

# Синус, косинус и тангенс острого угла прямоугольного треугольника

---



# Синус, косинус и тангенс острого угла прямоугольного треугольника

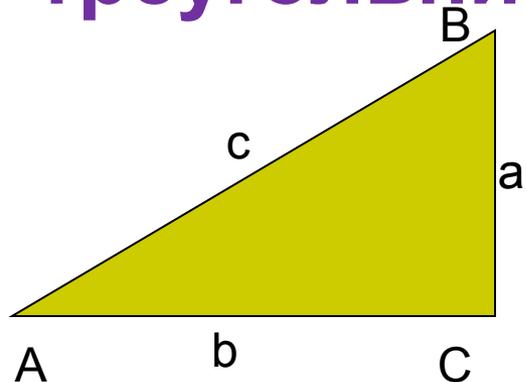
Форма урока: Урок изучения нового.

Цели урока:

- 1.Познакомить учащихся с определениями тригонометрических функций в прямоугольном треугольнике и учить вычислять значения;
- 2.Формировать навыки написания конспекта;
- 3.Воспитывать наблюдательность, развивать память, продолжить работу над формированием системы знаний .

## Взаимосвязь между элементами прямоугольного треугольника.

- Угол  $A$  – острый,
- угол  $B$  – острый,
- угол  $C$  – прямой.

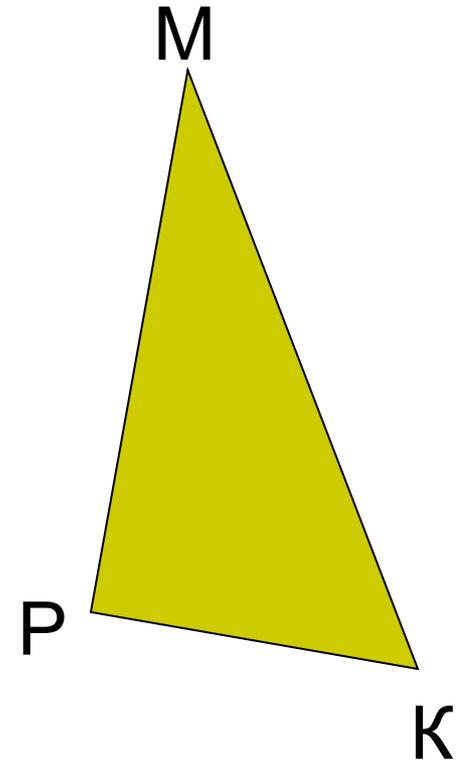


Напротив  $\sphericalangle A$  катет  $a$  – противолежащий.  
Рядом прилег катет  $b$  – прилежащий.

Напротив  $\sphericalangle B$  катет  $b$  – противолежащий.  
Рядом прилег катет  $a$  – прилежащий.

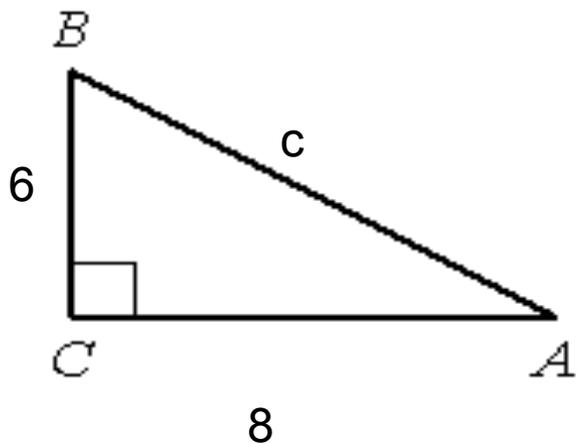
## Взаимосвязь между элементами прямоугольного треугольника.

- Назовите гипотенузу,
- катет противолежащий углу М,
- катет прилежащий углу М
- катет прилежащий углу К
- Катет прилежащий углу Р
- Катет противолежащий углу К

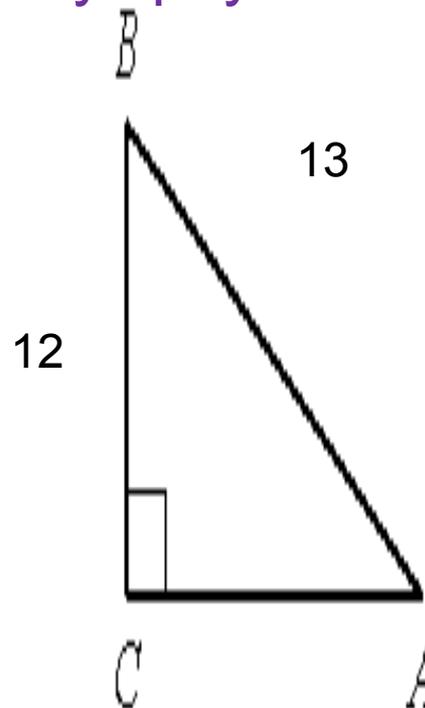


## Найти неизвестную сторону треугольника

№1



№2

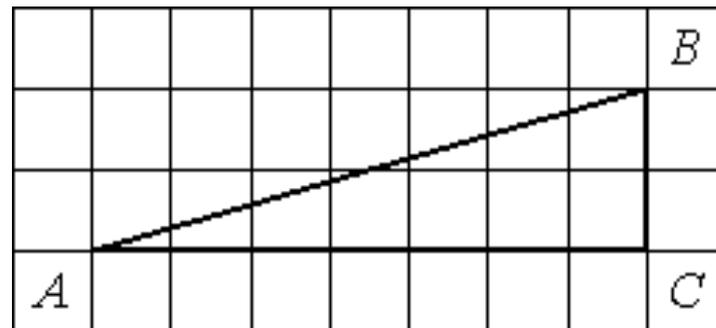


Найти:  $P_{ABC}$  и  $S_{ABC}$

**Задачи ОГЭ-2016 с  
прямоугольным  
треугольником**

# ОГЭ-2016

№1 Найдите тангенс угла  $B$  треугольника  $ABC$ , изображенного на рисунке.

