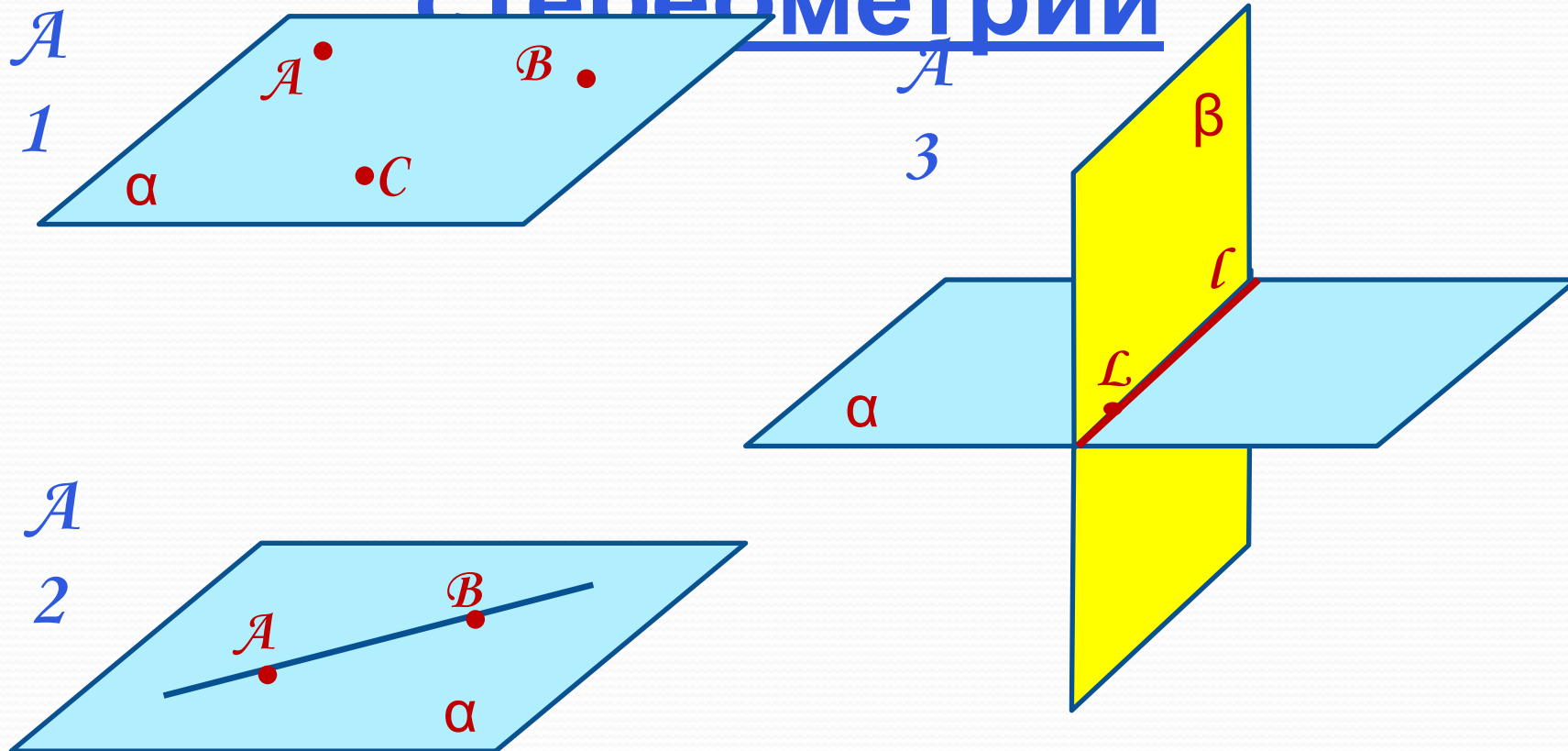




Параллельност ь прямых и плоскостей

Аксиомы

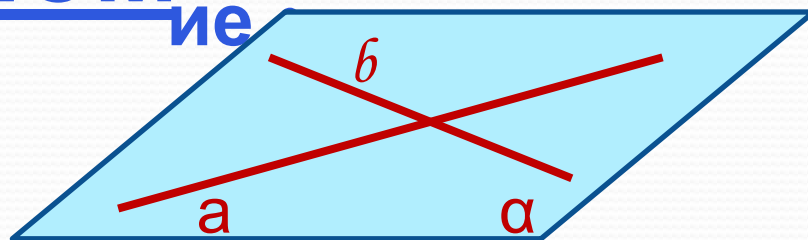
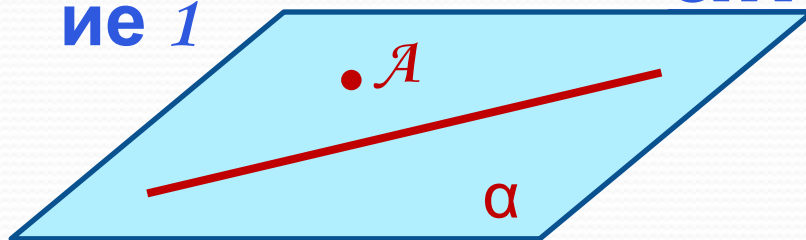
стереометрии



