

*Решение
показательных
уравнений.*



№ 455

a) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\sin x}$

Решение: $D(y) = \mathbb{R}$

$$-1 \leq \sin x \leq 1$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2; \quad \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{2}$$

$$\max_{(-\infty; \infty)} y(x) = 2; \quad \min_{(-\infty; \infty)} y(x) = \frac{1}{2}$$

б) $y = 5 + 3^{|\cos x|}$

Решение: $D(y) = \mathbb{R}$

$$-1 \leq \cos x \leq 1$$

$$0 \leq |\cos x| \leq 1$$

$$5 + 3^{|\cos x|} = 5 + 3^0 = 5 + 1 = 6; \quad 5 + 3^{|\cos x|} = 5 + 3^1 = 8$$

$$\max y(x) = 8; \quad \min y(x) = 6.$$

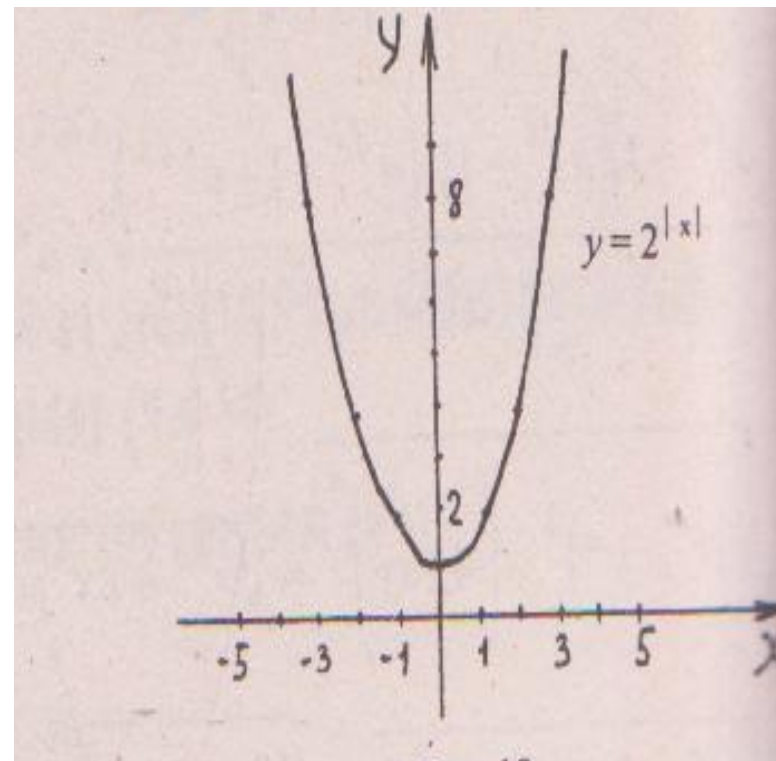
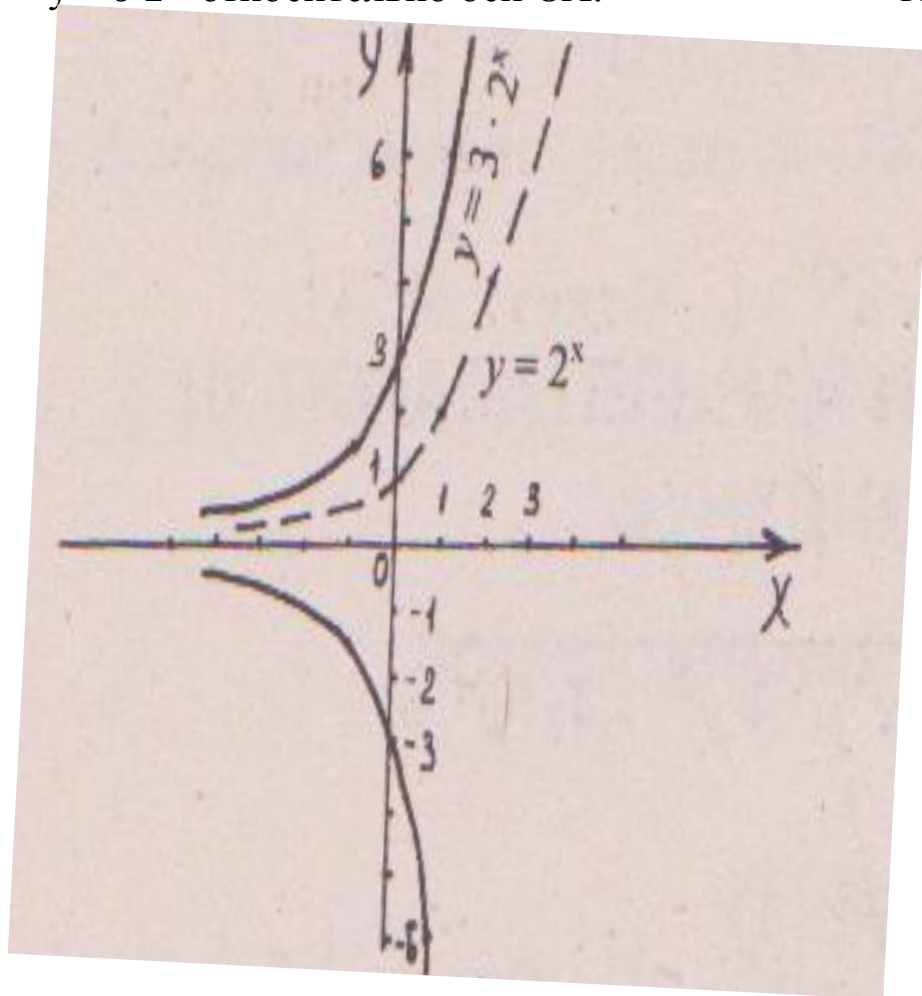
Изобразить схематически график функции:

а) $y = -3 \cdot 2^x$;

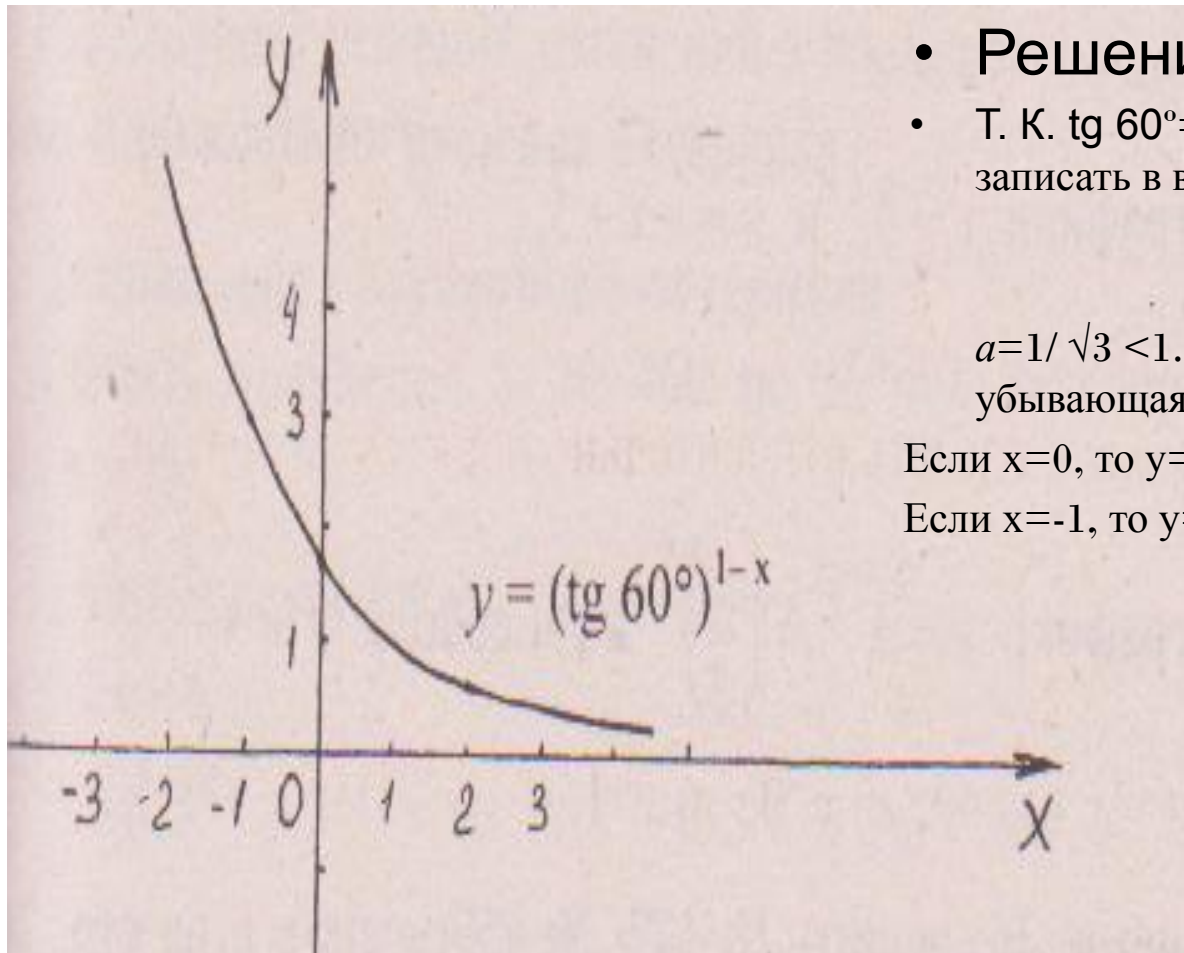
б) $y = 2^{|x|}$

Строим $y = 3 \cdot 2^x$, а затем ему симметричный $y = -3 \cdot 2^x$ относительно оси ОХ.

Если $x \geq 0$, то $y = 2^x$. Поскольку $y = 2^{|x|}$ четная функция, то её график симм. относительно оси ОУ.



Изобразить график функции $y = (\operatorname{tg} 60^\circ)^{1-x}$



- **Решение.**

