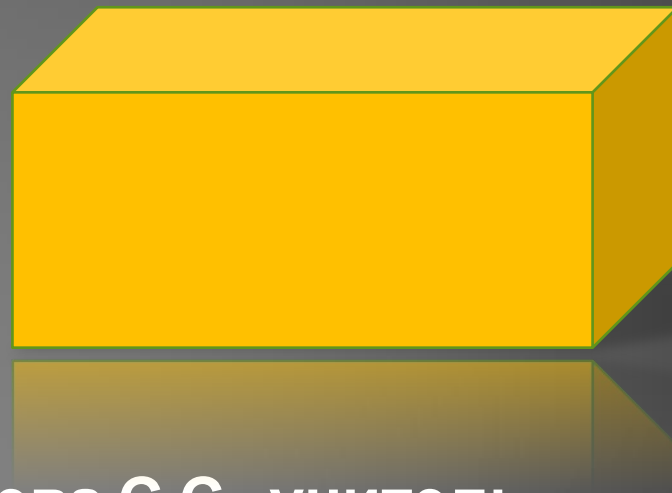


Объемы прямой призмы и цилиндра

ЕГЭ. Задачи В10, В13.



Курылева С.С., учитель
математики

МОУ «Лицей №1» г. Воркуты

ЭПИГРАФ:



Первое условие, которое
выполнять в математике, –
это быть точным, второе – быть
ясным и, насколько можно,
простым.

Лазар Карно

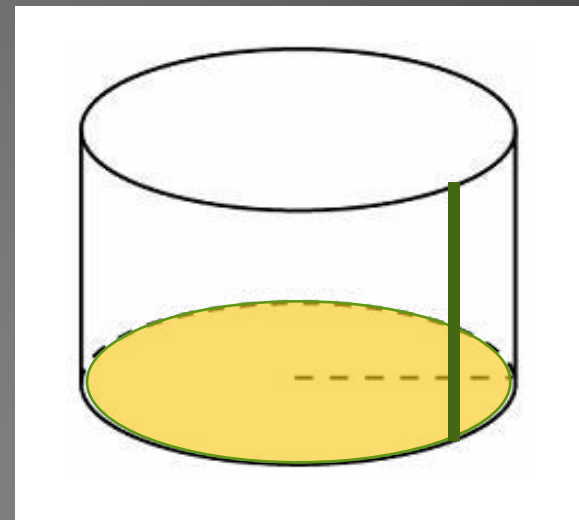
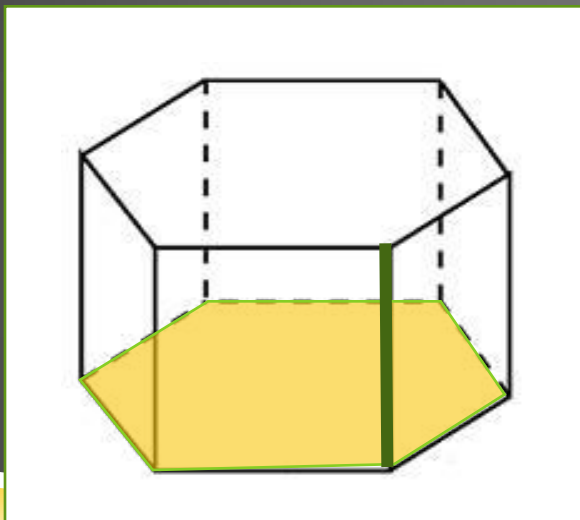
*(французский государственный и военный
деятель, инженер и ученый)*

ЗАДАЧИ НА УРОК:

- ✓ повторить формулы для вычисления объема прямой призмы и цилиндра;
- ✓ учиться применять формулы для вычисления объема прямой призмы и цилиндра при решении задач;
- ✓ рассмотреть задачи на вычисление объема призмы, вписанной в цилиндр и призмы, описанной около цилиндра.