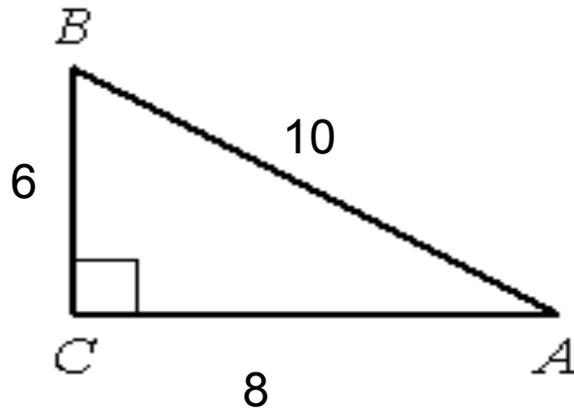


№2 В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  прямой,  $BC=8$ ,  $\cos B=0,8$ . Найдите  $AB$ .

№3 В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  прямой,  $AC=6$ ,  $\sin B=0,3$ . Найдите  $AB$

## Найти отношения сторон треугольника

№1

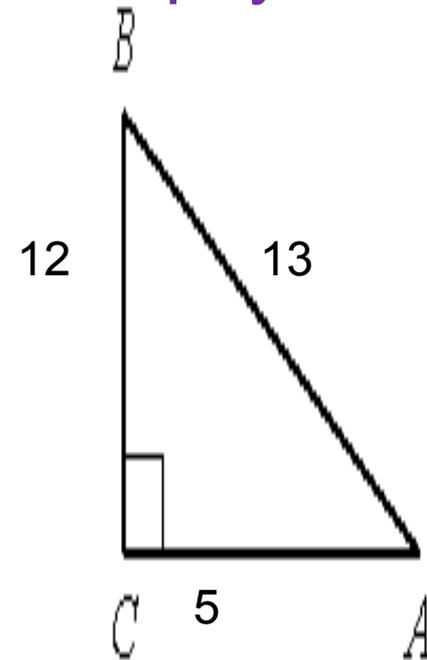


$$BC/AB=$$

$$AC/AB=$$

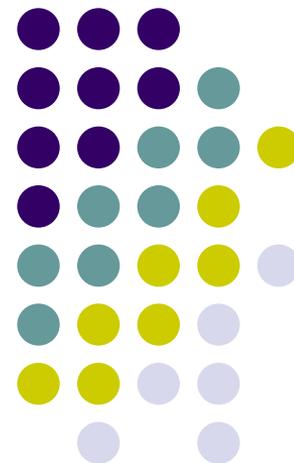
$$AC/BC=$$

№2

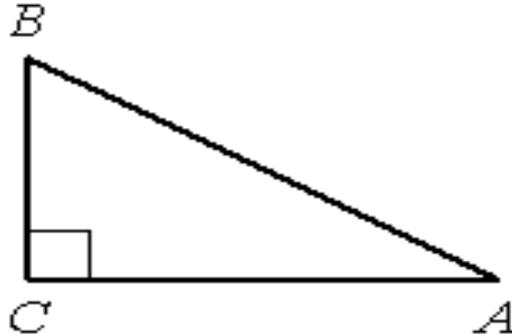


# Синус, косинус и тангенс острого угла прямоугольного треугольника

---



## Определения:



**Синусом** острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к гипотенузе

**Косинусом** острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к гипотенузе

**Тангенсом** острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к прилежащему

# Стихотворение поможет запомнить определения

«Коль не знаешь правил – минус.

Если знаешь – тебе плюс!

Если «**О**», то будет синус,

Если «**И**», то косинус.

**Соотнесите слова  
стихотворения с  
данным  
определением.**

«Коль не знаешь правил –  
минус.

Если знаешь – тебе плюс!

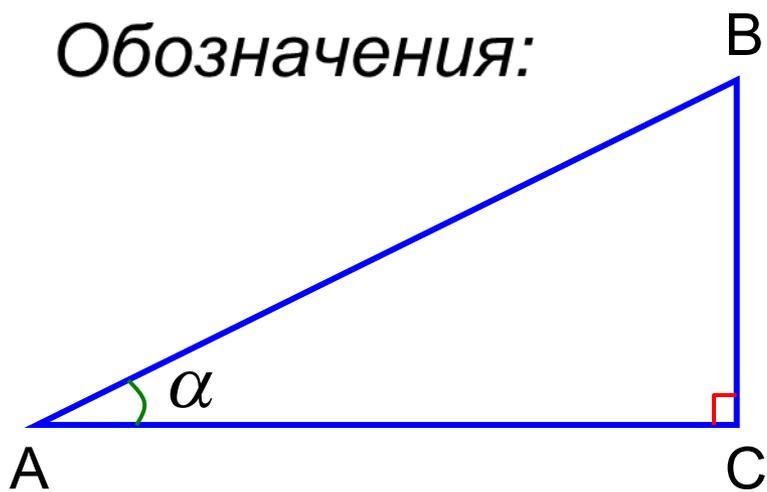
Если «О», то будет синус,

Если «И», то косинус.

$$\text{Синус } A = \frac{\text{Противолежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$$

$$\text{Косинус } A = \frac{\text{Прилежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$$

Обозначения:



$\sin \alpha$  - синус альфа

$\cos \alpha$  - косинус альфа

$\operatorname{tg} \alpha$  - тангенс альфа

$$\sin A = \frac{BC}{AB}$$

$$\cos A = \frac{AC}{AB}$$

$$\operatorname{tg} A = \frac{BC}{AC}$$

$$\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{BC}{AB} \cdot \frac{AB}{AC} = \frac{BC}{AC}$$

$$\operatorname{tg} A = \frac{\sin A}{\cos A}$$

**ТАНГЕНС УГЛА** равен отношению синуса к косинусу этого угла

# Вывод:

- Острый угол прямоугольного треугольника зависит от гипотенузы, от катетов.