- Т. К. $\operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3}$, то функцию можно записать в виде $y = (\sqrt{3})^{1-x}$

$$y = \sqrt{3} \cdot (\sqrt{3})^{-x}$$

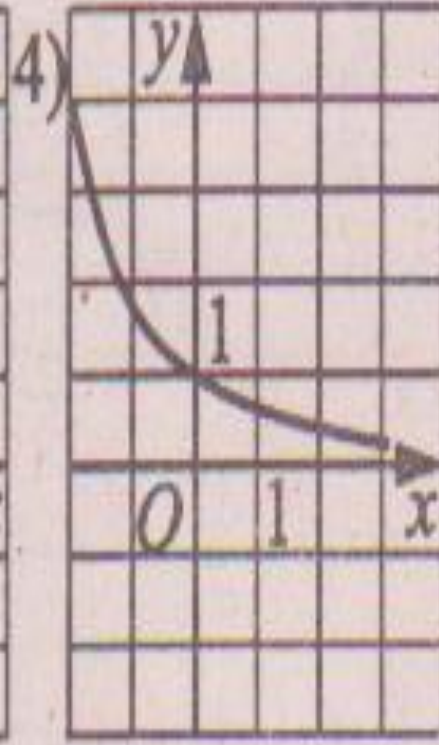
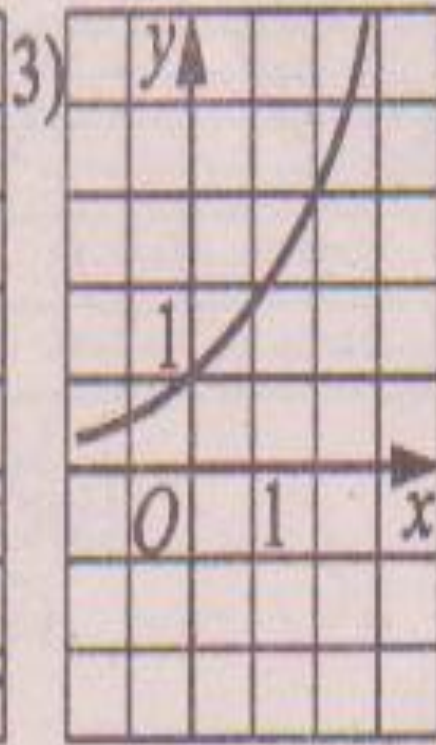
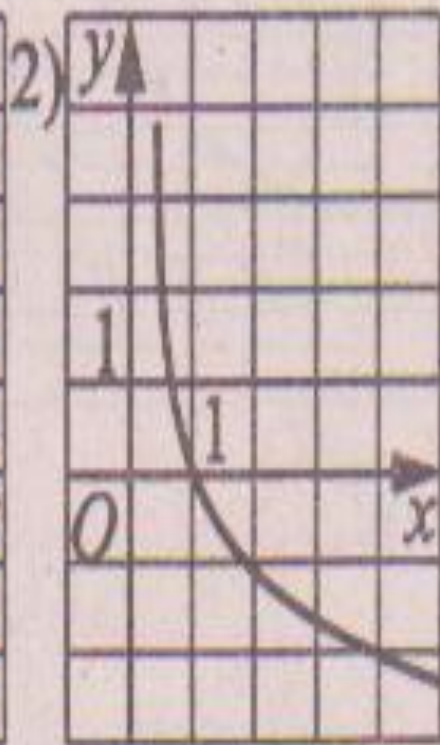
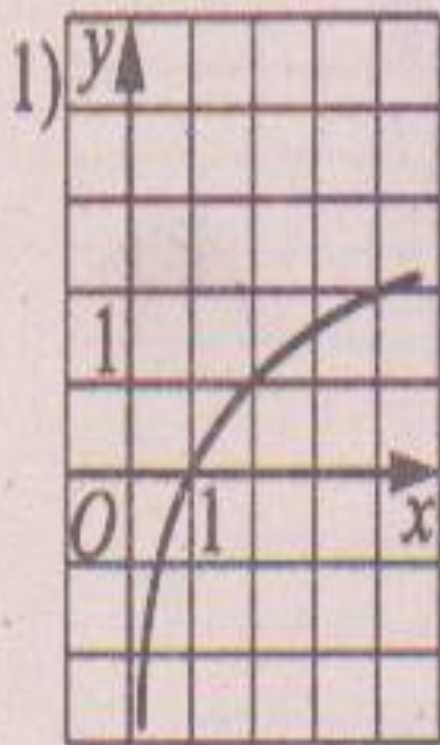
$$y = \sqrt{3} \cdot 1/(\sqrt{3})^x. \text{ Здесь}$$