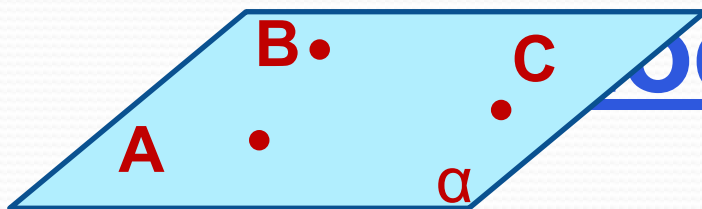
Следствия из

Следств
ие 1

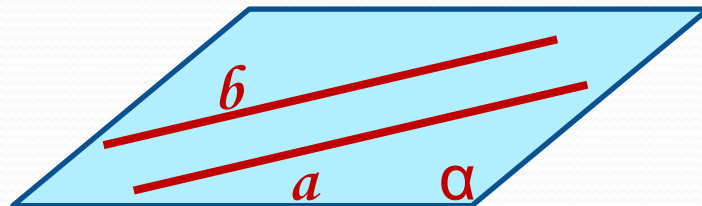
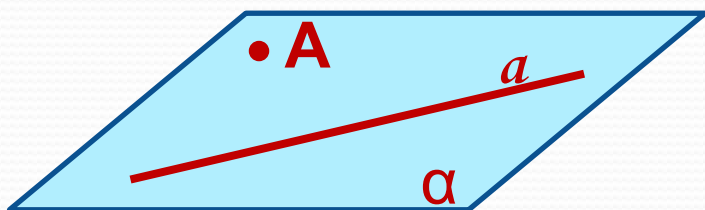
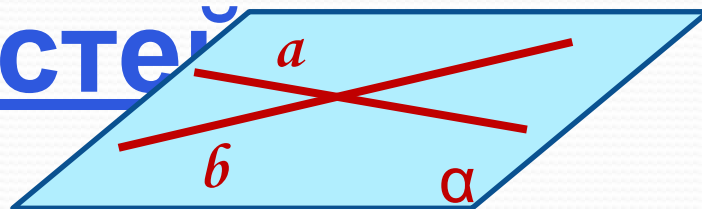
аксиом Следств
ие



Способы задания



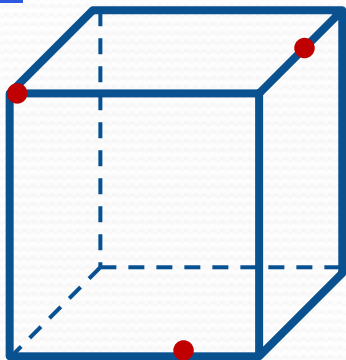
оскостей



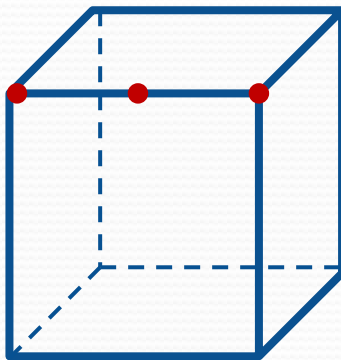
Задание

определите, сколько плоскостей
можно провести через
выделенные элементы?

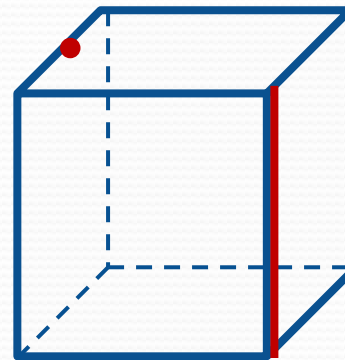
1:



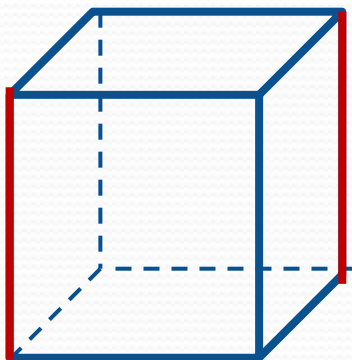
1)



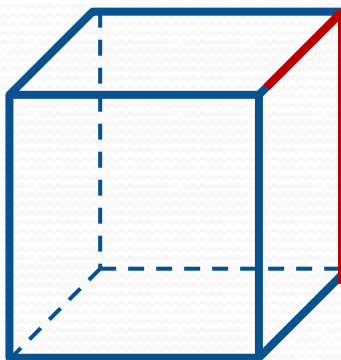
2)



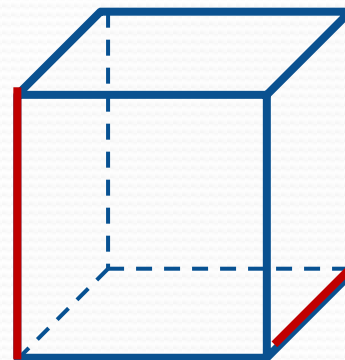
3)



4)



5)



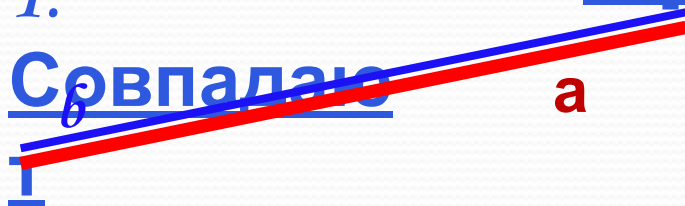
6)

Взаимное расположение

прямых

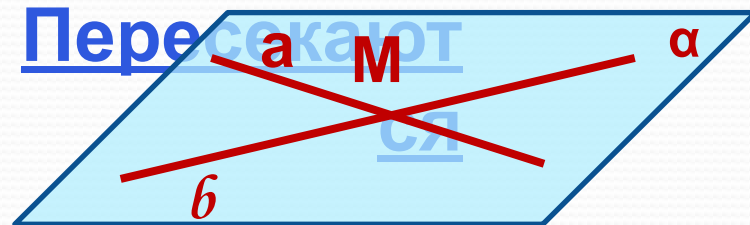
1.

