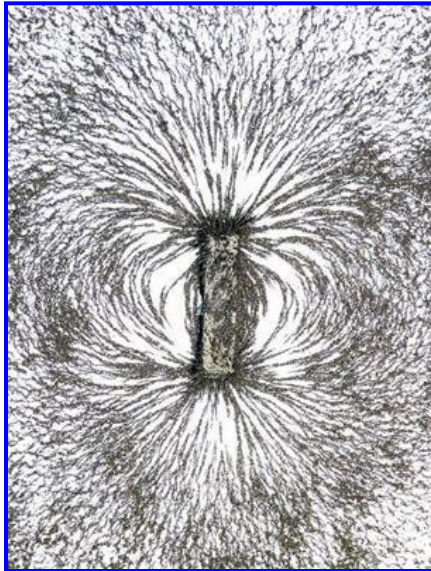




Лекция 3а.

Магнитное поле

1. Магнитное поле. Вектор магнитной индукции. Линии магнитной индукции.
2. Принцип суперпозиции магнитных полей. Закон Био – Савара – Лапласа. Поле прямого тока.
3. Сила Ампера. Взаимодействие бесконечных прямолинейных проводников с током. Единица силы тока в СИ – ампер.
4. Магнитный поток. Теорема Гаусса для магнитного поля в интегральной форме.
5. Сила Лоренца. Движение заряженной частицы в однородном магнитном поле. Масс-спектрометрия.
6. Работа по перемещению проводника и контура с током в магнитном поле.

Картину магнитной индукции

можно наблюдать с помощью мелких железных опилок, которые в магнитном поле намагничиваются и, подобно маленьким магнитным стрелкам, ориентируются вдоль линий индукции.

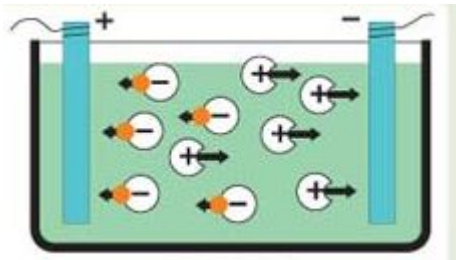
1. Что такое магнитное поле

- Вспомним, что материя проявляется в виде вещества и поля. Существует несколько видов полей: гравитационном, электрическое, магнитное.
- Магнитное поле – один из видов физических полей.



□ Когда и как оно образуется?

1. Вокруг постоянных магнитов.
2. Вокруг движущихся заряженных частиц (ионов и электронов).
3. Вокруг проводников с током.



ЭлТок в электролите или проводнике

- Неподвижные электрические заряды создают вокруг себя **электростатическое поле**.
- Если же заряд движется, то **кроме электрического** вокруг него возникает еще и **магнитное поле**.

- **Магнитную индукцию** B определяют как отношение силы dF , действующей со стороны магнитного поля, на элемент dl проводника с током I :

$$\vec{B} = \frac{1}{I} \frac{d\vec{F}}{dl}$$

- Единицей магнитной индукции служит **тесла** (Тл)
- Это значит, что магнитное поле индукцией в **1 Тл** действует на проводник длиной в **1 м**, по которому течет ток **1 А**, с силой в **1 Н**.

$$1 \text{ Тесла} = 1 \text{ Тл} = \frac{1 \text{ Н}}{1 \text{ А} \cdot 1 \text{ м}}$$

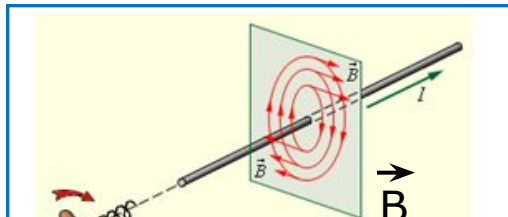


Магнитное действие тока

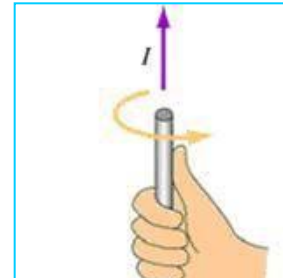
ЭлТок в соленоиде (катушке с намотанной металлической проволокой)

Магнитная индукция $\vec{B}$: направление вектора

- Магнитное поле токов **принципиально отличается** от электрического поля.
- Магнитное поле, в отличие от электрического, оказывает силовое действие **только на движущиеся заряды (токи)**.
- Графически магнитное поле изображают с помощью линий магнитной индукции (силовых линий) – линий, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора магнитной индукции.
- Для определения направления вектора магнитного поля **прямолинейного проводника** пользуются **правилом буравчика**: направление вращения рукоятки буравчика совпадает с направлением вектора если при вращении буравчик перемещается в направлении тока:



Или проще:



Соленоид – катушка с намотанной металлической проволокой. Магнитная индукция $\vec{B}$ в соленоиде – система одинаковых круговых токов. Внутри соленоида, длина которого намного больше диаметра его витков, магнитное поле однородное .



