

Множества и операции над ними

Множество и его элементы

Пустое множество

Способы задания множеств

Подмножества данного множества

Операции над множествами

Понятия теории множеств

- ✓ *Множество- совокупность объектов, обладающих определенным свойством, объединенных в единое целое.*

Например:

- Множество цифр:

0;1;2;3;4;5;6;7;8;9

- Множество букв русского алфавита

**Предметы, из которых состоит
множество, называются его
ЭЛЕМЕНТАМИ**

Например:

- 1). Цифра 6 – элемент множества цифр.
- 2). Буква Л – элемент множества букв русского алфавита

Для обозначения множеств используют большие буквы латинского алфавита или фигурные скобки, внутри которых записывают элементы множества (при этом порядок элементов не имеет значения).

- Например:

- 1). A — множество цифр: $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$.

- 2). W — множество букв русского алфавита:

$W = \{А; Б; В; Г; Д; Е; Ж; З; И; Й; К; Л; М; Н; О; П; Р; С; Т; У; Ф; Х; Ц; Ч; Ш; Щ; Ъ; Ы; Ь; Э; Ю; Я \}$

- Для обозначения элементов множества используют малые буквы латинского алфавита

Например:

- 1). $f = 6$ – элемент множества цифр
- 2). $a = P$ – элемент множества букв русского алфавита
- Принадлежность предмета данному множеству обозначается $\in$
- Непринадлежность – символом $\notin$

Например:

- 1). $f = 6$; $6 \in A$, где A — множество цифр.
- 2). $K \in W$, где W — множество букв русского алфавита

Множество может быть:

● 1). Конечное :

Например: A — множество цифр

● 2). Бесконечное:

Например: N – множество натуральных чисел

● 3). Пустое:

$\emptyset$ - множество, в котором нет ни одного элемента

Например: X – множество решений уравнения

$$\delta^2 = -25$$

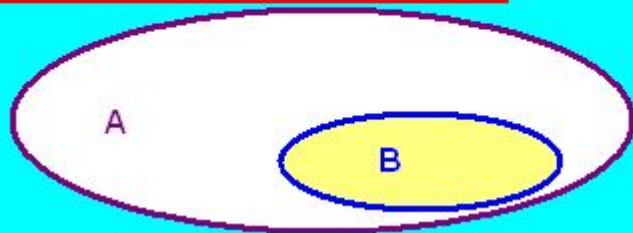
Если множество В состоит из некоторых элементов
множества А

(и только из них),

то множество В называется **ПОДМНОЖЕСТВОМ**

множества А

В подмножество множества А



$$\hat{A} \subset \grave{A}$$

Подмножеством
данного множества
А является и само
множество А

Например:

1). $B = \{5; 9; 0\}$, $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$, то

$$\hat{A} \subset \grave{A} \quad (\text{читается В содержится в А})$$

2). $C = \{Л; Е; Т; О\}$,

$W = \{А; Б; В; Г; Д; Е; Ж; З; И; Й; К; Л; М; Н; О; П; Р; С; Т; У; Ф; Х; Ц; Ч; Ш; Щ; Ъ; Ы; Ь; Э; Ю; Я\}$,

$$C \subset W$$

(читается С содержится в W)

Пустое множество, по
определению, считают
подмножеством
всякого множества

СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ МНОЖЕСТВ

- *Перечислением элементов множества;*
- *с помощью некоторого свойства, объединяющего элементы;*
- *описанием получения множества.*

Например:

- 1). $K = \{x : -5 \leq x \leq 6\}$ - описанием характеристического свойства элементов
- 2). $T = \{x : 0 \leq x \leq 9, x \in \mathbb{N}\}$ - описанием характеристического свойства элементов
- 3). Множество учеников данного класса определяется их списком в классном журнале - перечислением элементов
- 4). Множество цифр: $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ - перечислением элементов

**Множества называются РАВНЫМИ, если они
состоят из одних и тех же элементов**

Равенство множеств A и B записывают в виде $A=B$

Отношение "=" называется отношением равенства

Например:

1). Равными являются все пустые множества

*2). Множество корней уравнения $x^2=49$; $L=\{-7; 7\}$,
Множество корней уравнения $|x|=7$; $M=\{-7; 7\}$,*

$$\Rightarrow L=M$$

Решение задач

1. Задайте перечислением элементов множества:

а) А—множество гласных букв русского алфавита.

Решение

$$A = \{a, e, ё, и, о, у, ы, э, ю, я\}$$

б) В—множество корней уравнения $x^3 - 4x = 0$.