Примечание:

«Зная длины сторон прямоугольного треугольника можно вычислить его острый угол. Но для этого надо знать тригонометрические функции: «синус», «косинус», «тангенс»

# Самостоятельная работа (практическая пятиминутка)

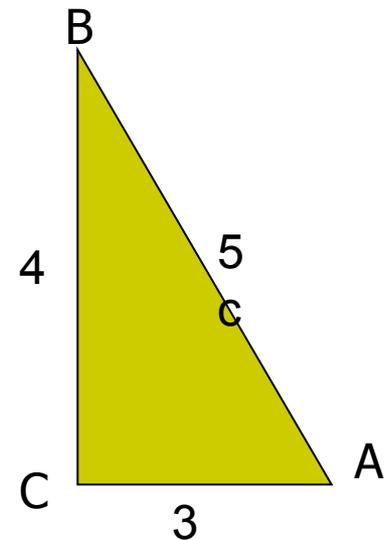
- Задание. Дан прямоугольный треугольник ABC с острым углом A и сторонами  $a = 4$ ,  $b = 3$ . Найдите:

1)  $\sin A =$

$\cos A =$

- 2) Чему равно выражение:

$\sin^2 A + \cos^2 A =$



1. Ответ:  $\sin A = 4/5$

$$\cos A = 3/5.$$

2. Ответ:  $\sin^2 A + \cos^2 A = 1.$

**Всегда ли это равенство верное?**

# Основное тригонометрическое тождество

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1.$$

*«Тригонометрия» в переводе с греческого-  
«измерение треугольников»*

**№593(В)**

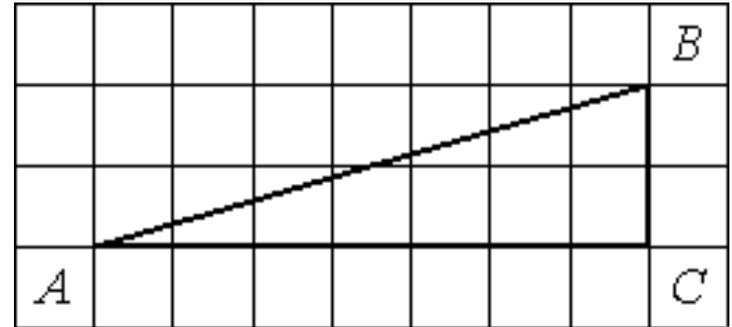
# Домашнее задание.

Пункт 66, выучить определения и основное тригонометрическое тождество.

Решить №591(а,б), №593 (а,б)

# ОГЭ-2016

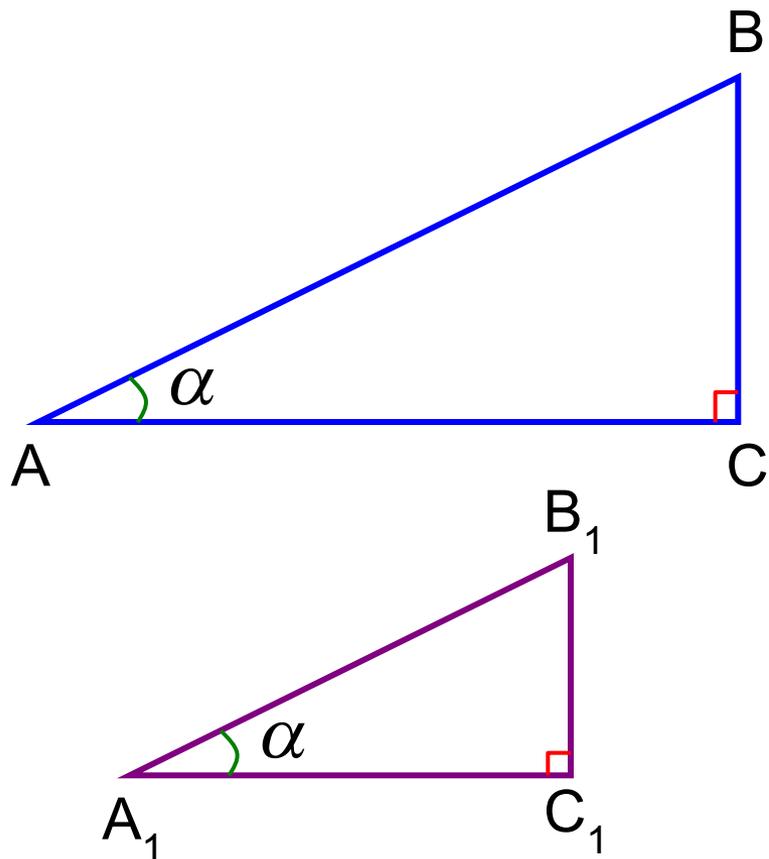
№1 Найдите тангенс угла  $B$  треугольника  $ABC$ , изображенного на рисунке.



№2 В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  прямой,  $BC=8$ ,  $\cos B=0,8$ .  
Найдите  $AB$ .

№3 В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  прямой,  $AC=6$ ,  $\sin B=0,3$ .  
Найдите  $AB$

если острый угол одного прямоугольного треугольника равен острому углу другого прямоугольного треугольника, то синусы этих углов равны, косинусы этих углов равны и тангенсы этих углов равны



$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$  - по первому признаку

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$

$$\frac{BC}{AB} = \frac{B_1C_1}{A_1B_1}$$

$$\sin A = \sin A_1$$

$$\frac{AC}{AB} = \frac{A_1C_1}{A_1B_1}$$

$$\cos A = \cos A_1$$

$$\frac{BC}{AC} = \frac{B_1C_1}{A_1C_1}$$

$$\operatorname{tg} A = \operatorname{tg} A_1$$

1) Рис. 7.139.

Найти:  $\sin \alpha$ ,  $\cos \alpha$ ,  $\operatorname{tg} \alpha$ ,  $\sin \beta$ ,  $\cos \beta$ ,  $\operatorname{tg} \beta$ .

2) Дано:  $ABCD$  – параллелограмм (рис. 7.140).

Найти:  $S_{ABCD}$ .

3) Рис. 7.141.

4) Дано:  $ABCD$  – трапеция (рис. 7.142).

Найти:  $AD$ .