Совпадают



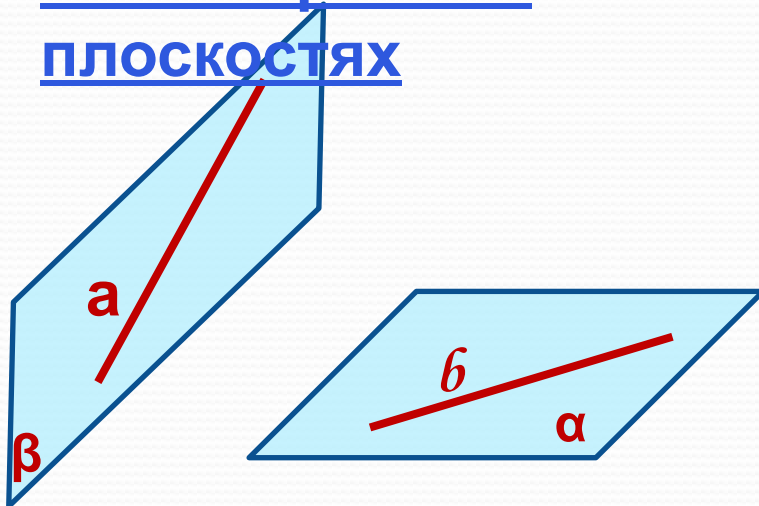
2.

Пересекаются



$$a \cap b = M$$

4. Не пересекаются,
лежат в разных
плоскостях

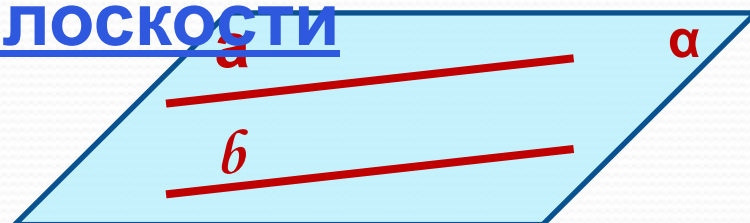


a и b

скрещивающиеся

Признак!

3. Не пересекаются,
лежат в одной
плоскости



$a \parallel b$

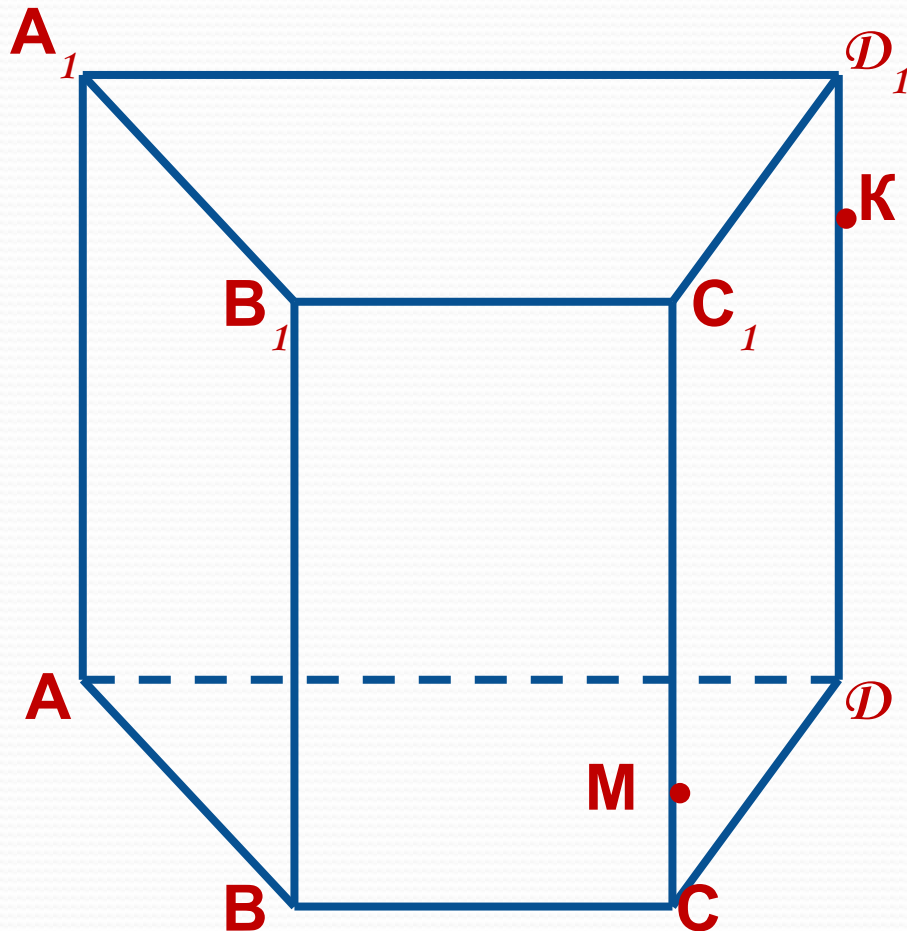
Признак

и!