$a = 1/\sqrt{3} < 1$. Значит функция убывающая.

Если $x=0$, то $y = \sqrt{3} \cdot (1/\sqrt{3})^0 = \sqrt{3}$;

Если $x=-1$, то $y=3$.

Укажите график функции, заданной формулой $y=0,5^x$.



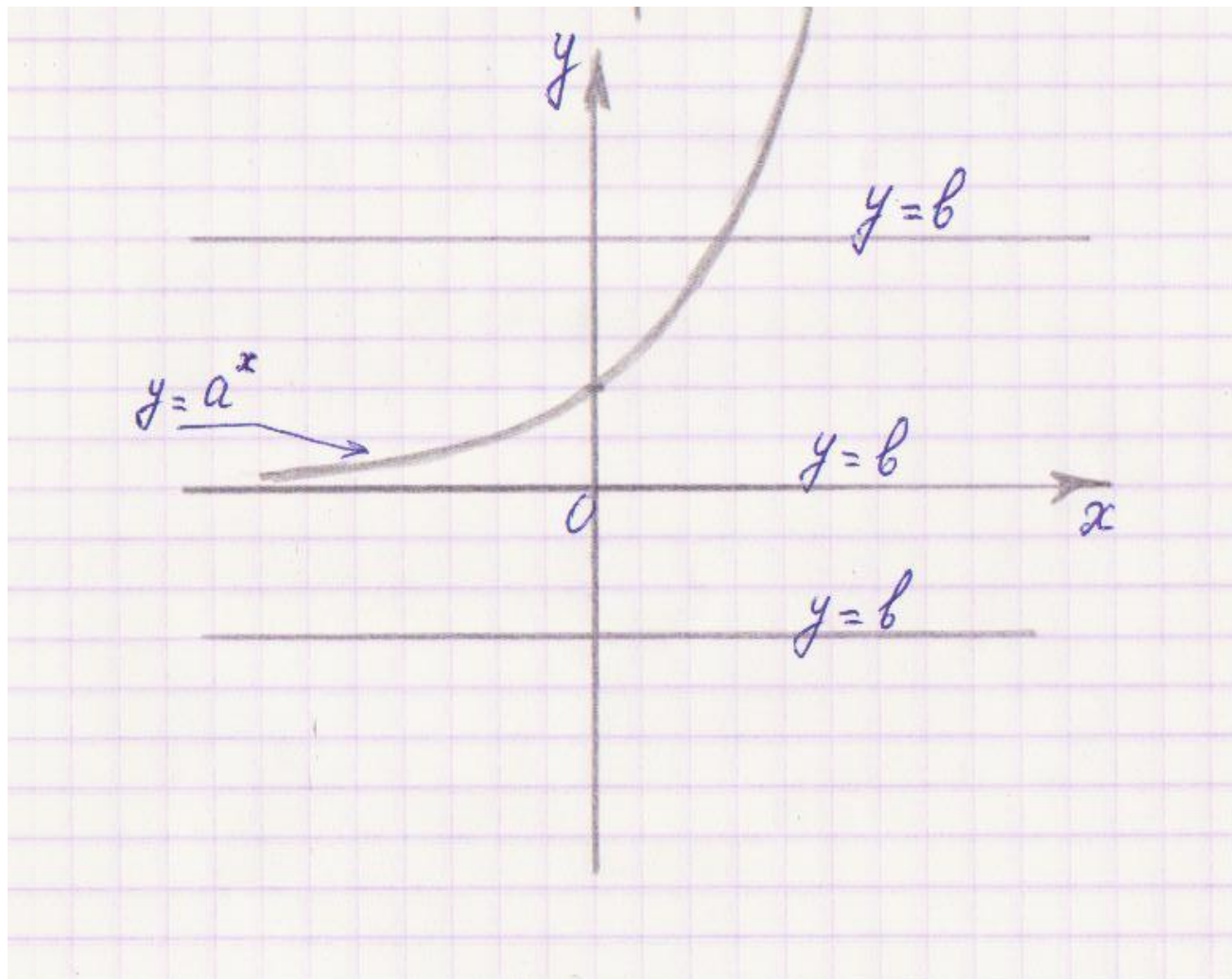
Свойства показательной функции

$$y=a^x, a>0, a\neq 1$$

- 1. $D(y)=\mathbb{R}$
- 2. $E(y)=\mathbb{R}_+$
- 3. При $a>1$ функция возрастает,
при $0 < a < 1$ функция убывает.
- 4. Если $a^x=a^c$, то $x=c$.

- Уравнение, содержащее переменную в показателе степени, называется показательным.
- *Простейшим примером показательного уравнения служит уравнение $a^x=b$ (где $a>0$, $a\neq 1$).*

Графическое решение уравнения $a^x = b$ (где $a > 0$, $a \neq 1$).



Уравнение $a^x=b$

имеет единственный корень при $a>0$, $a\neq 1$, $b>0$.

Для того, чтобы его найти, надо b представить в виде $b=a^c$.

Получаем: $a^x=a^c$

$$x=c$$

Решение показательного уравнения вида: 1). $a^{f(x)}=a^{g(x)}$ (где $a>0, a\neq 1$)