- Линии магнитной индукции **всегда замкнуты**, выходят из северного полюса и входят в южный полюс и охватывают проводники с током.
- **Густота линий** магнитной индукции **пропорциональна** величине индукции магнитного поля $\vec{B}$.

2. Закон Био–Савара-Лапласа для участка проводника

- Магнитное поле постоянных токов различной конфигурации изучалось экспериментально французскими учеными Ж.Био и Ф.Саваром (1820 г.), а затем формула была математически записана Лапласом.



1774-1862

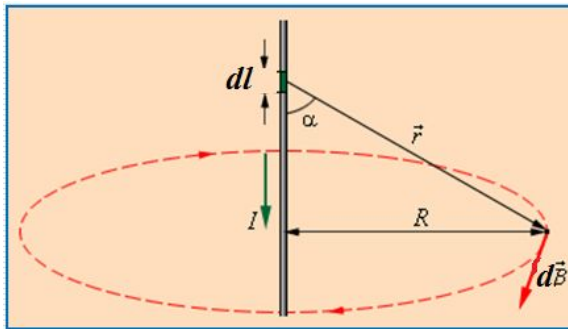


Феликс



1749-1827

Направление вектора **B** определяется правилом буравчика: оно **совпадает** с направлением вращения рукоятки буравчика при его поступательном перемещении вдоль тока.



Закон Био–Савара на примере магнитного поля прямолинейного проводника с током

- **Правило суперпозиций B** около проводников: если магнитное поле создается несколькими проводниками/участками проводников с током, то индукция результирующего поля есть векторная сумма индукций полей, создаваемых каждым проводником/ участком проводников в отдельности:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i$$

- **Индукция B** магнитного поля электрических токов **I**, текущих по проводнику, определяется совместным действием всех отдельных малых участков проводника **dl**:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

- Здесь **r** – расстояние от данного участка **dl** до точки наблюдения, **α** – угол между направлением на точку наблюдения и направлением тока на данном участке, **μ₀** – магнитная постоянная ($4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м), **μ** – магнитная проницаемость среды (для вакуума и воздуха **μ=1**).

Закон Био–Савара-Лапласа для всего проводника

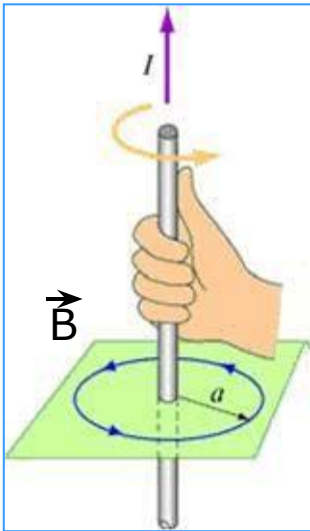
- Для **полного магнитного поля** вблизи всего проводника по принципу суперпозиции для малых участков: проводника dl :

$$\vec{B} = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi} \int_L \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

- Модуль полной индукции **магнитного** поля:

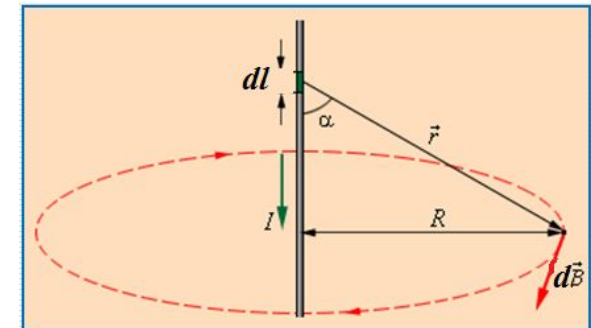
$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi} \int_L \frac{dl \cdot \sin(dl, r)}{r^2}$$

- Закон Био–Савара-Лапласа, таким образом, включает в себя правило суперпозиции B и позволяет рассчитывать магнитные поля токов различных конфигураций.



Правило буравчика для магнитной индукции (индукции магнитного поля)

- Для определения направления вектора $\vec{B}$ используем правило буравчика.



