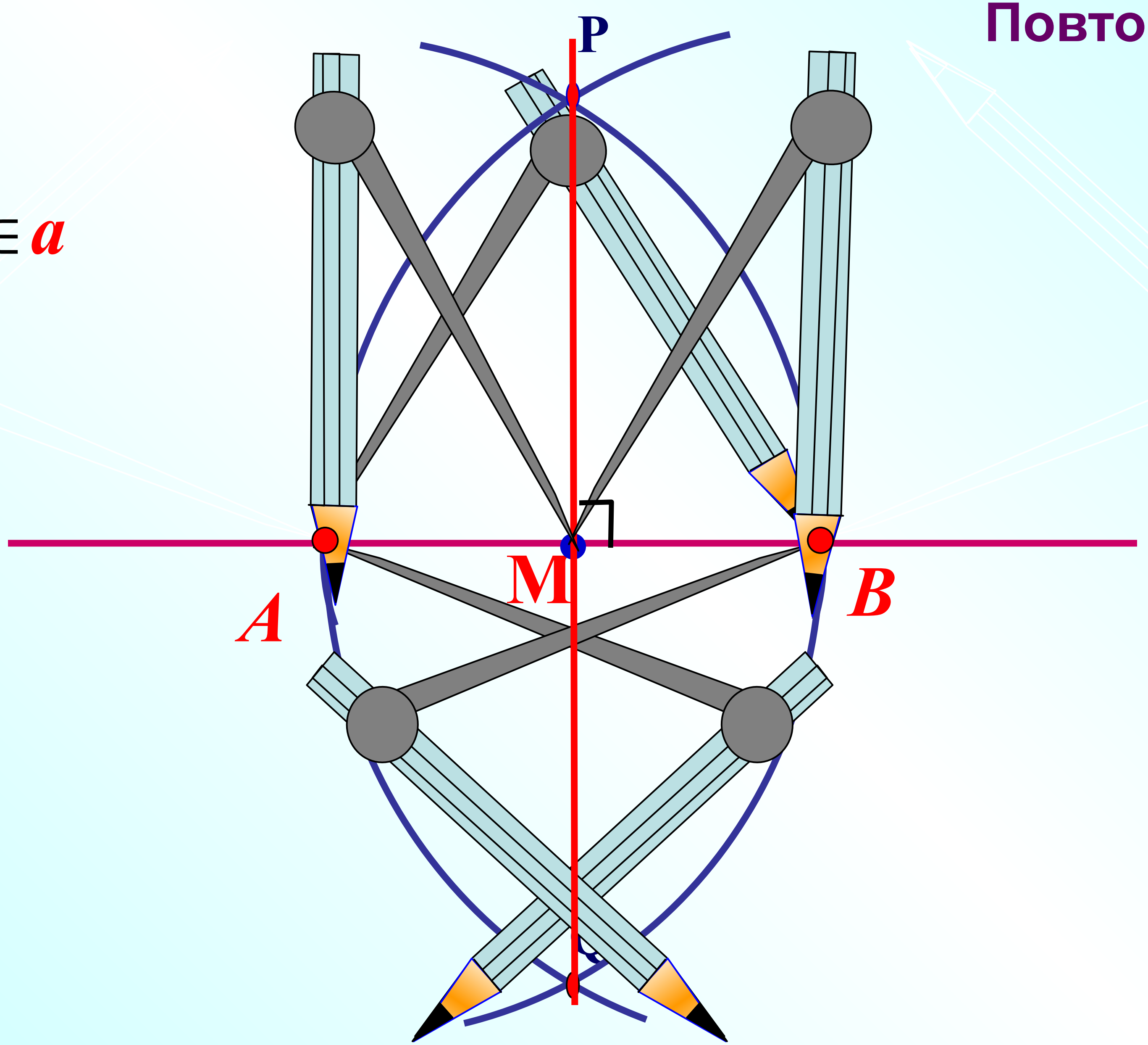
$OA = 1{,}5,\ \alpha = 90^0$

$OA = 1,\ \alpha = 180^0$

Построение перпендикулярных прямых.