ОБЪЕМ ПРЯМОЙ ПРИЗМЫ И ЦИЛИНДРА

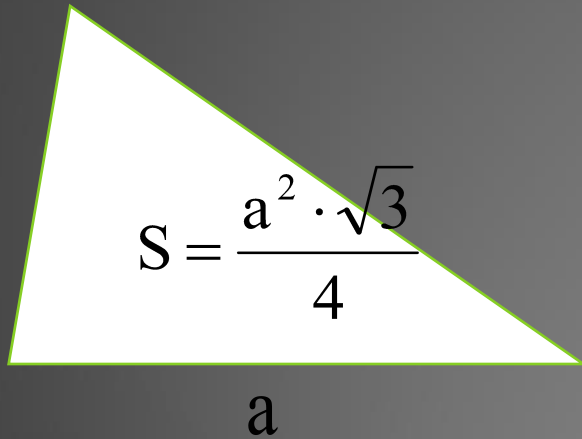
$$V = S_{\text{осн.}} \cdot h$$



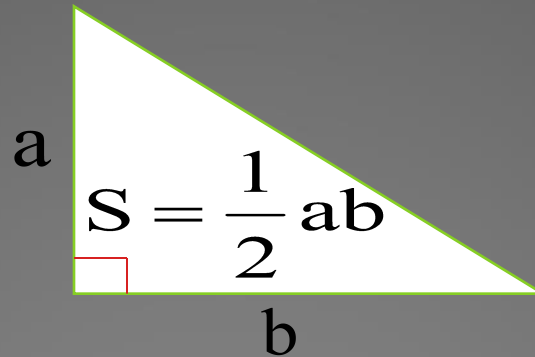
СВЕДЕНИЯ ИЗ ПЛАНИМЕТРИИ

ТРЕУГОЛЬНИК

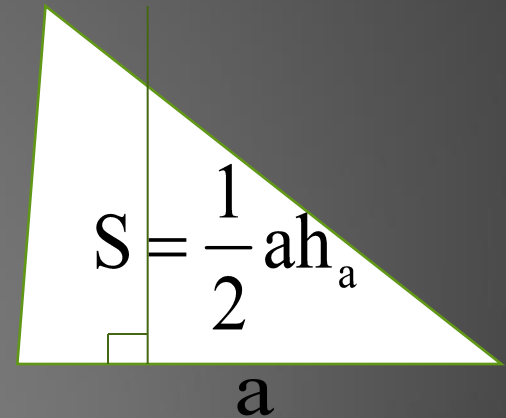
ПРАВИЛЬНЫЙ



ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ

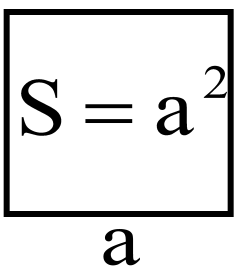


ПРОИЗВОЛЬНЫЙ



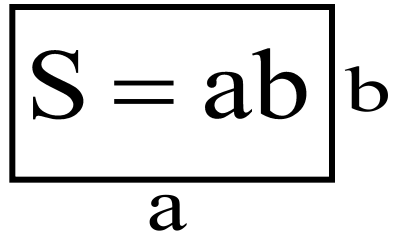
ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИК

КВАДРАТ



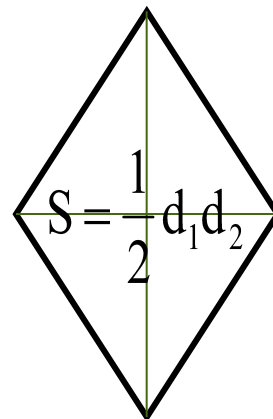
$S = a^2$
a

ПРЯМОУГОЛЬНИК



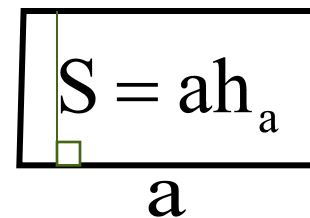
$S = ab$
a b

РОМБ



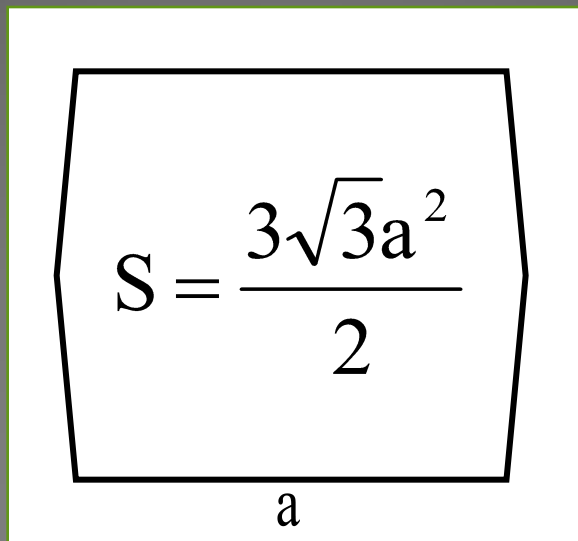
$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$