Следствием из закона Био-Савара-Лапласа для длинного прямого проводника является закон Ампера (но значение силы Ампера выводится из другого закона)

3. Сила Ампера для проводников с током

- Как показали опыты Ампера для постоянного и однородного магнитного поля: **сила** со стороны **магнитного поля** $d\vec{F}$, действующая на участок проводника, пропорциональна силе тока I , индукции магнитного поля $\vec{B}$, длине dl этого участка и синусу угла α между направлениями тока I и вектора магнитной индукции $\vec{B}$:

$$dF = I \cdot dl \cdot B \cdot \sin \alpha = I \cdot dl \cdot B \cdot \sin (dl, B)$$

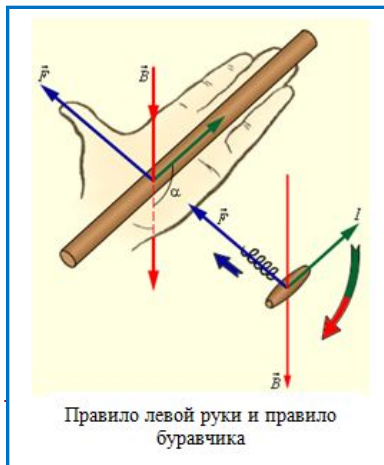
- При рассмотрении участка проводника уже немалой длины l :

$$F = I \cdot l \cdot B \cdot \sin \alpha = I \cdot l \cdot B \cdot \sin (l, B)$$

Сила Ампера для постоянного и однородного магнитного поля

Если магнитное поле изменяется, то закон Ампера в общем виде:

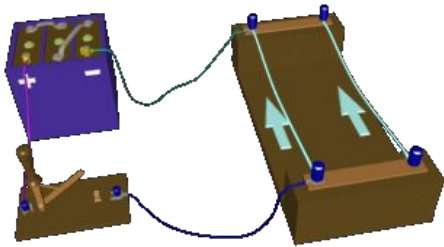
$$\vec{F} = I \cdot [\vec{l} \times \vec{B}]$$



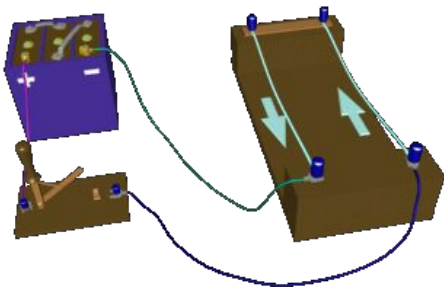
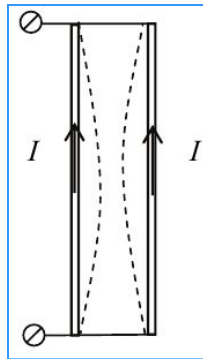
Направление силы $F = F_{\text{Ампера}}$ можно определить **по правилу левой руки**: если расположить ладонь левой руки так, чтобы вектор $\vec{B}$ **входил** в ладонь, а четыре вытянутых пальца совпадали с направлением электрического тока I , то отставленный большой палец укажет **направление силы Ампера**.

Действие силы Ампера для двух параллельных проводников с током

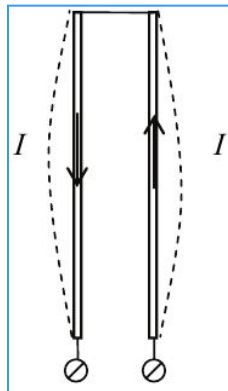
- Сила Ампера достигает максимального по модулю значения F_{max} , когда проводник с током ориентирован **перпендикулярно** линиям магнитной индукции B .