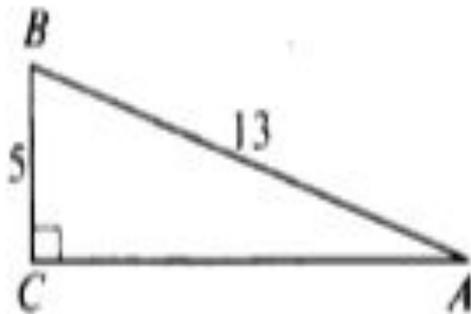


Рис. 7.139

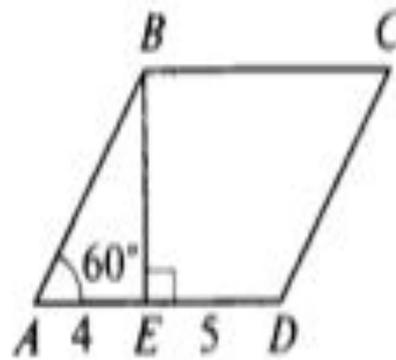


Рис. 7.140

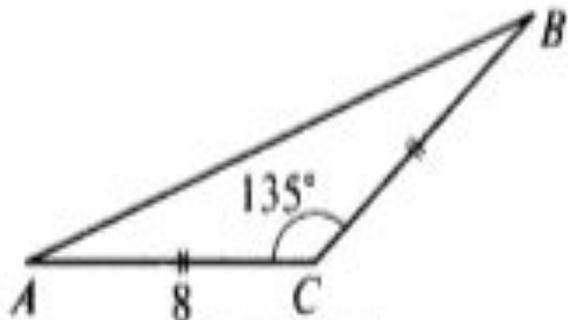


Рис. 7.141

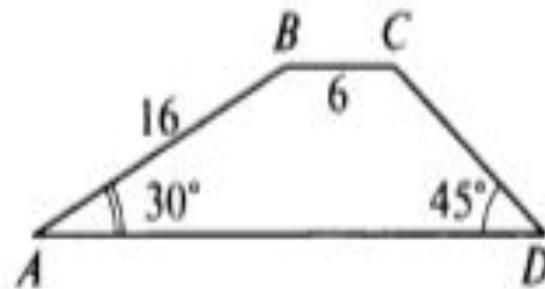


Рис. 7.142



**Синусом острого угла  
прямоугольного треугольника  
называется отношение ...**

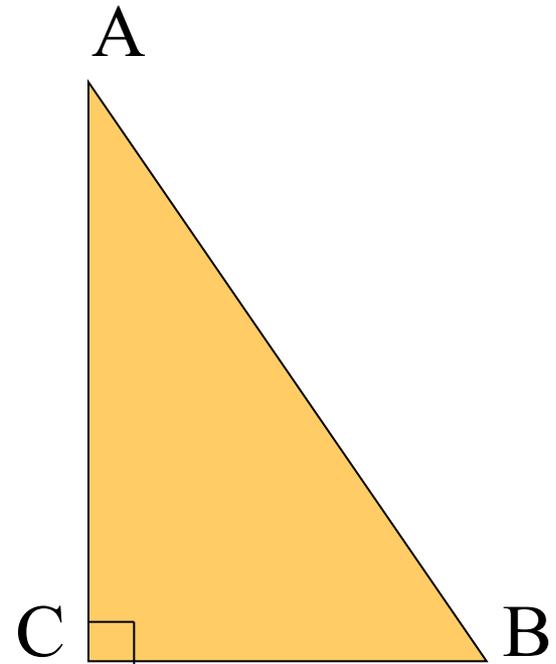
- 1) Противоположащего катета к прилежащему катету;
- 2) Противоположащего катета к гипотенузе;
- 3) Прилежащего катета к гипотенузе

$$\sin A = \frac{\text{противоположащий катет}}{\text{гипотенуза}}$$



В треугольнике  $ABC$  ( $\angle C=90^\circ$ ).  
Выберите верное определение косинуса  
острого угла  $B$

$$2) \cos B = \frac{CB}{AB} \quad \text{верно}$$





Тангенсом острого угла прямоугольного треугольника называется...

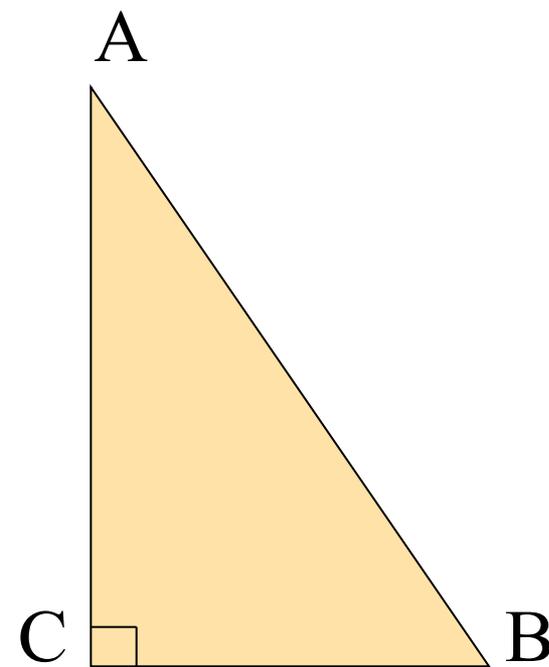
$$tg = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{прилежащий катет}}$$

**AB=10 см BC=8 см**

**Найдите тангенсы**

**острых углов**

**tgA=... tgB=...**

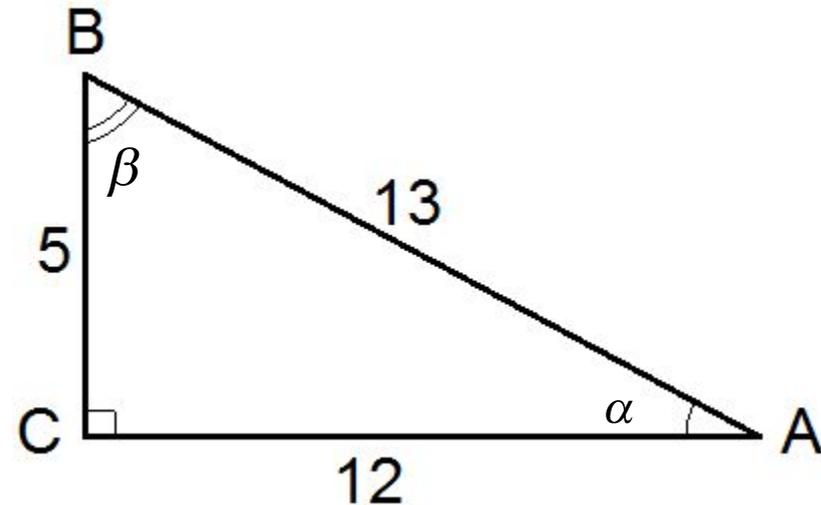


По данным рисунка

вычислите

$\sin\alpha$ ,  $\cos\alpha$ ,  $\operatorname{tg}\alpha$ ,  $\sin\beta$ ,  $\cos\beta$ ,  $\operatorname{tg}\beta$