ПАРАЛЛЕЛОГРАММ



$S = ah_a$
a

ПРАВИЛЬНЫЙ ШЕСТИУГОЛЬНИК



A diagram of a regular hexagon with side length a . The area formula is displayed inside the hexagon:

$$S = \frac{3\sqrt{3}a^2}{2}$$

ФОРМУЛЫ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ РАДИУСА ВПИСАННОЙ И ОПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ

<i>Правильный треугольник</i>	$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}, R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
<i>Прямоугольный треугольник</i>	$r = \frac{a+b-c}{2}, R = \frac{1}{2}c$, где c – гипотенуза
<i>Квадрат</i>	$r = \frac{a}{2}, R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$
<i>Прямоугольник</i>	$R = \frac{1}{2}d$, где d – диагональ
<i>Правильный шестиугольник</i>	$r = \frac{a\sqrt{3}}{2}, R = a$

НЕКОТОРЫЕ ОТНОШЕНИЯ ПОДОБИЯ

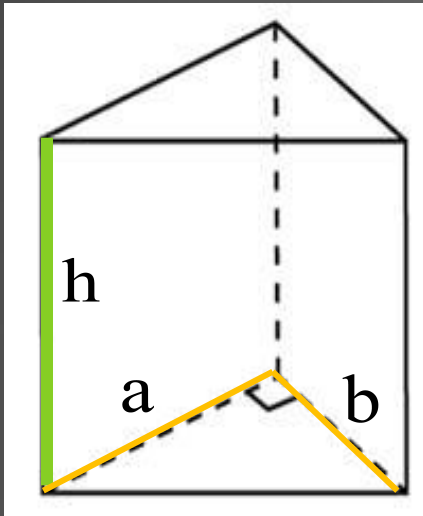
- *Отношение периметров подобных многоугольников равно коэффициенту подобия.*
- *Отношение площадей подобных фигур равно квадрату коэффициента подобия.*
- *Отношение объемов подобных тел равно кубу коэффициента подобия.*

ОБЪЕМ ПРИЗМЫ



ЗАДАЧА 1(27082)

Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8, боковое ребро равно 5. Найдите объем призмы.



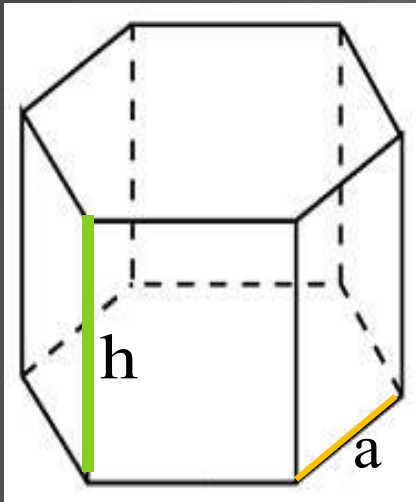
$$V = S \cdot h = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot h,$$

$$V = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 \cdot 5 = 120.$$

Ответ: 120

ЗАДАЧА 2(27084)

Найти объем правильной шестиугольной призмы, стороны основания которой равны 1, а боковые ребра равны $\sqrt{3}$.



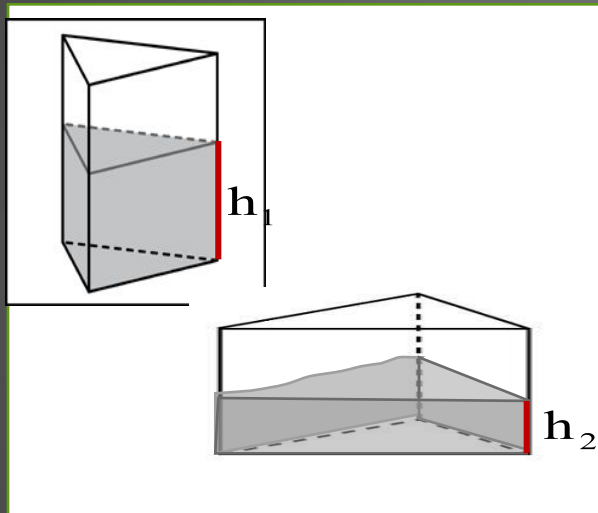
$$V = S \cdot h = \frac{3\sqrt{3}a^2}{2} h,$$

$$V = \frac{3\sqrt{3} \cdot 1^2}{2} \cdot \sqrt{3} = 4,5.$$

Ответ: 4,5

ЗАДАЧА 3 (27048)

Сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, наполнен водой. Уровень воды достигает 80 см. На какой высоте будет находиться уровень воды, если ее перелить в другой такой же сосуд, у которого сторона основания в 4 раза больше, чем у первого? Ответ выразите в см.



$$a_2 = 4a_1 \Rightarrow S_2 = 16S_1,$$

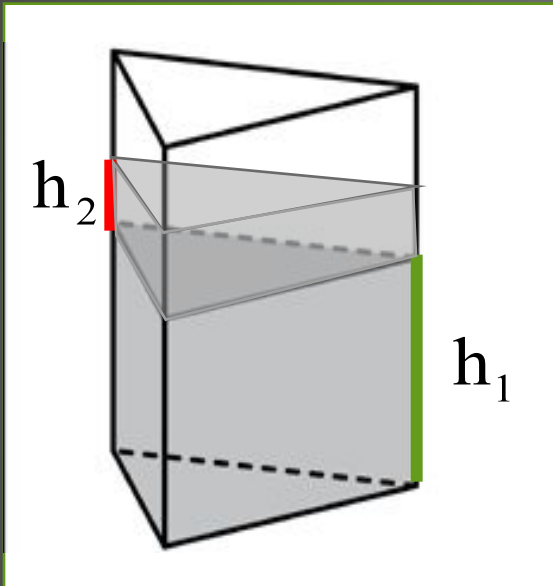
$$\text{Так как } V_1 = V_2, \text{ то } h_2 = \frac{1}{16} h_1,$$

$$80 : 16 = 5.$$

Ответ: **5**

ЗАДАЧА 4 (27047)

Сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, содержит 2300 см³ воды и полностью в нее погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся с отметки 25 см до отметки 27 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в см³.



$$S_{\text{осн.}} = \frac{V_{\text{воды}}}{h_1} = \frac{2300}{25} = 92,$$

$$V_{\text{детали}} = S_{\text{осн.}} \cdot h_2,$$

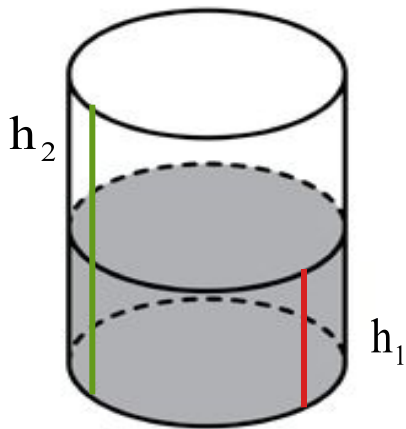
$$V_{\text{детали}} = 92 \cdot (27 - 25) = 184.$$

Ответ: **184**

ОБЪЕМ ЦИЛИНДРА

ЗАДАЧА 5(27091)

В цилиндрический сосуд, в котором находится 6 литров воды, погружена деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся в 1,5 раза. Чему равен объем детали? Ответ выразите в литрах.



$$h_2 = 1,5h_1 \Rightarrow V_2 = 1,5V_1,$$

$$V_2 = 1,5 \cdot 6 = 9,$$

$$\text{Значит, } V_{\text{детали}} = 9 - 6 = 3.$$

Ответ: 3

ЗАДАЧА 6(27053)

Объем первого цилиндра равен 12 м^3 . У второго цилиндра высота в три раза больше, а радиус основания — в два раза меньше, чем у первого. Найдите объем второго цилиндра. Ответ дайте в кубических метрах.