Решение

$$x(x^2 - 4) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{или} \quad x = \pm 2$$

$$B = \{-2; 0; 2\}$$

в) С—множество простых четных чисел.

Решение

$$C = \{2\}$$

3. Какие из следующих множеств являются пустыми?

множество решений уравнений $x^2-4=0$

множество решений уравнений $x=x+2$

множество решений уравнений $x+1 = x+1$

множество кругов, у которых диаметр меньше радиуса

5. Даны множества:

- а) множество А всех трапеций.
- б) множество В всех прямоугольников.
- в) множество С всех четырехугольников.
- г) множество D всех квадратов.
- д) множество Н всех параллелограммов.
- е) множество F всех многоугольников.

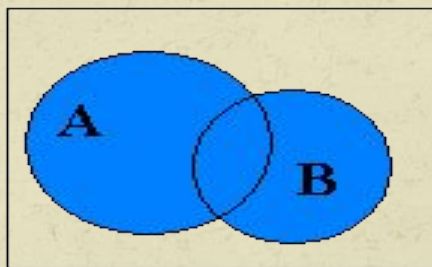
Запишите с помощью знака $\subset$ эти множества в таком порядке, чтобы каждое предыдущее множество являлось подмножеством последующего.

Решение

$$D \subset V \subset H \subset A \subset C \subset F$$

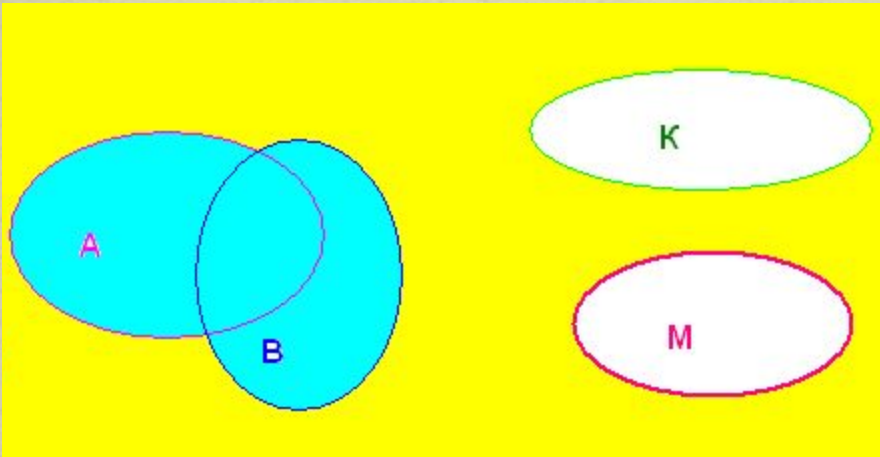
Операции над множествами

- **Суммой, или объединением** произвольного конечного или бесконечного множества множеств называется множество, состоящее из тех и только тех элементов, которые принадлежат хотя бы одному из множеств A, B .
- Объединение множеств обозначается $A \cup B$
- На диаграмме Эйлера-Венна объединение двух множеств выглядит так



Пример: $\{1,2,3\} \cup \{2,3,4\} = \{1,2,3,4\}$.