Повторение

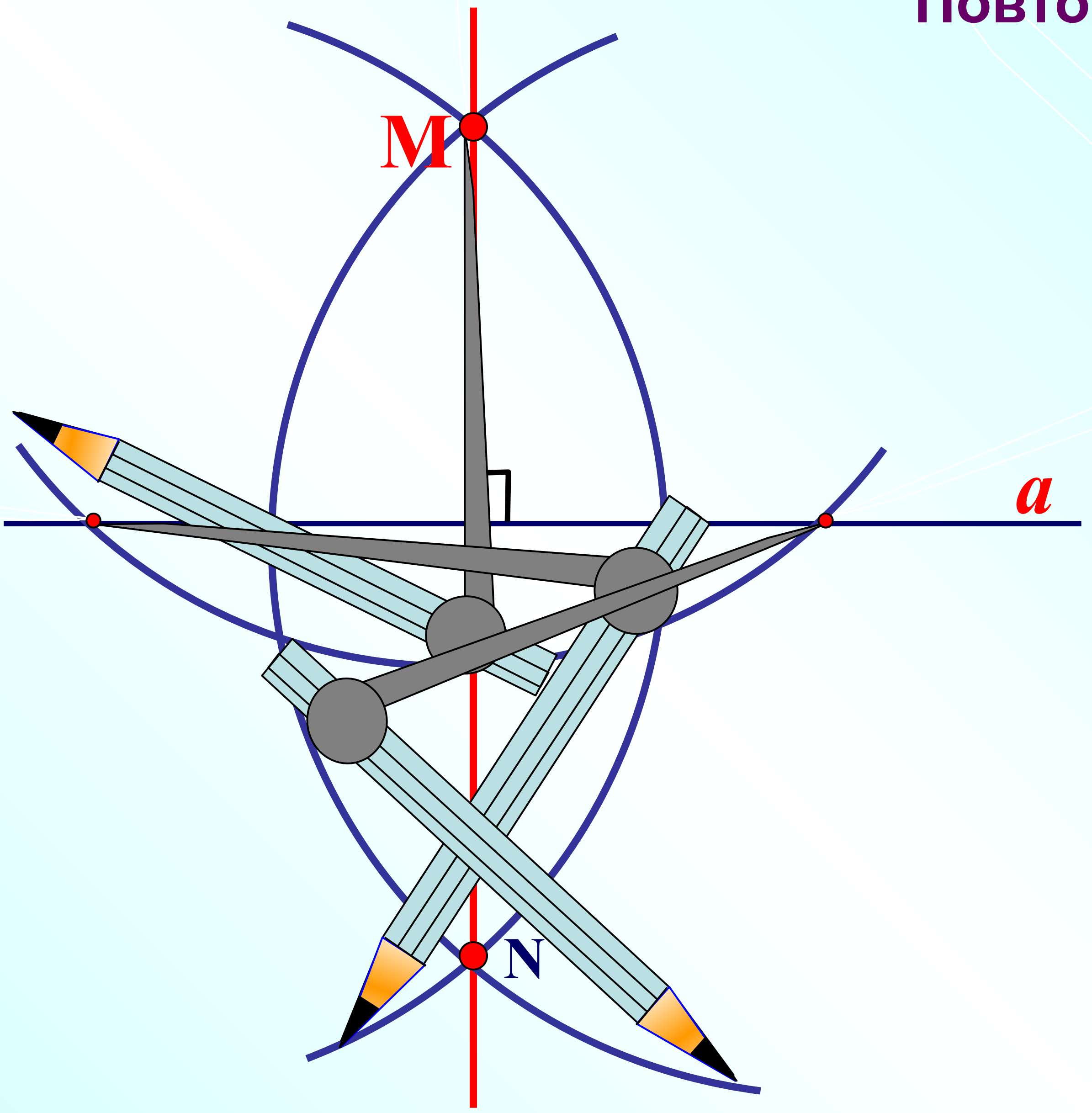
$M \in a$



Построение перпендикулярных прямых.