$$V_{\text{цилиндра}} = \pi R^2 h, \quad V_1 = \pi R_1^2 h_1,$$

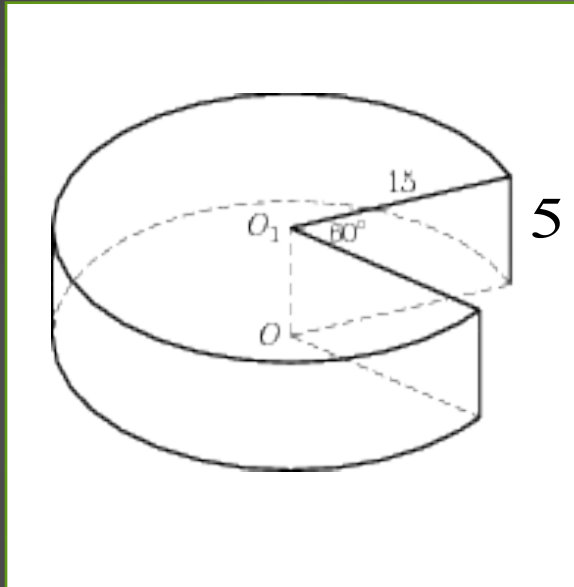
$$V_2 = \pi \cdot \left(\frac{R_1}{2}\right)^2 \cdot 3h_1 = \pi \cdot \frac{R_1^2}{4} \cdot 3h_1 = \pi R_1^2 h_1 \cdot \frac{3}{4},$$

$$V_2 = \frac{3}{4} V_1 = \frac{3}{4} \cdot 12 = 9.$$

Ответ: 9

ЗАДАЧА 7(27199)

Найдите объем V части цилиндра, изображенной на рисунке. В ответе укажите V/π .



$$V_{\text{цил.}} = \pi R^2 h, \quad V = 225 \cdot 5 \cdot \pi = 1125\pi,$$

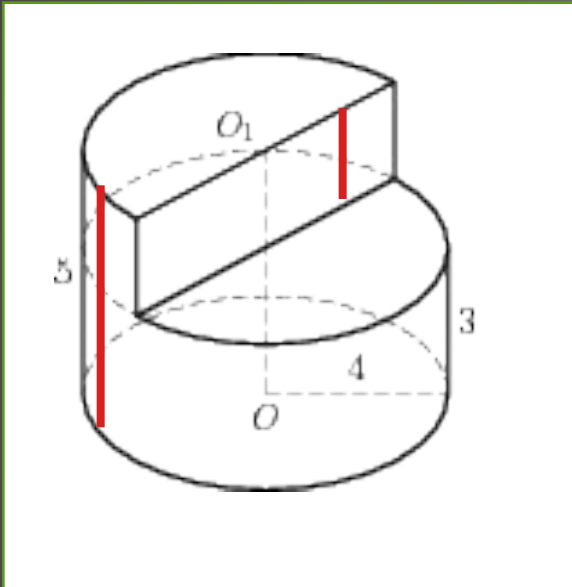
$$60^\circ \text{ это } \frac{1}{6} \text{ от } 360^\circ, \quad 300^\circ \text{ это } \frac{5}{6} \text{ от } 360^\circ$$

$$V = \frac{1125\pi \cdot 5}{6} = 937,5\pi.$$

Ответ: 937,5

ЗАДАЧА 8(27200)

Найдите объем V части цилиндра, изображенной на рисунке. В ответе укажите V/π .



$$V_{\text{бол.цил.}} = 80\pi, V_{\text{мал.цил.}} = 32\pi,$$

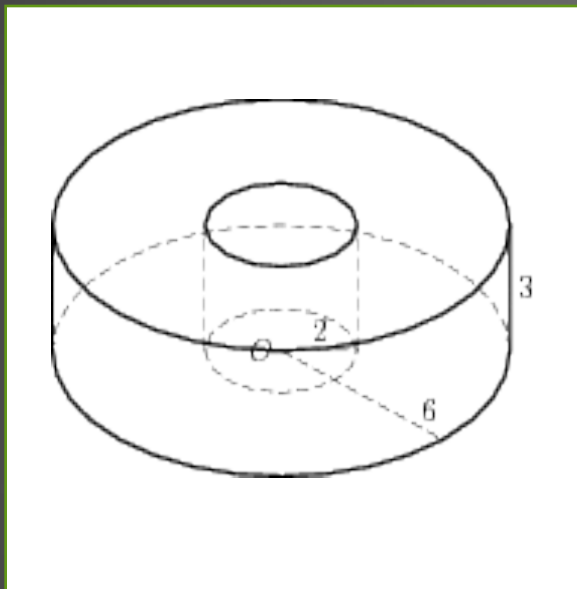
$$\frac{1}{2} V_{\text{мал.цил.}} = 16\pi,$$

$$V = 80\pi - 16\pi = 64\pi.$$

Ответ: 64

ЗАДАЧА 9(27201)