Задание

2:

выясните взаимное
расположение прямых
(основания – трапеции, боковые грани –
параллелограммы)



BC и DC

AB и

AB_1

AA_1 и

CC_1

MK и

CD

AB_1 и

DC

CB_1 и

CB_1

BC и

AD_1

MK и CD

пересекаю

параллел

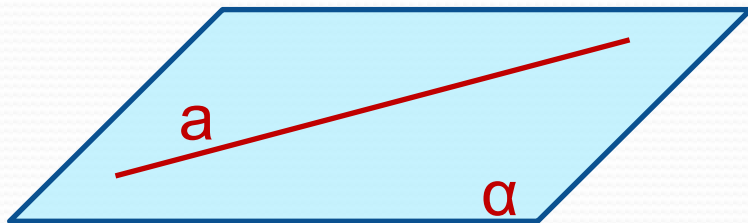
параллел

пересекаю

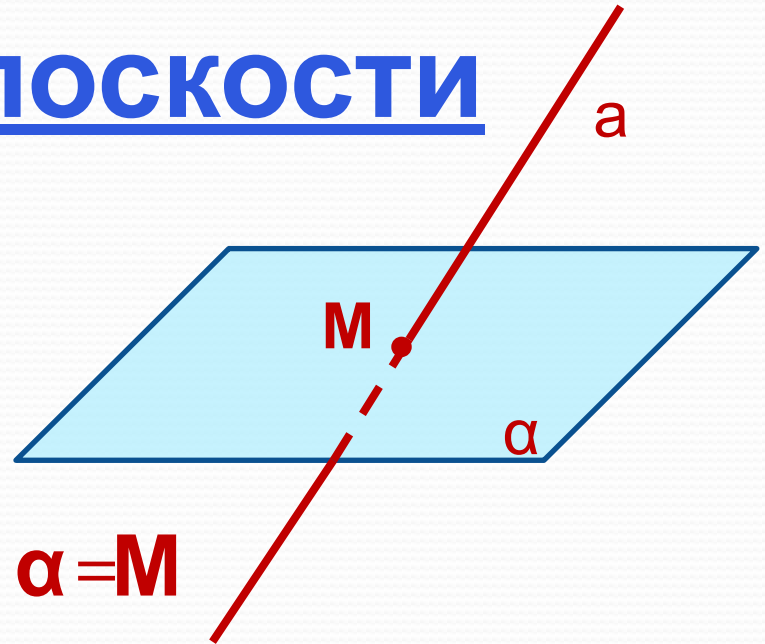
скрещивающ

иеся

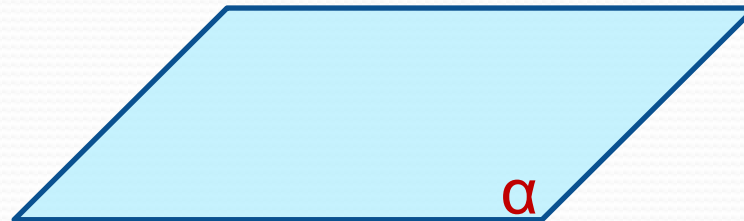
Взаимное расположение прямой и плоскости