	$\alpha$	$\beta$
sin	<input type="text"/>	<input type="text"/>
cos	<input type="text"/>	<input type="text"/>
tg	<input type="text"/>	<input type="text"/>



# Тема урока: «Значения синуса, косинуса и тангенса для углов $30^{\circ}$ , $45^{\circ}$ и $60^{\circ}$ »

Цели урока:

- ✓ Научится вычислять значения синуса, косинуса и тангенса для углов  $30^{\circ}$ ,  $45^{\circ}$  и  $60^{\circ}$ .
- ✓ Формировать навыки решения прямоугольных треугольников, используя синус, косинус и тангенс острого угла.
- ✓ Использовать различные приемы для вычисления значений тригонометрических функций, в том числе и компьютерные программы.

Дано:

$$\Delta ABC, \angle C=90^{\circ}$$

$$\angle A=30^{\circ}, \angle B=60^{\circ}.$$

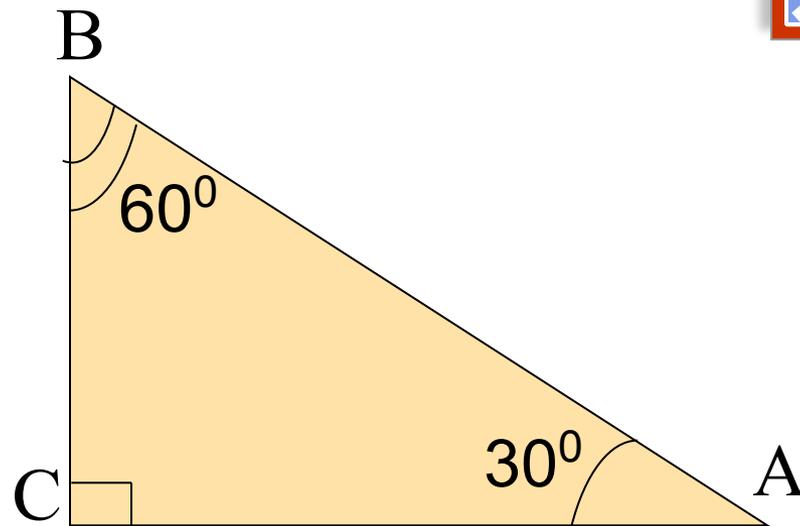
Найти:  $\sin 30^{\circ}, \cos 30^{\circ}, \operatorname{tg} 30^{\circ},$   
 $\sin 60^{\circ}, \cos 60^{\circ}, \operatorname{tg} 60^{\circ}.$

Решение:

1.  $BC = \frac{1}{2} AB$  (катет прямоугольного треугольника,  
лежащий напротив угла в  $30^{\circ}$ ,

2.  $\Rightarrow \frac{BC}{AB} = \frac{1}{2} = \sin A = \sin 30^{\circ}$

3.  $\frac{BC}{AB} = \cos B = \cos 60^{\circ}$



$$\sin 30^{\circ} = \cos 60^{\circ} = \frac{1}{2}$$

Вычислим  $\sin 60^{\circ}$  и  $\cos 30^{\circ}$

Основное

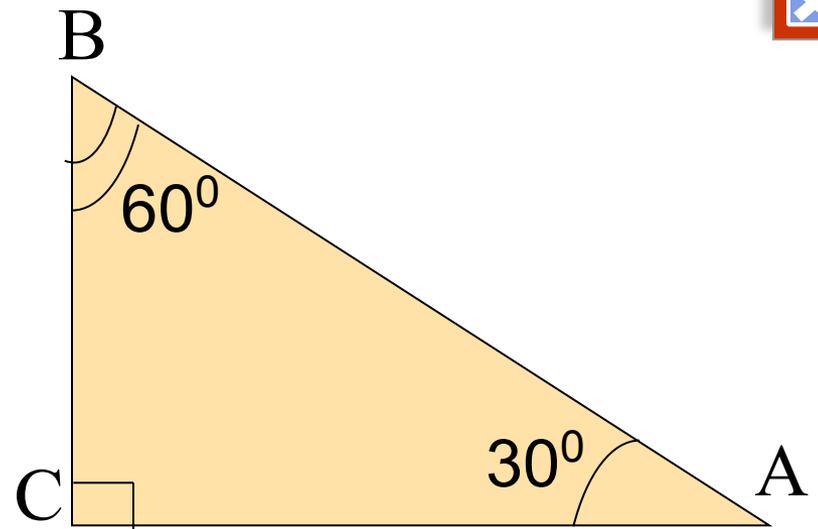
тригонометрическое тождество:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

$$\sin 60^{\circ} = \sqrt{1 - \cos^2 60^{\circ}} = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

$$\cos 30^{\circ} = \sqrt{1 - \sin^2 30^{\circ}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