Найдите объем V части цилиндра, изображенной на рисунке. В ответе укажите V/π .



$$V_{\text{бол.цил.}} = 108\pi,$$

$$V_{\text{мал.цил.}} = 12\pi,$$

$$V = 108\pi - 12\pi = 96\pi.$$

Ответ: 96

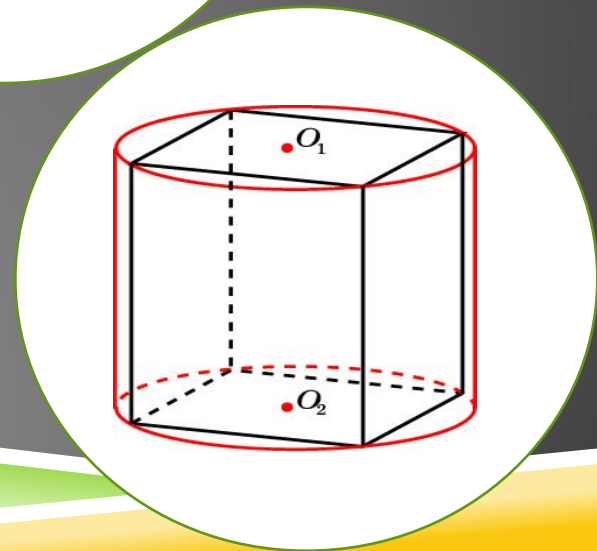
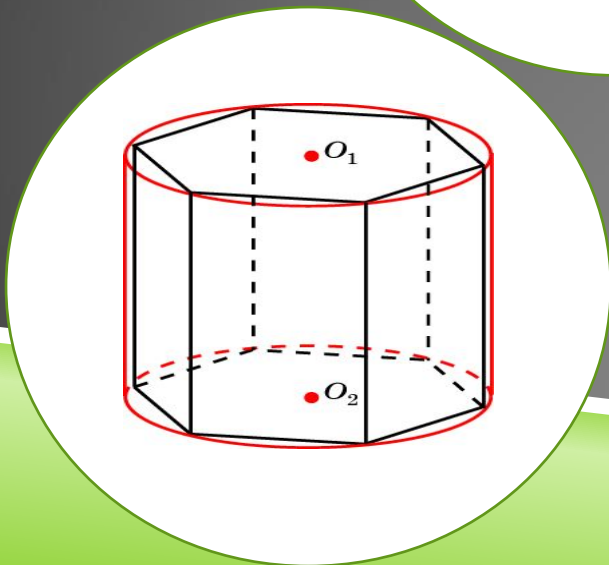
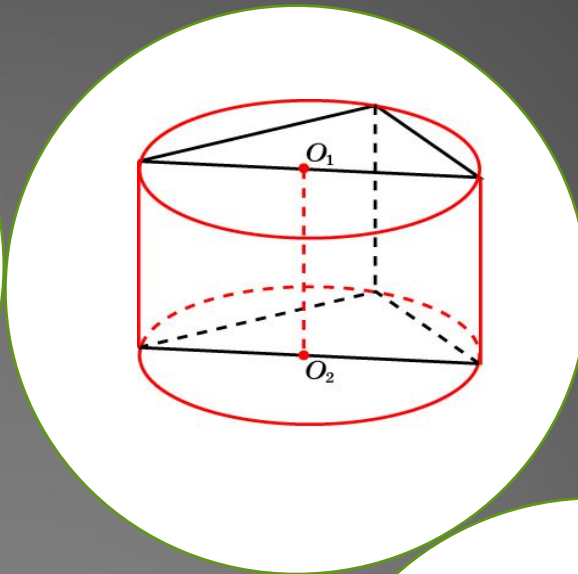
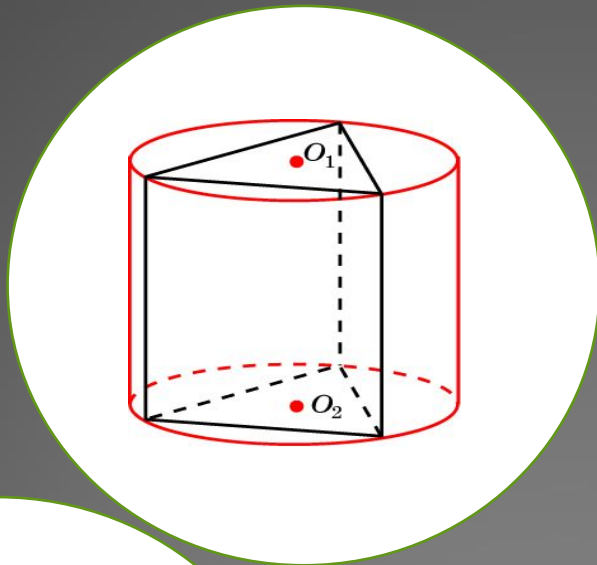
КОНФИГУРАЦИИ ТЕЛ