Повторение

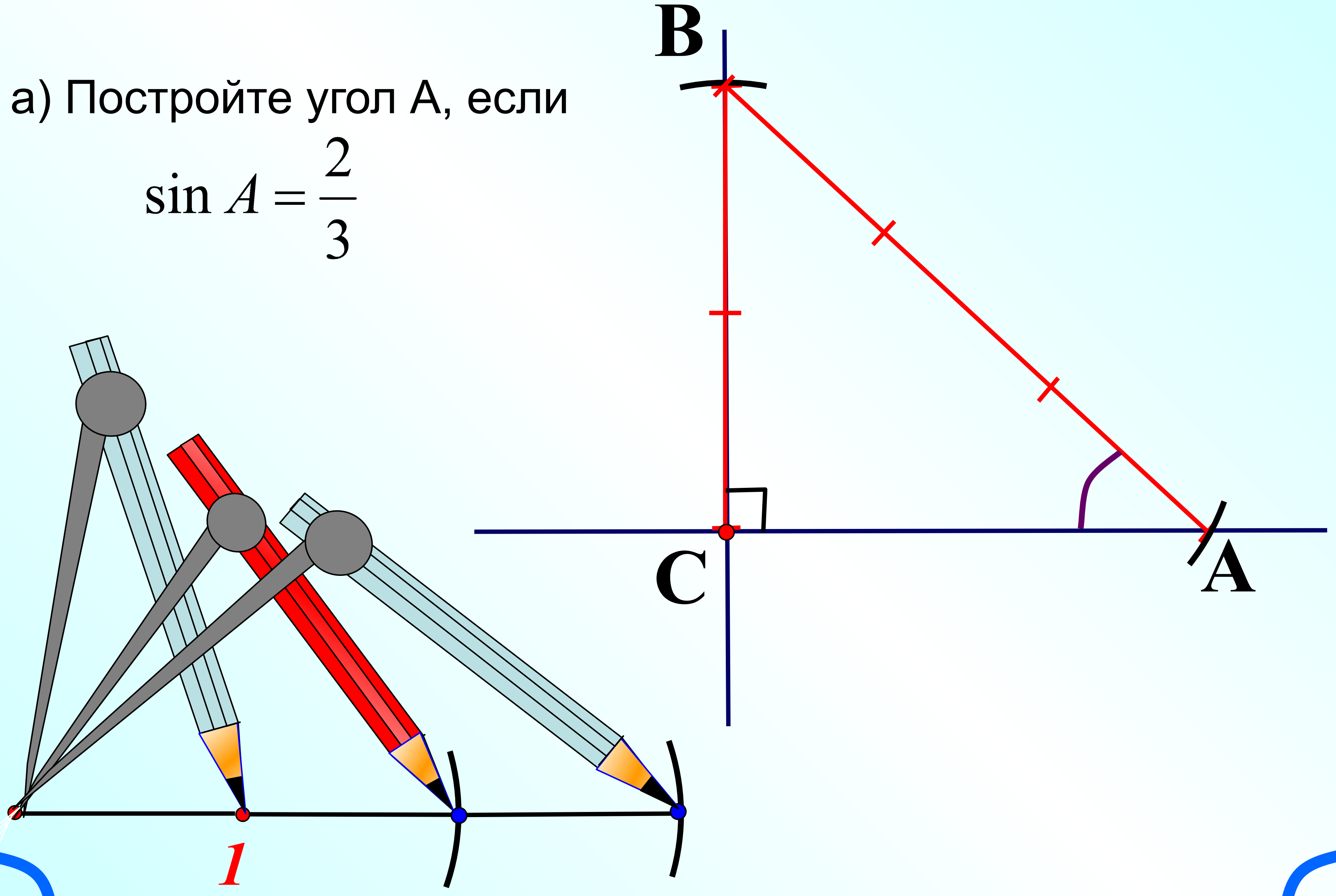
$M \notin a$



№ 1017

а) Постройте угол А, если

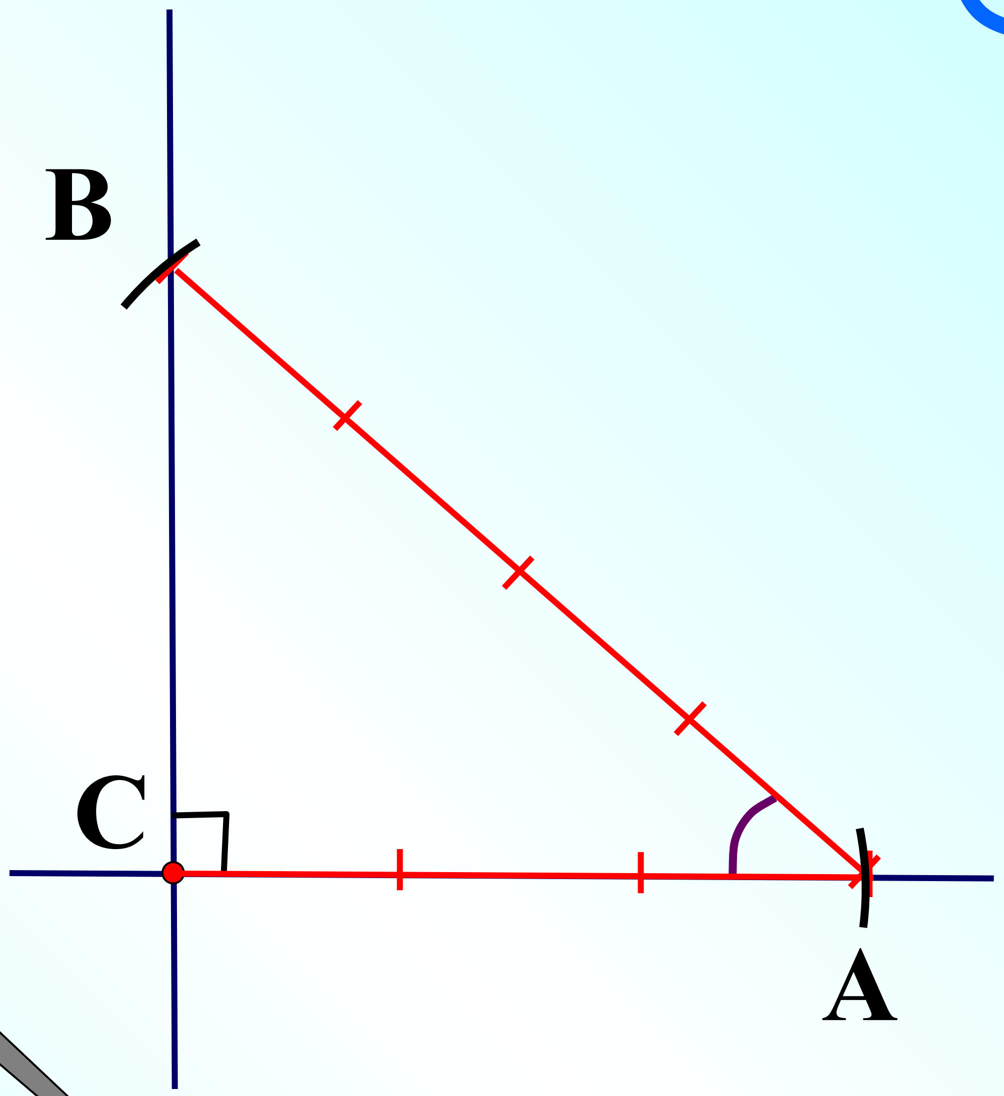
$$\sin A = \frac{2}{3}$$