$$\sin 30^{\circ} = \cos 60^{\circ} = \frac{1}{2}$$

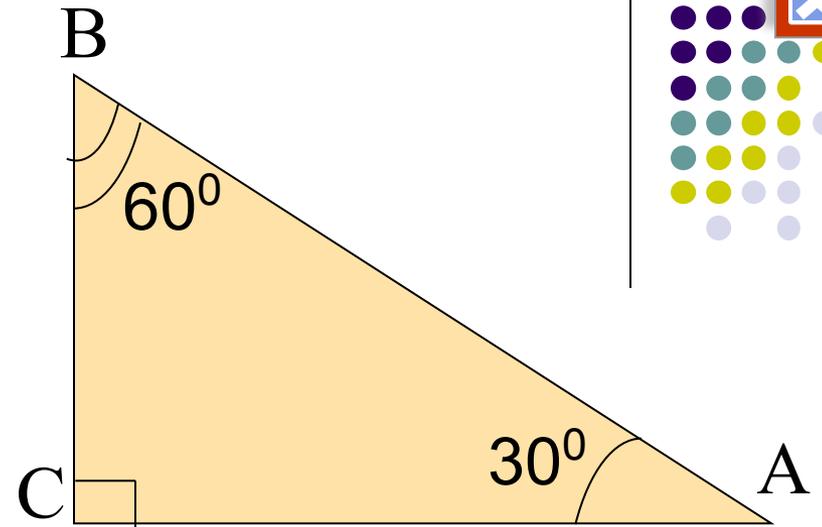
$$\cos 30^{\circ} = \sin 60^{\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\operatorname{tg} 30^{\circ} = .?.$$

$$\operatorname{tg} 30^{\circ} = \frac{\sin 30^{\circ}}{\cos 30^{\circ}} = \frac{1}{2} \div \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\operatorname{tg} 60^{\circ} = \dots$$



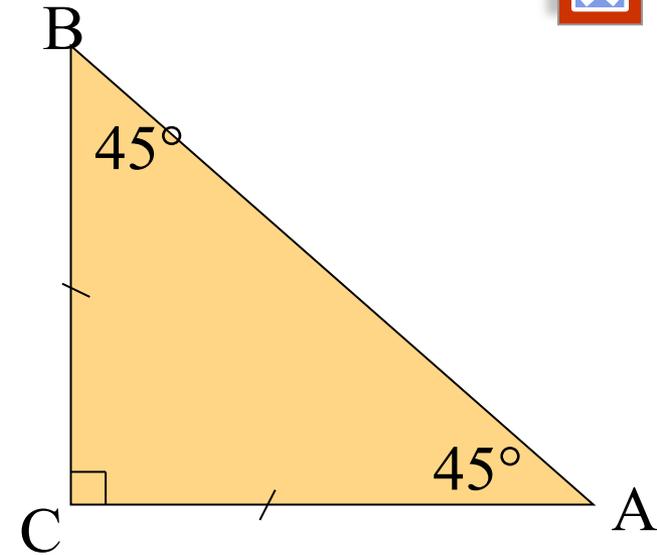
Найдем  $\sin 45^\circ$ ,  $\cos 45^\circ$ , и  $\operatorname{tg} 45^\circ$



$$AC = BC$$

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 = 2AC^2$$

$$AC = BC = \frac{AB}{\sqrt{2}}$$



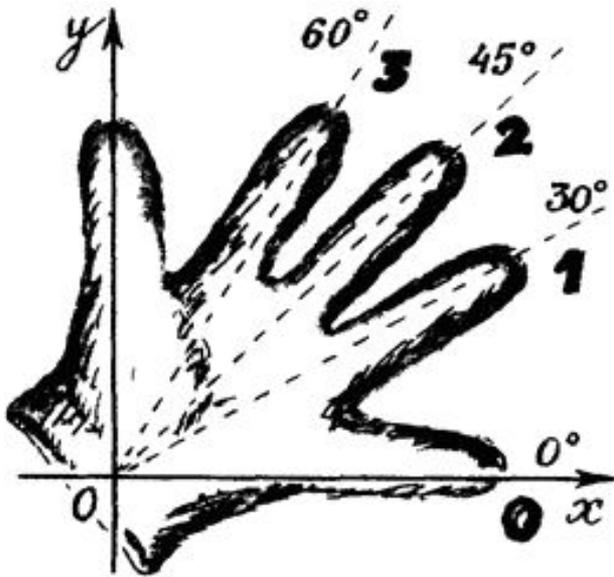
$$\sin 45^\circ = \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 45^\circ = \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\operatorname{tg} 45^\circ = \frac{\sin 45^\circ}{\cos 45^\circ} = 1$$



# Таблица значений на пальцах



$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{\text{номер пальца}}}{2}$$

## Задача 1

Дано:

$\triangle ABC$ ,  $\angle A = 90^\circ$ ,

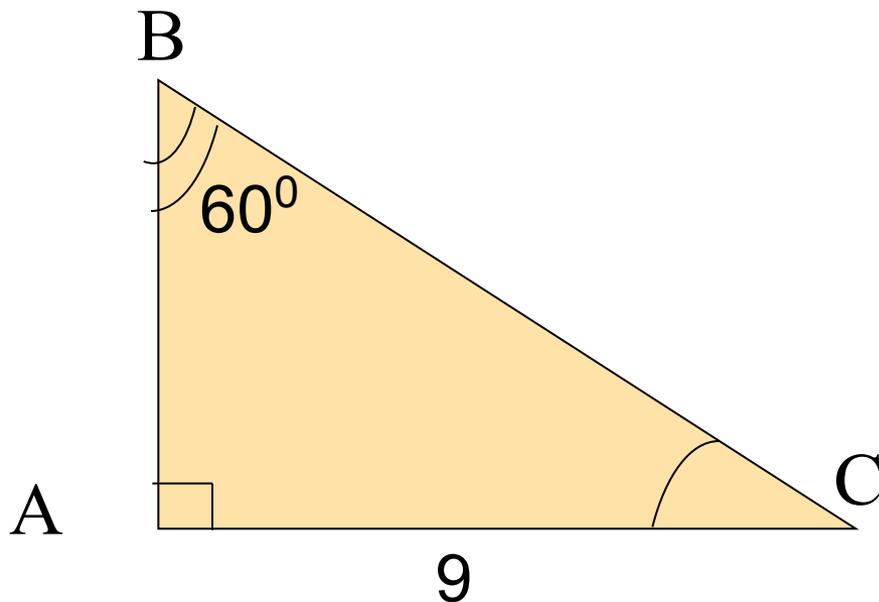
$\angle B = 60^\circ$ ,

$AC = 9$

Найти:  $AB$ -?