ПРИЗМА, ВПИСАННАЯ В ЦИЛИНДР

Призма называется вписанной в цилиндр, если ее основания – многоугольники, вписанные в окружности оснований цилиндра, а боковые ребра совпадают с образующими цилиндра.

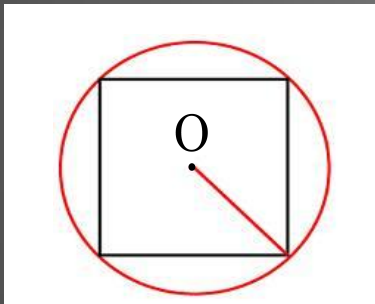
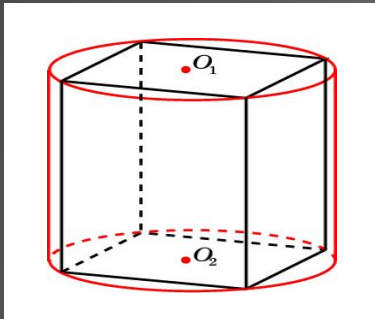
В цилиндр можно вписать только такую прямую призму, основания которой можно вписать в окружность и высота которой равна высоте цилиндра.

ПРИЗМЫ, ВПИСАННЫЕ В ЦИЛИНДР



ЗАДАЧА 10(27050)

В основании прямой призмы лежит квадрат со стороной 2. Боковые ребра равны $2/\pi$. Найдите объем цилиндра, описанного около этой призмы.



По т. Пифагора $c = 2\sqrt{2} = 2R,$

$$R = \sqrt{2},$$

$$V_{\text{цилиндра}} = 2\pi \cdot \frac{2}{\pi} = 4.$$

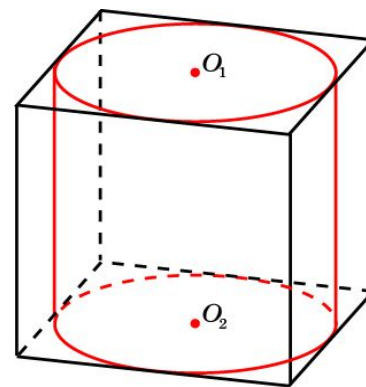
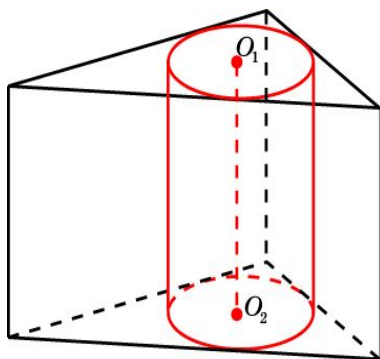
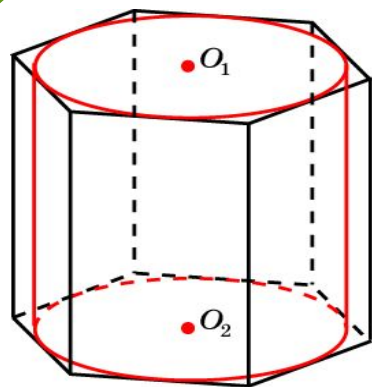
Ответ: 4

ПРИЗМА, ОПИСАННАЯ ОКОЛО ЦИЛИНДРА

Призма называется описанной около цилиндра, если ее основания – многоугольники, описанные около окружностей оснований цилиндра.