ОБЪЕДИНЕНИЕ МНОЖЕСТВ А и В

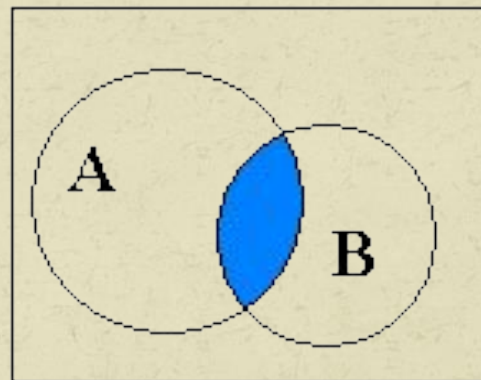


$C = A \cup B$

$K \cup M$

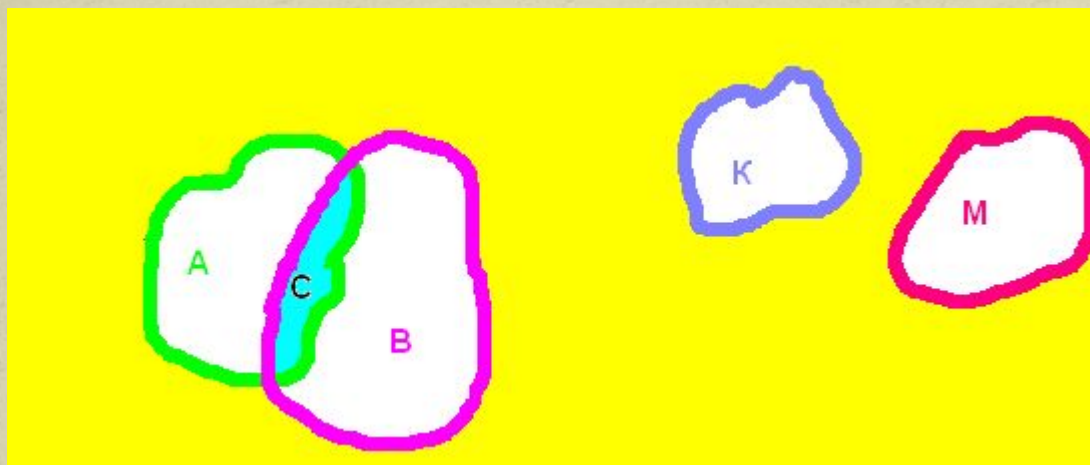
- Например:
- $L = \{ 5; 7; 9; 3; 1 \}$,
- $W = \{ 1; 0; 8; 2; 4; 5; 6 \} \Rightarrow$
- $L \cup W = \{ 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 \}$

- **Пересечением** любого конечного или бесконечного множества множеств называется множество, состоящее из тех и только тех элементов, которые принадлежат множествам А и В одновременно.
- Пересечение множеств обозначается $A \cap B$
- На диаграмме Эйлера-Венна пересечение двух множеств выглядит так



Пример: $\{1,2,3\} \cap \{2,3,4\} = \{2,3\}$

ПЕРЕСЕЧЕНИЕ МНОЖЕСТВ А и В



$$C = A \cap B$$

$$K \cap M = \emptyset$$

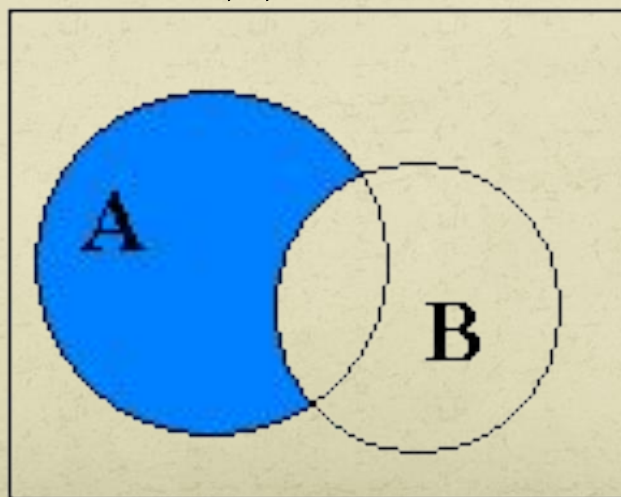
Например:

$$L = \{ 5; 7; 9; 3; 1 \},$$

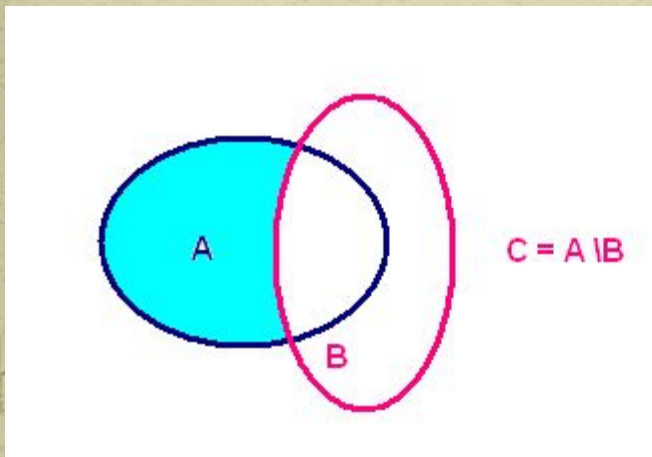
$$W = \{ 1; 0; 8; 2; 4; 5; 6 \}$$

$$\Rightarrow K = L \cap W = \{ 1; 5 \}$$

- **Разностью** между множеством В и множеством А называется множество всех элементов из В , не являющихся элементами из А .
- Разность двух множеств обозначается $A \setminus B$
- На диаграмме Эйлера-Венна разность двух множеств выглядит так