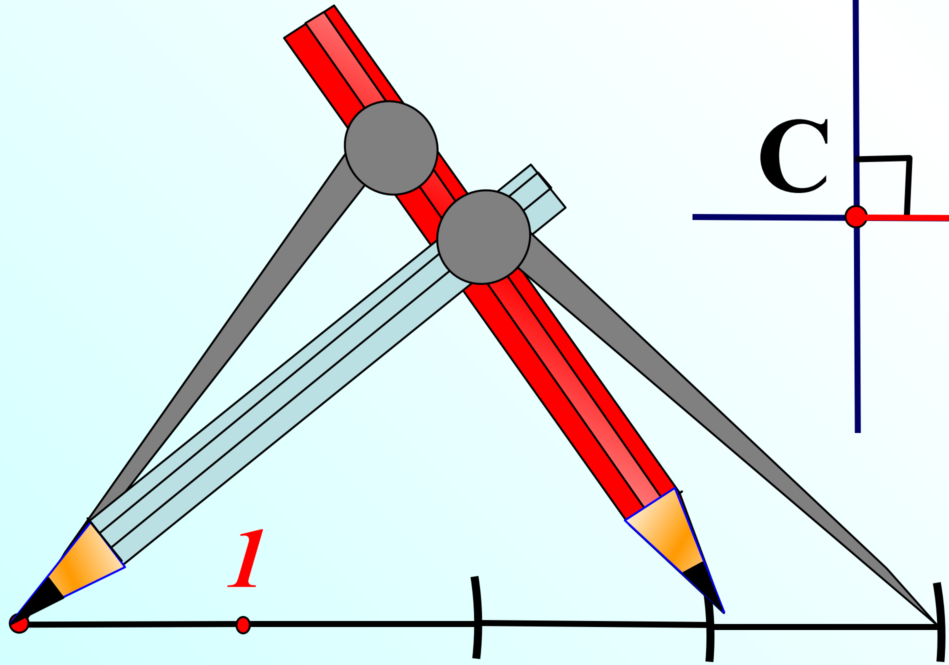


№ 1017

б) Постройте угол А, если

$$\cos A = \frac{3}{4}$$





№ 1017

в) Постройте угол А, если

$$\cos A = -\frac{2}{5}$$