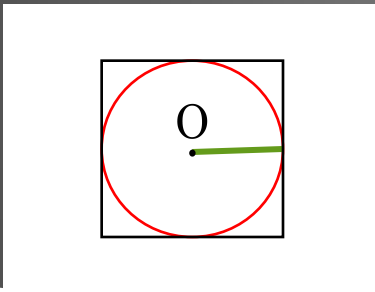
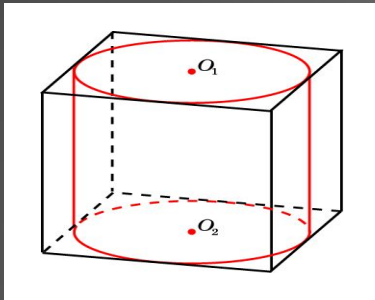
Около цилиндра можно описать только такую прямую призму, основания которой – многоугольники, которые можно описать около окружности и высота цилиндра равна высоте призмы.

ПРИЗМЫ, ОПИСАННЫЕ ОКОЛО ЦИЛИНДРА



ЗАДАЧА 11(27041)

Квадратная четырехугольная призма описана около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 1,5. Найдите объем призмы.



$$V_{\text{призмы}} = S_{\text{осн.}} \cdot h = a^2 \cdot h,$$

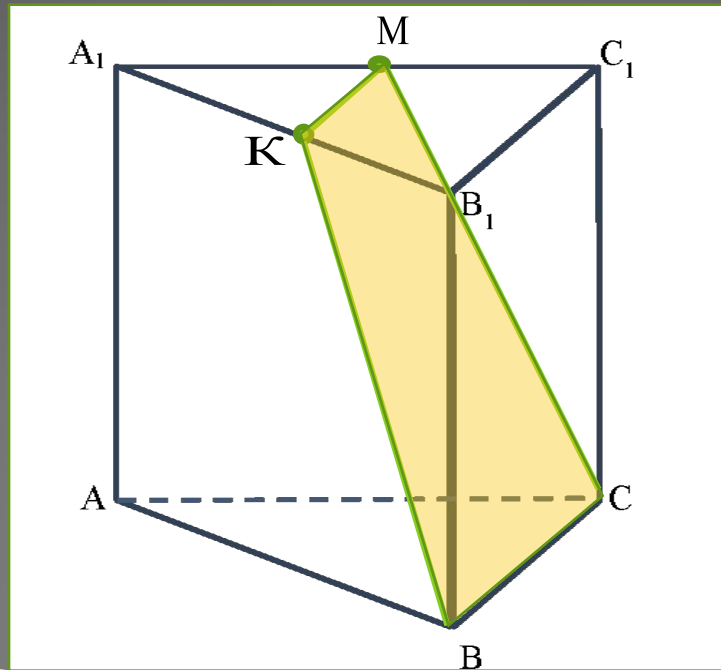
$$a = 2r = 1 \cdot 1,5 = 3,$$

$$V_{\text{призмы}} = 3^2 \cdot 1,5 = 13,5.$$

Ответ: 13,5

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЗАДАЧА

Ребра правильной треугольной призмы равны между собой. Найдите объем призмы, если площадь сечения плоскостью, проходящей через сторону BC нижнего основания и середину ребра верхнего основания, равна $3\sqrt{19}$.



ПЛАН РЕШЕНИЯ:

- *Строим сечение*
- *Доказываем, что сечение является равнобедренной трапецией*
- *Выполняем рисунок трапеции в плоскости*
- *Решая планиметрическую задачу, находим длину стороны a*
- *Находим объём призмы:* $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$

ОТВЕТЫ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I	5	108	3	300	18	32	58,5	1,25	120	2,5
II	6	364,5	3	960	32	9	282,5	0,25	90	9



Учусь решать задачи группы С

Знаю теорию, умею решать задачи группы В

Умею решать задачи, пользуясь справочным материалом

Знаю теорию, но не всегда могу её применить

Не знаю теорию, не умею её применять

**СПАСИБО ЗА
УРОК!**

**Удачи на
ЕГЭ!!!**