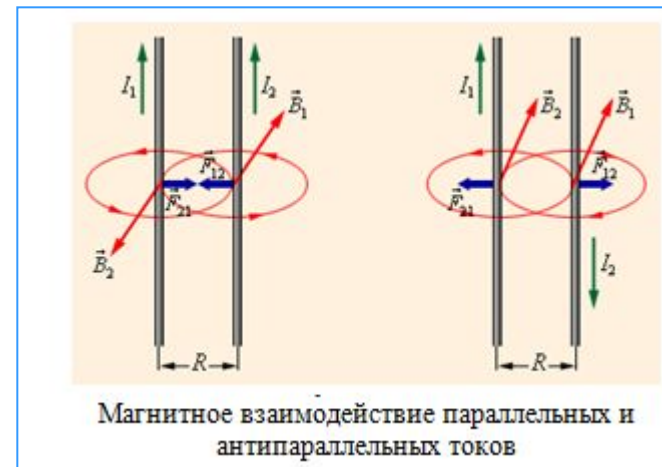
взаимное притяжение проводников



взаимное отталкивание проводников

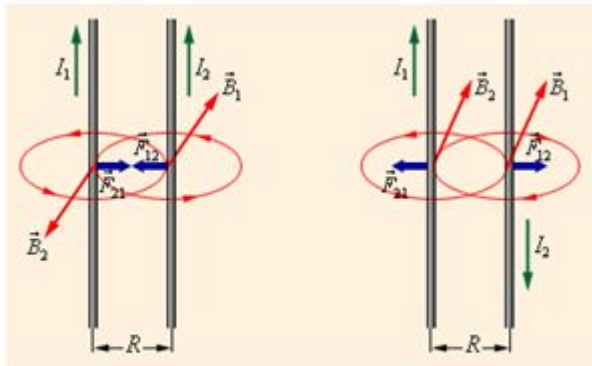


- Если по двум параллельным проводникам электрические токи текут в одну и ту же сторону, то наблюдается взаимное притяжение проводников.
- В случае, когда токи текут в противоположных направлениях, проводники отталкиваются.
- Взаимодействие токов вызывается их магнитными полями: магнитное поле одного тока действует силой Ампера на другой ток и наоборот.



- В 1-м случае силы Ампера сближают проводники, во 2-м – удаляют проводники друг от друга.

Закон Ампера. Взаимодействие параллельных токов.



Магнитное взаимодействие параллельных и антипараллельных токов

- Опыты показали, что модуль силы Ампера F , действующей на отрезок длиной dl каждого из проводников, прямо пропорционален силам тока I_1 и I_2 в проводниках, длине отрезка dl и обратно пропорционален расстоянию R между ними:

$$F = k \frac{I_1 I_2 dl}{R} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2 dl}{R}$$

- где μ_0 – постоянная величина, которую называют **магнитной постоянной**.
- Введение магнитной постоянной в СИ упрощает запись ряда формул. Ее численное значение равно $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Н/А}^2 \approx 1,26 \cdot 10^{-6} \text{ Н/А}^2 \approx 1,26 \cdot 10^{-6} \text{ Гн/м}$.
- Эта формула называется **законом Ампера**.
- Отсюда нетрудно получить выражение для индукции магнитного поля каждого из прямолинейных проводников.
- Модуль индукции B магнитного поля прямолинейного проводника с током I_1 на расстоянии R от него выражается соотношением:

$$\vec{B} = \frac{1}{I} \frac{d\vec{F}}{dl}$$



$$B_1 = \frac{1}{I_2} \frac{dF}{dl} = \frac{1}{I_2} \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2 dl}{R dl} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1}{R}$$



$$B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1}{R}$$

4. Теорема о циркуляции вектора $\mathbf{B}$ (теорема Гаусса в магнетизме)

- Расчеты магнитного поля часто упрощаются при учете симметрии в конфигурации токов, создающих поле.
- В этом случае можно пользоваться **теоремой о циркуляции вектора магнитной индукции**, которая в теории магнитного поля токов играет ту же роль, что и теорема Гаусса в электростатике. Ее называют **теоремой Гаусса в магнетизме**.
- Вспомним, что **циркуляцией вектора $\mathbf{B}$** называют сумму произведений $\mathbf{B}d\mathbf{l}$, взятую по всему **замкнутому** контуру L :

$$\oint_L \vec{B} d\mathbf{l} = \int_L B_n dl = \int_L \vec{B} \cdot \vec{n} d\mathbf{l}$$

- Некоторые токи, создающие магнитное поле, могут пронизывать выбранный контур L в то время, как другие токи могут находиться в стороне от контура.
- **Теорема о циркуляции** утверждает, что циркуляция вектора индукции магнитного поля $\mathbf{B}$ постоянных токов по любому контуру L всегда равна произведению магнитной постоянной μ_0 (в воздухе и вакууме) или $\mu\mu_0$ (в среде) на сумму всех токов I_k , **пронизывающих** контур:

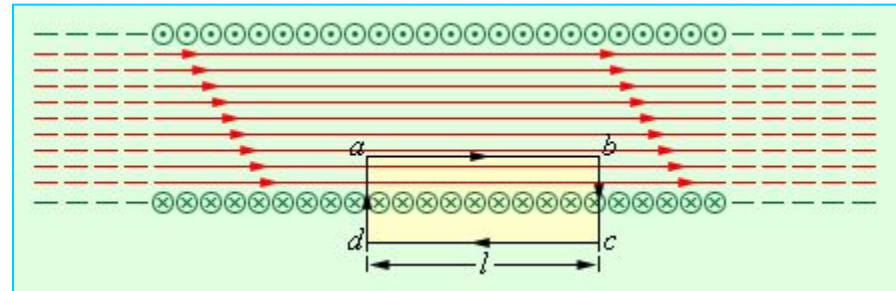
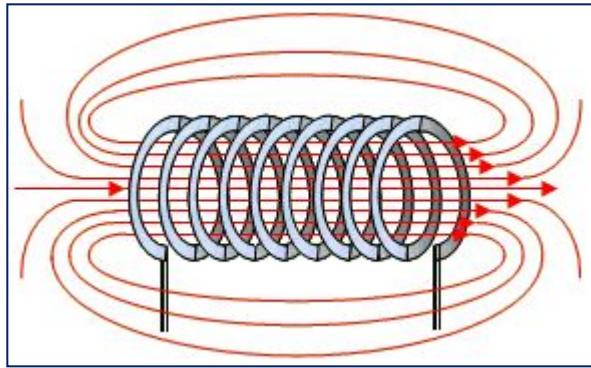
$$\oint_L B dl = \mu_0 I = \mu_0 \sum_k I_k$$