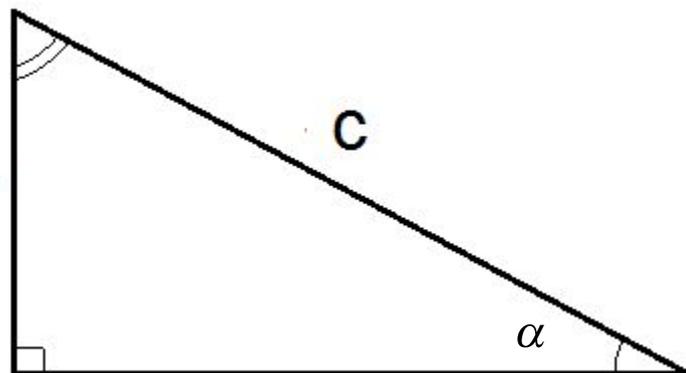
$$\frac{AC}{AB} = \operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$AB = \frac{AC}{\operatorname{tg} 60^\circ} = \dots$$



## Задача2:

В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна  $c$ , а один из острых углов равен  $\alpha$ .



Выразите катеты через  $c$  и  $\alpha$  и найдите их длины, если:

а)  $c=12$  дм,  $\alpha=30^0$ ;

б)  $c=16$  дм,  $\alpha=45^0$ .



$\alpha$	$30^{\circ}$	$45^{\circ}$	$60^{\circ}$
$\sin \alpha$			
$\cos \alpha$			
$\operatorname{tg} \alpha$			

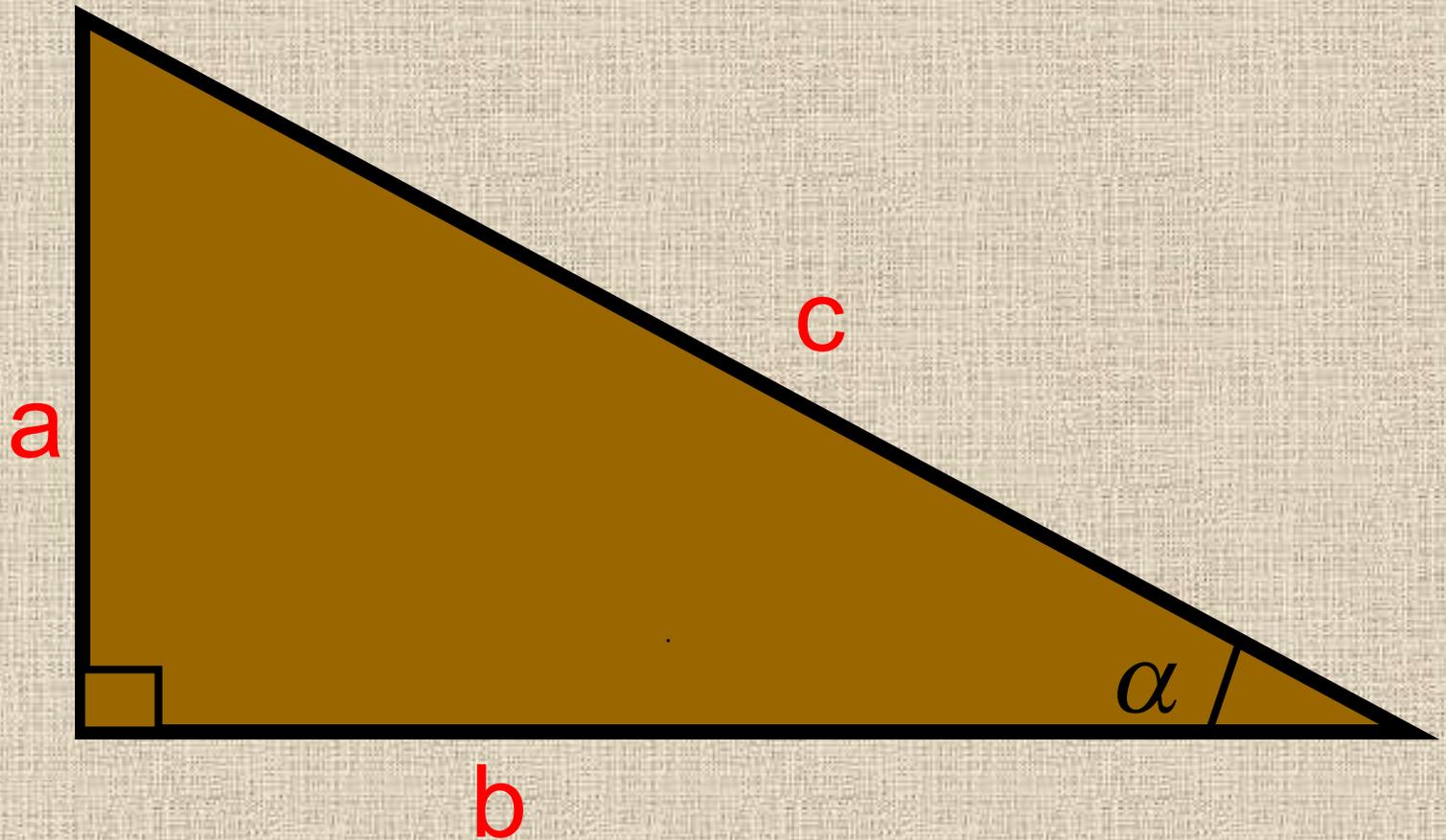




$\alpha$	$30^{\circ}$	$45^{\circ}$	$60^{\circ}$
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$