$$a \subset \alpha$$



$$a \cap \alpha = M$$

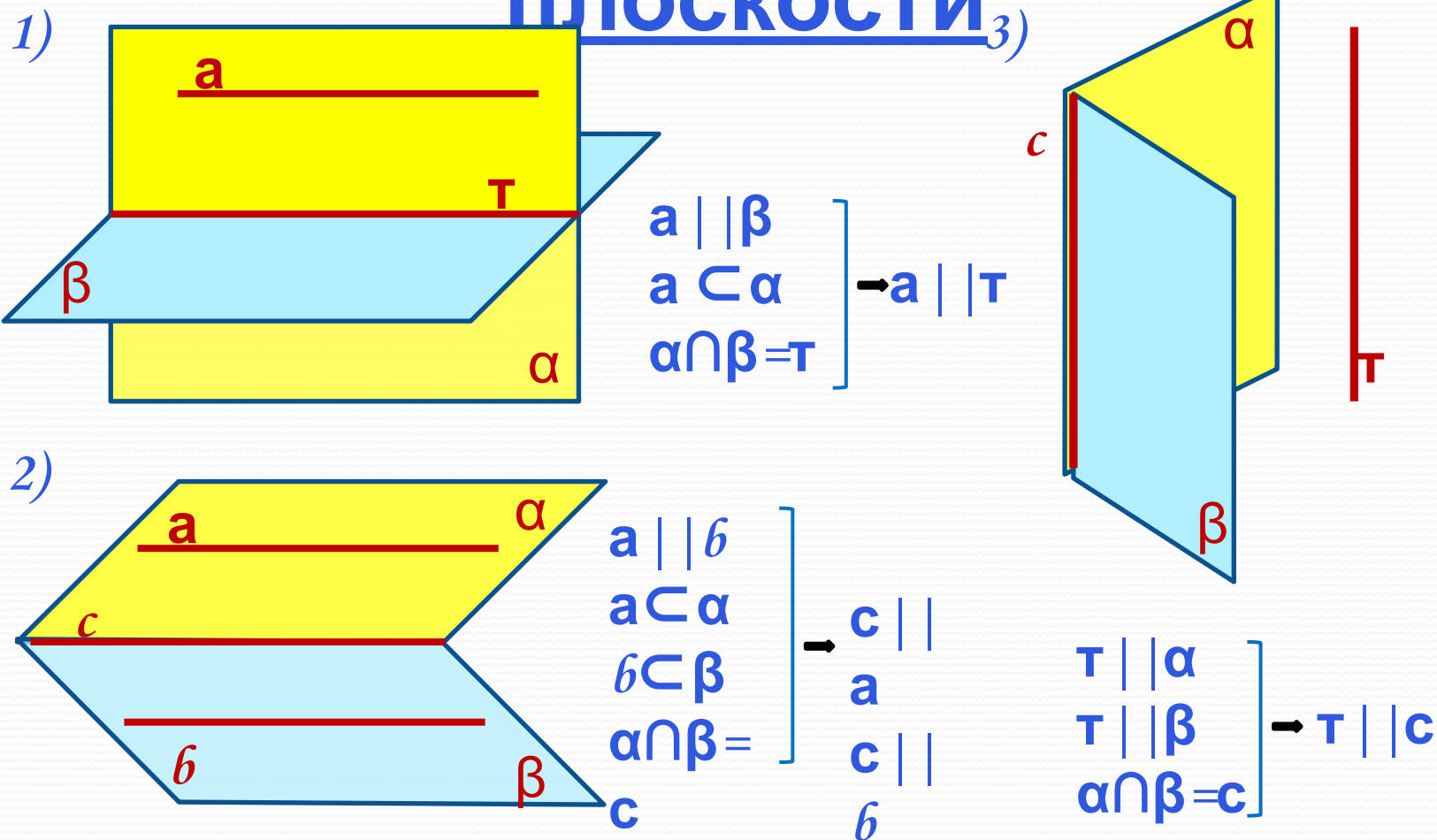


$$a \parallel \alpha$$
$$(\alpha \parallel a)$$

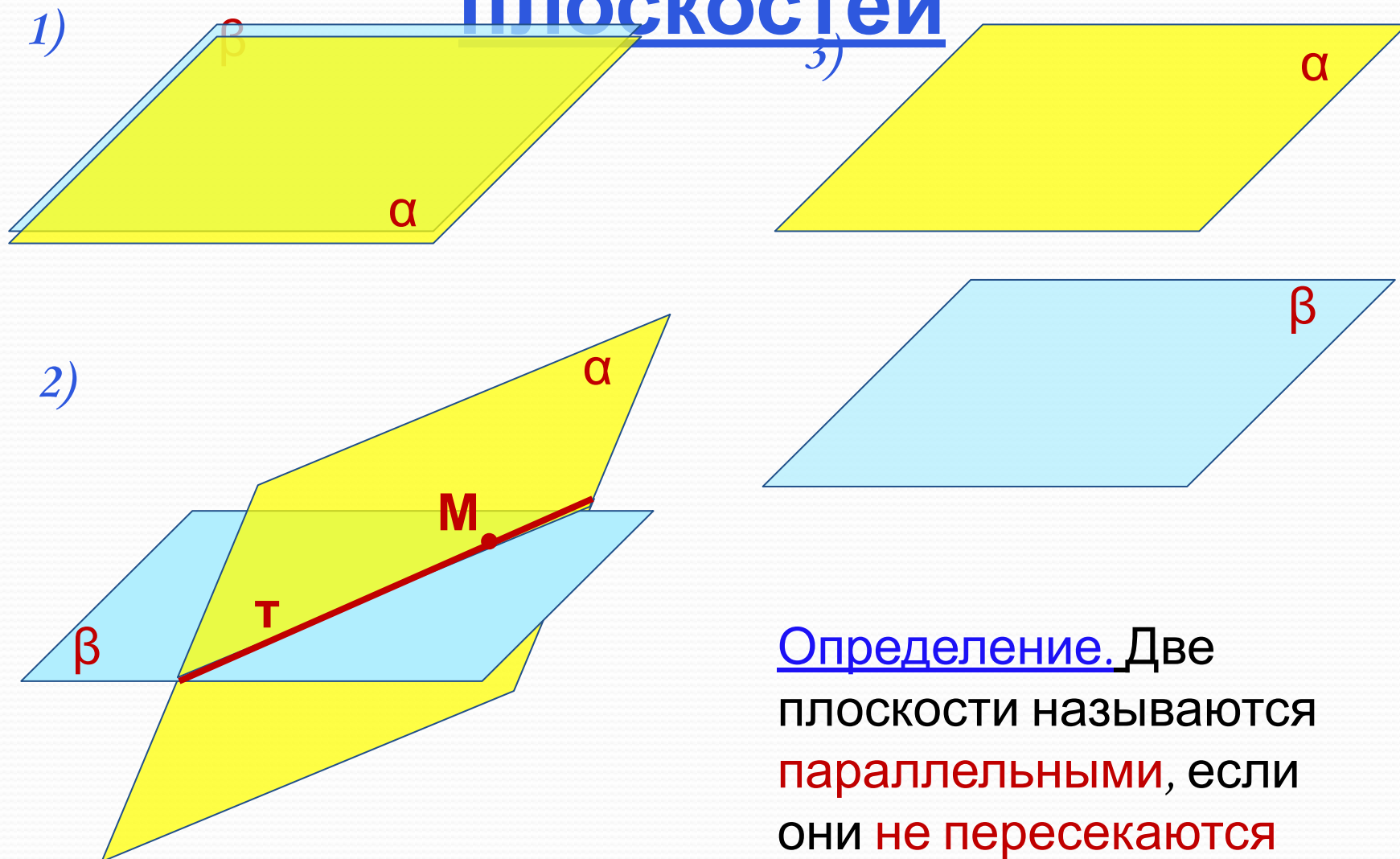
Признак!