В воздухе и вакууме

$$\oint_L B dl = \mu\mu_0 I = \mu\mu_0 \sum_k I_k$$

В среде

Применение теоремы о циркуляции к расчету магнитного поля бесконечно длинного соленоида



$$\oint_L B dl = \mu_0 I = \mu_0 \sum_k I_k$$

- Вектор магнитной индукции имеет отличную от нуля проекцию на направление обхода контура **abcd** только на стороне **ab**.

$$\oint_{abcd} B dl = \int_{ab} B dl = Bl = \mu_0 IN$$



$$\oint_L B dl = \mu_0 I_{\text{полный}} = \mu_0 IN$$

Вывод: Магнитное поле **B** в соленоиде с сердечником в μ раз **больше**, чем в соленоиде без сердечника.

$$Bl = \mu_0 IN \rightarrow B = \frac{\mu_0 IN}{l} = \mu_0 In$$

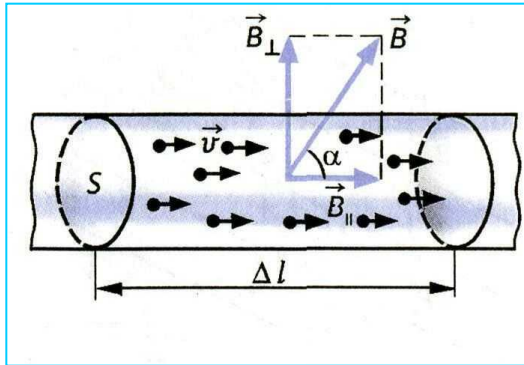
Сердечника нет



$$B = \mu \mu_0 In$$

Сердечник есть

5. Заряженная частица в однородном магнитном поле



$$\vec{F}_L = q[\vec{v} \times \vec{B}]$$

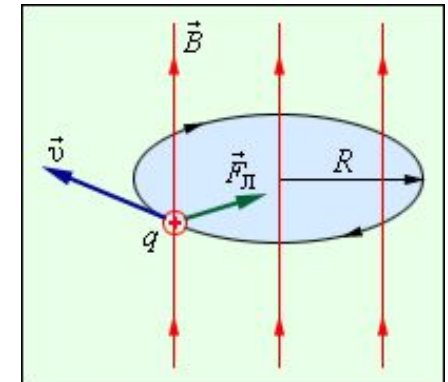
- Так как **электрический ток** представляет собой упорядоченное движение зарядов, то **действие магнитного поля на проводник с током** есть **результат** его **действия на отдельные движущиеся заряды**.
- Силу, действующую со стороны магнитного поля на движущиеся в нем заряды, называют **силой Лоренца**.
- Сила Лоренца определяется соотношением:

где **q** - величина движущегося заряда;
v - модуль его скорости;
B - модуль вектора индукции магнитного поля;
α - угол между вектором скорости заряда и вектором магнитной индукции.

Модуль силы Лоренца:

$$F_L = |q| v B \sin(\vec{v}, \vec{B}) = |q| v \cdot B \cdot \sin \alpha$$

- Обратите внимание, что сила Лоренца **векторно перпендикулярна** скорости **v** и поэтому она не совершает работы, не изменяет модуль скорости заряда и его кинетической энергии.
- Но направление скорости изменяется непрерывно:



По смыслу сила Лоренца:

$$\vec{F}_L = \frac{d\vec{F}_A}{dN}$$

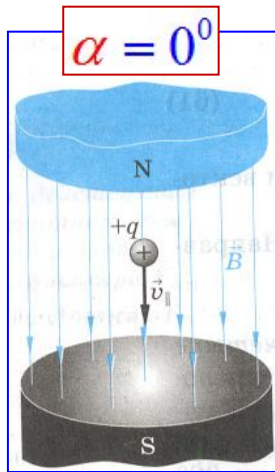
← сила Ампера

← число заряженных частиц

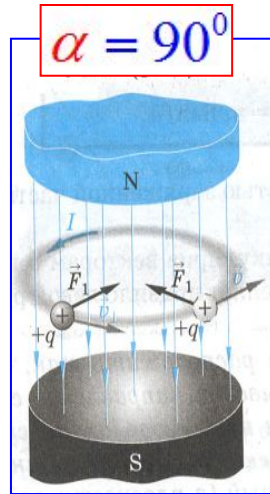
Направление движения точечного заряда в магнитном поле

Траектория заряженной частицы зависит от угла между направлением скорости частицы $\mathbf{v}$ и индукции магнитного поля $\mathbf{B}$.

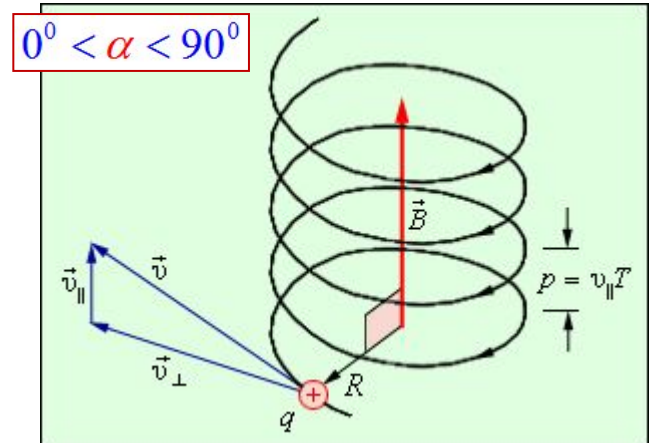
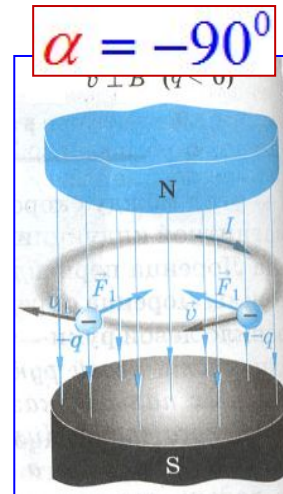
$$F_L = |q| v B \sin(\vec{v}, \vec{B}) = |q| \mathbf{v} \cdot \mathbf{B} \cdot \sin \alpha$$



Траектория – прямая, параллельная $\mathbf{B}$



Траектория – окружность радиуса R , перпендикулярная $\mathbf{B}$, различия в направлении вращения



Траектория – спираль

- Сила Лоренца зависит от модулей скорости частицы и индукции магнитного поля.
- Если эта сила перпендикулярна скорости $\mathbf{B}$ и $\mathbf{v}$ и, следовательно, определяет центростремительное ускорение частицы.
- Частица равномерно движется по окружности радиуса R .

- Если частица движется с $\mathbf{v}$ под углом α к направлению $\mathbf{B}$, то:

Шаг спирали: $h = v_{\parallel} T$

Радиус спирали: $R = \frac{m v_{\perp}}{|q| B}$

Период вращения:

$$T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}} = \frac{m}{|q|} \cdot \frac{2\pi}{B}$$