$$a = c \sin \alpha$$

$$a = b \operatorname{ctg} \alpha$$

$$b = c \cos \alpha$$

$$b = a \operatorname{ctg} \alpha$$

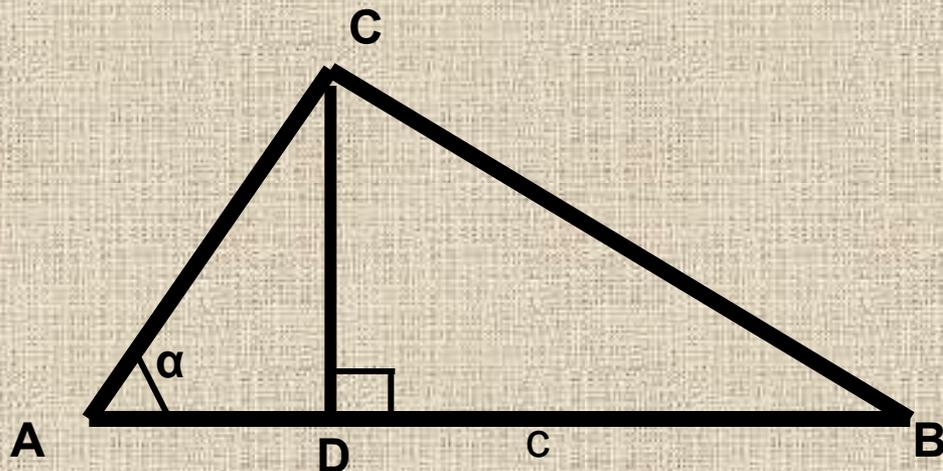
Значения синуса, косинуса и тангенса для углов  $30^{\circ}$ ,  $45^{\circ}$ ,  $60^{\circ}$ .

$\alpha$	$30^{\circ}$	$45^{\circ}$	$60^{\circ}$
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

# Задача

В прямоугольном треугольнике даны гипотенуза  $c$  и острый угол  $\alpha$ . Найти катеты, их проекции на гипотенузу и высоту, опущенную на гипотенузу.

# Решение



$$AC = AB \cos \alpha = c \cos \alpha;$$

$$BC = AB \sin \alpha = c \sin \alpha;$$

$$BD = BC \sin \alpha = c \sin^2 \alpha;$$

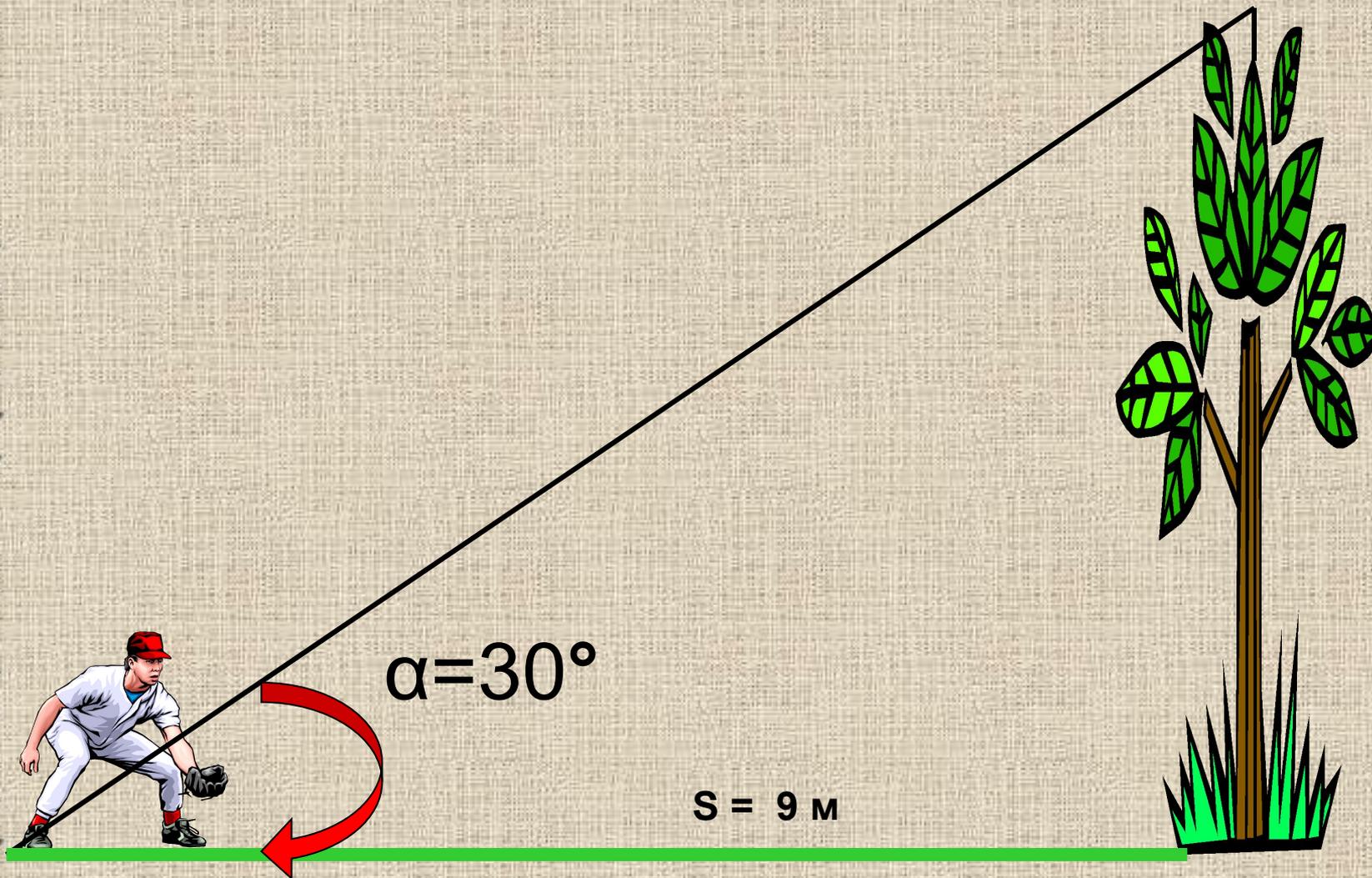
$$AD = AC \cos \alpha = c \cos^2 \alpha;$$

$$CB = AC \sin \alpha = c \sin \alpha \cos \alpha$$

### III. Закрепление изученного материала

## Решение прикладных задач

# Найдите высоту дерева



# Найдите угол наклона Пизанской башни



$h_1 = 60 \text{ м}$

$h_2 = 50 \text{ м}$

$\alpha = ?$



Тень от вертикально стоящего шеста, высота которого  $3\sqrt{3}$  м, составляет 3 м. Выразите в градусах высоту Солнца над горизонтом.