РАЗНОСТЬ МНОЖЕСТВ А И В



Решение задач:

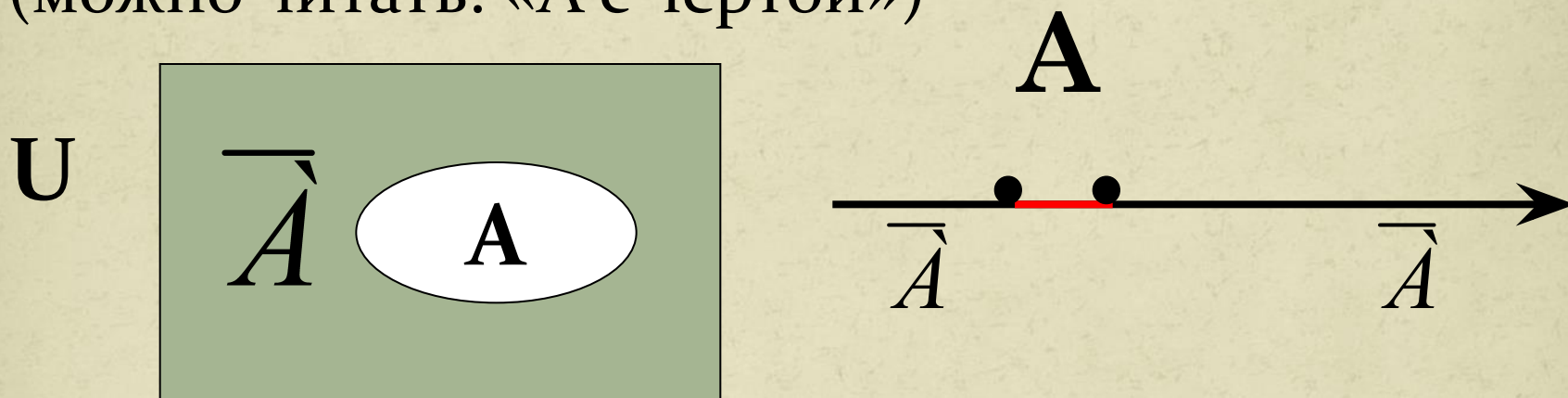
1. Дано: $M = \{ a; b; c; d \}$, $N = \{ b; d \}$.

Найти: а) $M \setminus N$; б) $N \setminus M$; в) $(M \setminus N) \cup (N \setminus M)$

2. Найти разность множеств $K = \{ 1; 2; 3; 7; 8; 9; \}$ и $M = \{ 2; 0; 8 \}$.

- **Дополнением** множества A называется множество, состоящее из всех элементов, не принадлежащих множеству A (но принадлежащих универсальному множеству U)

Дополнение множества A обозначается $\overline{A}$ (можно читать: « A с чертой»)



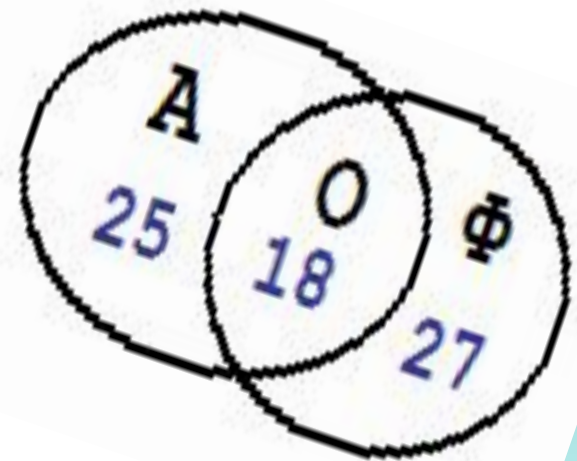
$$U = \mathbb{R}, A = [0; 1] \Rightarrow \overline{A} = (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$$

Задача. Каждый учащийся в классе изучает английский или французский язык. Английский язык изучают 25 учащихся, французский — 27 учащихся, а два языка — 18 учащихся. Сколько учащихся в классе?

Решение:

Пусть A - множество учащихся изучающих английский язык, Φ - множество учащихся изучающих французский язык, O - множество учащихся изучающих английский и французский язык.

$25 - 18 = 7$ (уч.) — изучают только английский;
 $27 - 18 = 9$ (уч.) — изучают только французский;
 $3) 18 + (7 + 9) = 34$ (уч.)



Ответ: в классе 34 ученика.