12
+9

$$F_L = m a_{\text{ц}}$$

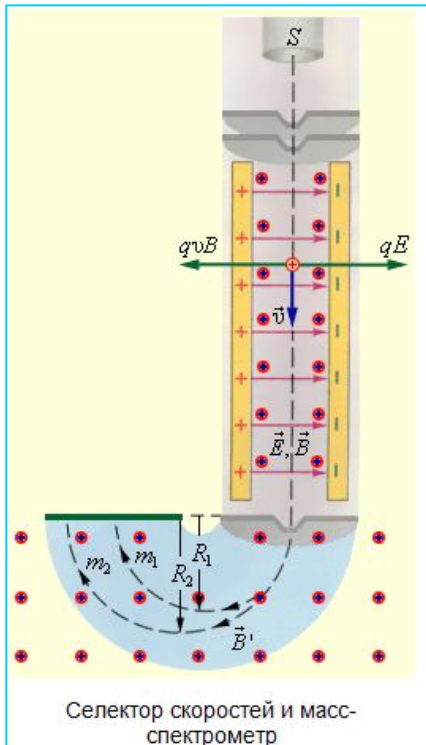


$$|q| v B \sin 90^\circ = \frac{m v^2}{R}$$



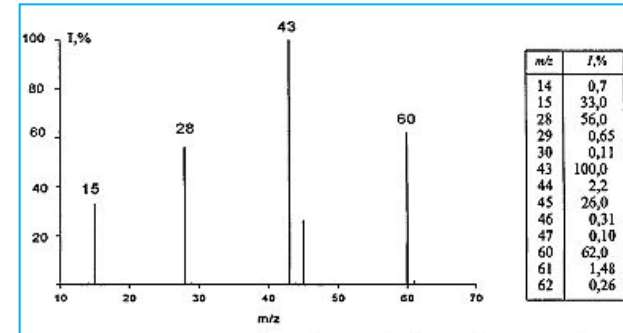
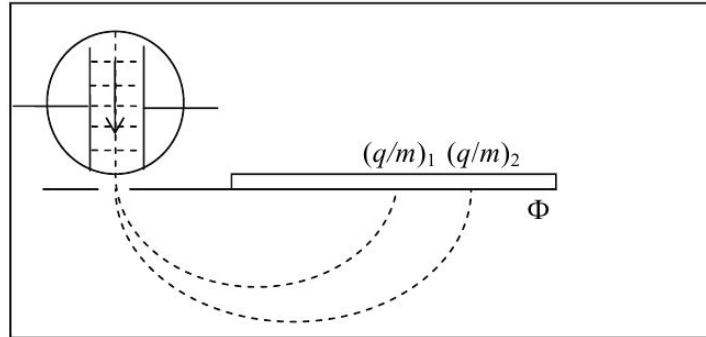
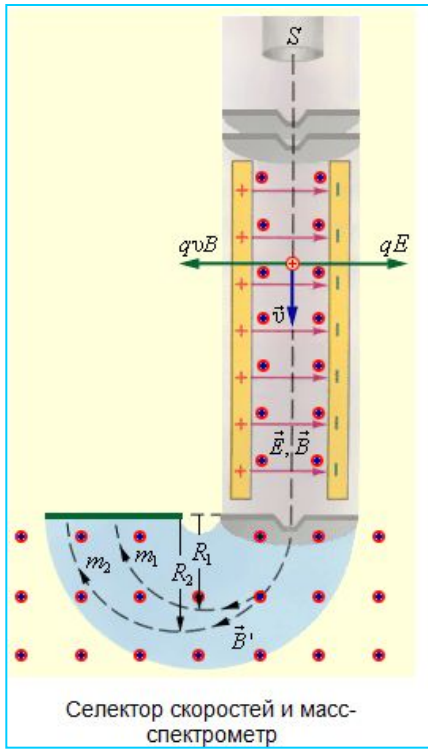
$$R = \frac{m v}{|q| B}$$

Масс-спектрометры



- Однородные магнитные поля используются во многих приборах и, в частности, в **масс-спектрометрах** – устройствах, с помощью которых можно измерять массы заряженных частиц – ионов или ядер различных атомов.
- Масс-спектрометры используются **для разделения изотопов**, то есть ядер атомов с одинаковым зарядом, но разными массами (например, ^{20}Ne и ^{22}Ne).
- Простейший масс-спектрометр показан на рисунке. Ионы, вылетающие из источника **S**, проходят через несколько небольших отверстий, **формирующих узкий пучок**.
- Затем они попадают в **селектор скоростей**, в котором частицы движутся **в скрещенных** однородных электрическом и магнитном полях.
- Электрическое поле создается между пластинами плоского конденсатора, магнитное поле – в зазоре между полюсами электромагнита. Начальная скорость **v** заряженных частиц направлена перпендикулярно векторам **E** и **B** .
- На частицу, движущуюся в скрещенных электрическом и магнитном полях, действуют электрическая сила Кулона и магнитная сила Лоренца.
- При условии **$E = vB$** эти силы **точно уравнивают друг друга**. Если это условие выполняется, частица будет двигаться **равномерно и прямолинейно** и, пролетев через конденсатор, пройдет через отверстие в экране. При заданных значениях электрического и магнитного полей **селектор выделяет** частицы, движущиеся со скоростью **$v = E/B$** .
- Далее частицы с одним и тем же значением скорости попадают в камеру масс-спектрометра, в которой создано однородное магнитное поле **B'** .
- Частицы движутся в камере в плоскости, **перпендикулярной** магнитному полю, под действием силы Лоренца.