Важные теоремы, связанные с параллельностью прямой и

ПЛОСКОСТИ



Взаимное расположение плоскостей



Определение. Две
плоскости называются
параллельными, если
они **не пересекаются**

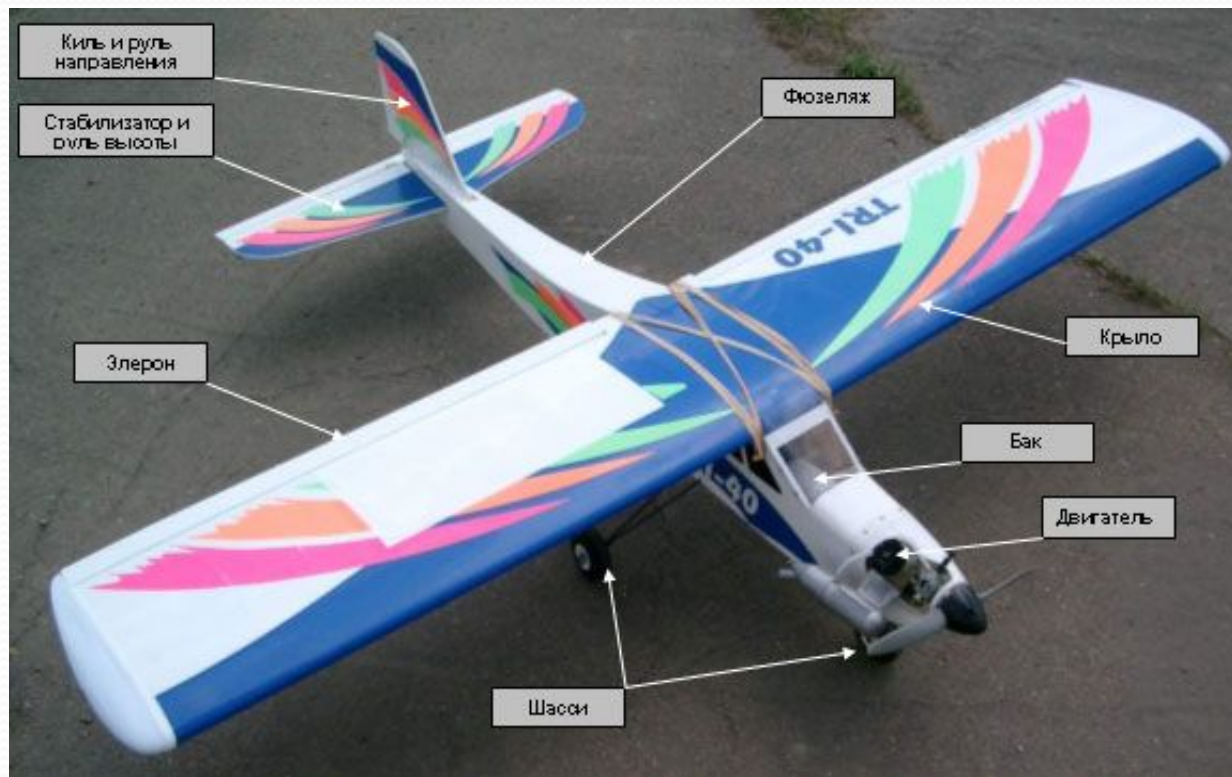
Параллельные плоскости в современной архитектуре



Параллельные
плоскости и прямые
создают жесткие
связи-каркасы,
также обеспечивают
равномерное
распределение
нагрузки



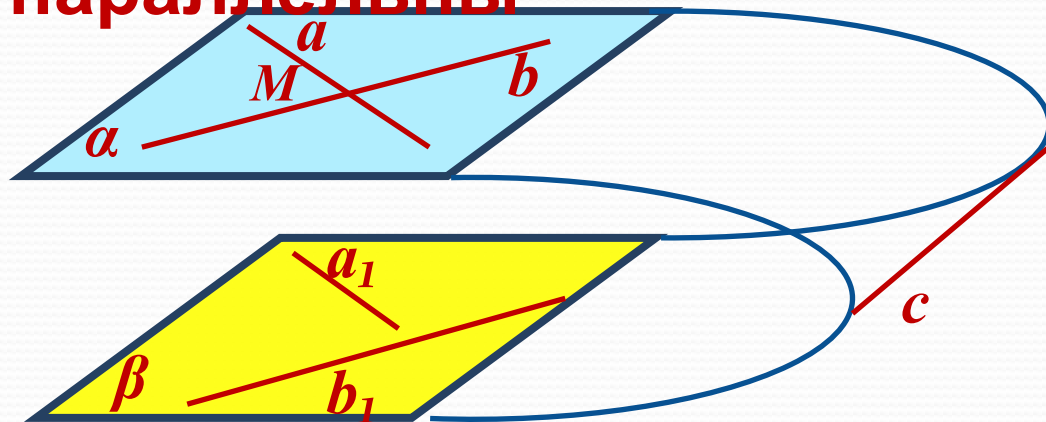
Параллельные плоскости в технике



Параллельные плоскости «летают»

Признак параллельности двух

Если две пересекающиеся прямые
соответственно двум прямым другой
плоскости, параллельны,
параллельны



Дано:

$$a \cap b = M, a \subset \alpha, b \subset \alpha$$

$$a_1 \subset \beta, b_1 \subset \beta$$

$$a \parallel a_1, b \parallel b_1: \alpha \parallel \beta$$

Доказательство: (от

противного)
Предположим, что α и β не параллельны. Тогда они
пересекутся по некоторой прямой c .

$$\begin{array}{l} 1) \left[\begin{array}{l} a \parallel \beta \\ a \subset \alpha \\ \alpha \cap \beta = c \end{array} \right] \rightarrow \left[\begin{array}{l} a \parallel \\ c \end{array} \right] \\ 2) \left[\begin{array}{l} b \parallel \beta \\ b \subset \alpha \\ \alpha \cap \beta = c \end{array} \right] \rightarrow \left[\begin{array}{l} b \parallel \\ c \end{array} \right] \\ 3) \left[\begin{array}{l} a \parallel \beta \\ a \parallel c \end{array} \right] \rightarrow a \parallel b, \text{ что противоречит } b \parallel c \text{ условию} \end{array}$$

$$b \parallel c$$

Задача 1

Плоскости α и β параллельны, прямая t лежит в плоскости α . Докажите, что прямая t параллельна плоскости β

Дано:

$\alpha \parallel \beta$

$t \subset \alpha$

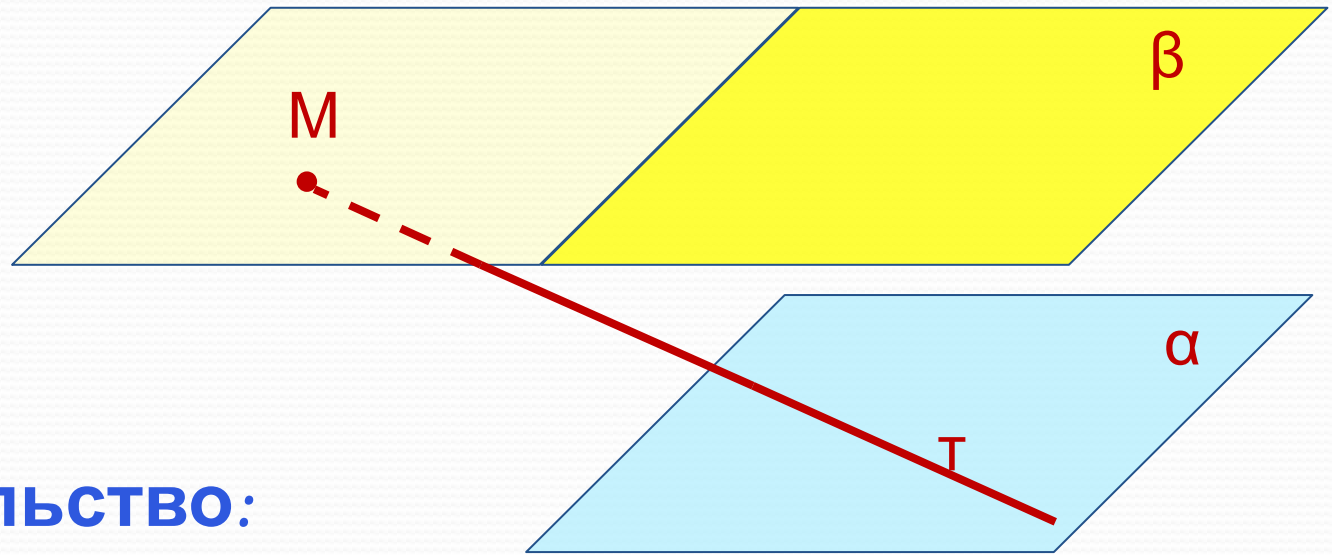
Доказат

ь:

Доказательство:

Предположим, что t пересекает β в некоторой точке M .

Тогда точка M принадлежит и плоскости β , и плоскости α (так как точка M лежит на прямой t , лежащей в плоскости α). Но это невозможно



Задача 2 (ещё один признак параллельности плоскостей!)

Если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны другой плоскости, то

такие плоскости параллельны

Дано:

$$\tau \cap \pi = M$$

$$\tau \subset \alpha$$

$$\pi \subset \alpha$$

$$\tau \parallel \beta$$

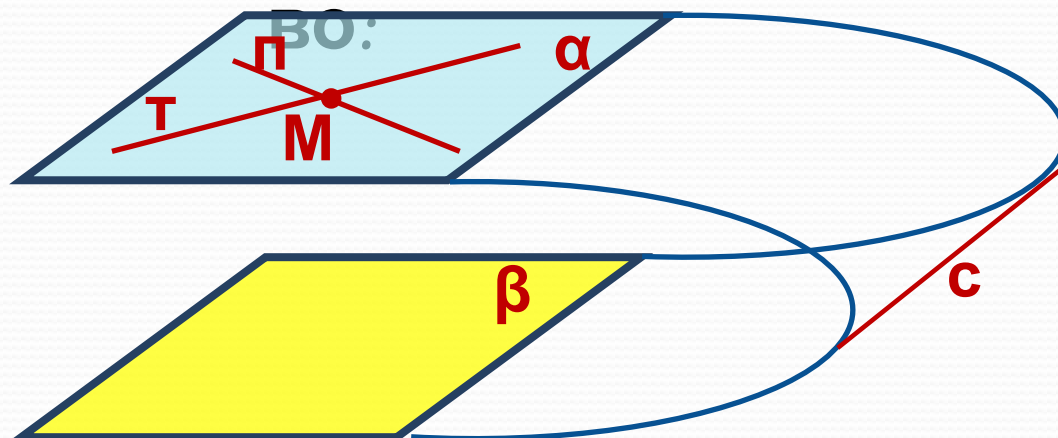
$$\pi \parallel \beta$$

Доказат

ь:

$$\alpha \parallel \beta$$

Доказательст



Задача 3 Две стороны треугольника параллельны плоскости α . Докажите, что и третья сторона параллельна плоскости α .

Дано:

$\triangle ABC$

$AB \parallel \alpha$

$BC \parallel \alpha$

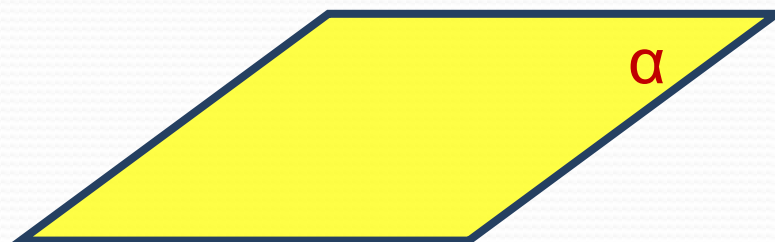
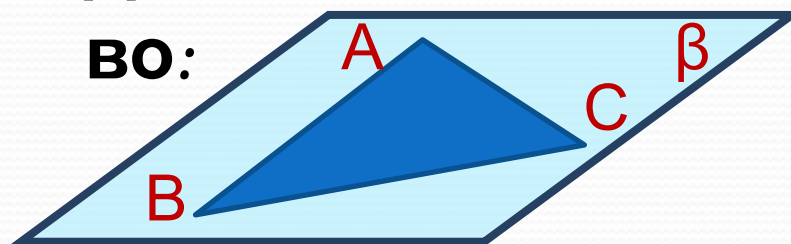
Доказат