основано на том, что это уравнение равносильно уравнению $f(x)=g(x)$.

2) $a^{f(x)}=1$ сводится к уравнению

$f(x)=0$, где $f(x)$ -функция, определённая на множестве $\mathbb{R}$

Решить уравнение $3^{2-x} - 6 \cdot 3^{2x} = 3^{2x+1}$.

Решение

- $3^{2-x} - 6 \cdot 3^{2x} = 3^{2x+1}$
- $3^{2-x} - 6 \cdot 3^{2x} = 3 \cdot 3^{2x}$
- $3^{2-x} = 6 \cdot 3^{2x} + 3 \cdot 3^{2x}$
- $3^{2-x} = 9 \cdot 3^{2x}$
- $3^{2-x} = 3^{2x+2}$
- $2-x = 2x+2$
- $3x = 0$
- $x = 0$
- $3^2 - 6 \cdot 3^0 = 3^{0+1}$
- $9 - 6 = 3$
- Ответ: $x = 0$.

Решить уравнение $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$.

- Решение.
- $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$
- $2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$ $4^x = (2^2)^x = (2^x)^2$
- Пусть $t = 2^x$, тогда
- $t^2 - 5t + 4 = 0$
- $t_1 = 1, t_2 = 4$
- Сделаем обратную замену
- $2^x = 1$ $2^x = 4$
- $x = 0$ $x = 2$
- Ответ: 0; 2.

Задание на дом:

- П.36 (1), решить с №460 (а,б) по №464(а,б).