Масс-спектрометры -2



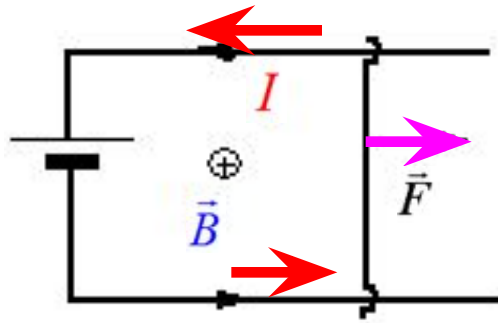
Представление масс-спектра в графической и табличной форме

- Частицы движутся в камере в плоскости, **перпендикулярной** магнитному полю B' , под действием силы Лоренца.
- Траектории частиц представляют собой **окружности радиусов**:

$$R = \frac{mv}{|q|B'}$$

- Измеряя радиусы траекторий R при известных значениях v и B' можно определить отношение q/m – **удельный заряд** заряженной частицы.
- В случае изотопов ($q_1 = q_2$) масс-спектрометр позволяет разделить частицы с разными массами.
- Радиус кривизны траектории R пропорционален импульсу $p=mv$. Поэтому, при прочих равных условиях сильнее будут закручиваться более легкие частицы, слабее – более тяжелые.
- Вывод:** частицы можно в пространстве разделить по массе, т. е. **получить массовый спектр**.
- Современные масс-спектрометры позволяют измерять массы заряженных частиц с точностью выше 10^{-4} .

6. Работа по перемещению контура с током в магнитном поле



- Покажем, что работа, которую совершают амперовы силы при элементарном перемещении контура с током I , определяется по формуле:

$$\delta A = I d\Phi$$

- где $d\Phi$ – приращение магнитного потока через контур при данном перемещении.

1. Рассмотрим частный случай: контур с подвижной перемычкой длины l находится в **однородном магнитном поле**, **перпендикулярном** плоскости контура и направленном за плоскость рисунка. На перемычку действует сила Ампера $F = IBl$.

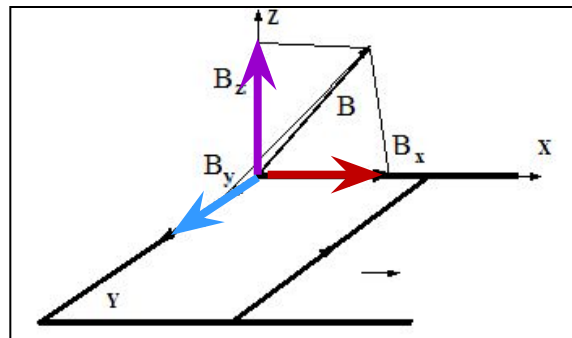
- При перемещении перемычки **вправо** эта сила совершает положительную работу:

$\delta A = F dx = IBl dx = IB dS$, где dS – приращение площади, ограниченной контуром.

$$\delta A = I d\Phi$$

2. Этот результат справедлив **и для произвольного направления поля**. Разложим вектор на три составляющие:

$$\vec{B} = \vec{B}_x + \vec{B}_y + \vec{B}_z$$



Составляющая B_y – **вдоль перемычки** – параллельна току в ней и поэтому не оказывает на перемычку силового действия.

Составляющая B_x – **вдоль перемещения** – дает силу, перпендикулярную перемещению, работы она не совершает. Составляющая B_z – **перпендикулярная плоскости**, в которой перемещается перемычка. Поэтому в формуле вместо B надо брать только B_z .

Но $B_z dS = d\Phi$, поэтому **опять** получаем:

$$\delta A = I d\Phi$$

Работа по перемещению контура с током в магнитном поле -2

3. Если контур произвольной формы, то разобьем его на бесконечно малые элементы тока и рассмотрим их бесконечно малые перемещения.

□ В этих условиях магнитное поле, в котором перемещается каждый элемент тока, **можно считать однородным**.

□ Для такого перемещения к каждому элементу тока применимо выражение $\delta A = Id\Phi$, где под $d\Phi$ надо понимать **вклад в приращение потока** через контур от данного элемента контура.

□ Сложив такие элементарные работы для всех элементов контура, снова получим выражение:

$$\delta A = Id\Phi$$

где $d\Phi$ есть **приращение** магнитного потока через весь контур.

□ Чтобы найти работу сил Ампера **при полном перемещении** контура с током от начального положения 1 до конечного 2, достаточно проинтегрировать выражение:

□ Если при этом перемещении поддерживать ток I постоянным, то:

$$A = I(\Phi_2 - \Phi_1)$$

$$A = \int_1^2 Id\Phi$$

где $d\Phi$ – приращение магнитного потока через контур при данном перемещении.

Определение: **Потокоцепление** Ψ – это магнитный поток через поверхность, ограниченную замкнутым контуром, состоящим из N витков:

$$\Psi = N\Phi_{m1}$$

где Φ_{m1} – поток, пронизывающий один виток контура.

Спасибо за внимание!