ь:

$AC \parallel \alpha$

Доказательст

во:



Для доказательства используем задачи 2 и 1

Задача 4 В тетраэдре $ABCD$ точки K, L, M – середины сторон AB, AC, AD соответственно. Докажите, что плоскости KLM и BCD параллельны

Дано:

$ABCD$ –

тетраэдр

K – середина

AB

L – середина

AC

M – середина

Для доказательства используем

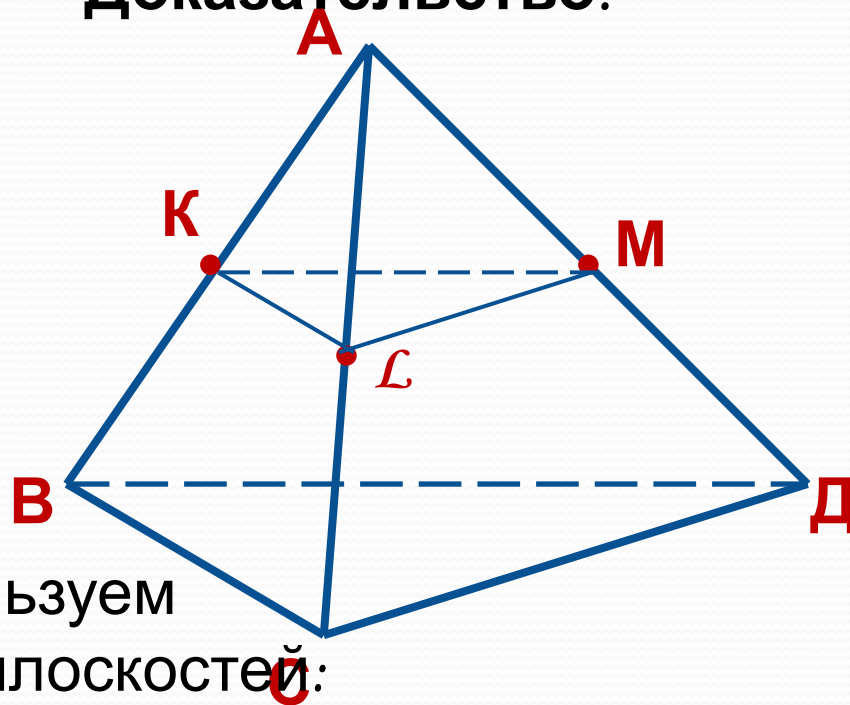
знак параллельности плоскостей:

1) $KLM \parallel BCD$

2)

3)

Доказательство:



Проверь себя:

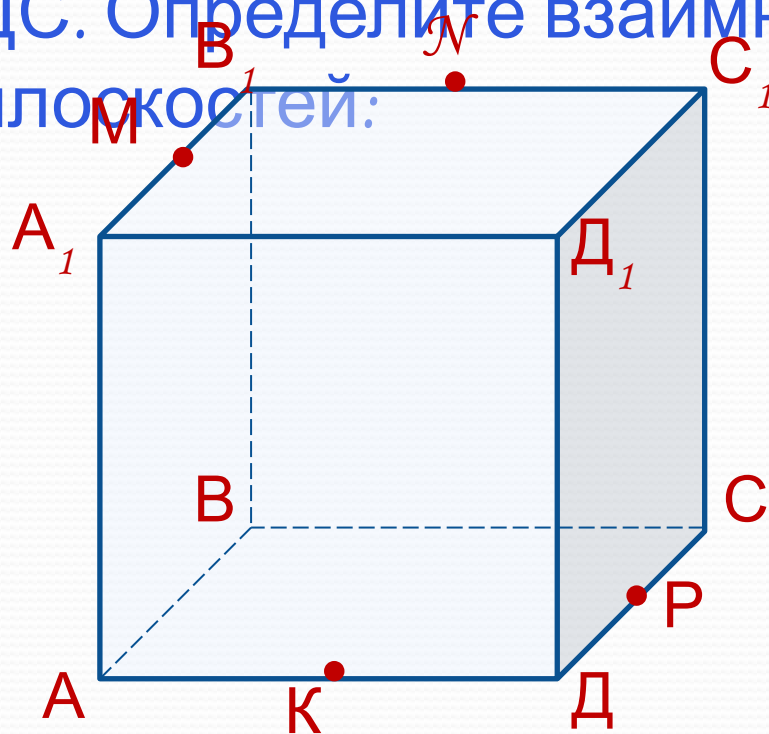
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
нет	да	нет	нет	нет	нет	нет	да	да	да

Задача 5 В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ точка M –

середина A_1B_1 ,

N – середина B_1C_1 , K – середина AD , P – середина

DC . Определите взаимное расположение плоскостей:



MN и MNP

$A_1B_1C_1$ и ADC

MKP и BB_1D_1

D_1KP и BMN

A_1DC_1 и

AB_1C_1

ACC_1 и MKP

Домашнее задание:

П.10; № 51, 54, 55 (записать решение), задача №5;

доказать самостоятельно

«Если две плоскости
параллельны третьей, то они
параллельны между собой»



**Спасибо за
внимание!**