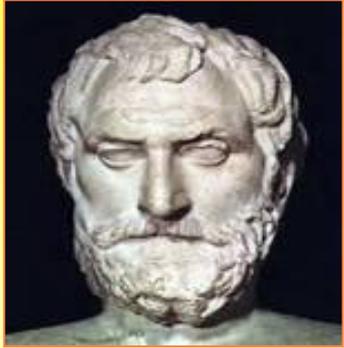


ЧИСЛА ПРАВЯТ МИРОМ !



Фалес

Первого греческого ученого, который начал рассуждать о математике, а не только пользоваться ею, звали **Фалес**.

А о **числах** первым начал рассуждать грек **Пифагор**, который очень много сделал для развития науки. Сначала он занялся музыкой. Ему удалось установить связь между длиной струны музыкального инструмента и издаваемым им звуком. И тогда Пифагор решил, что не только законы музыки, но и вообще все на свете можно выразить с помощью чисел.

«**Числа правят миром!**» - провозгласил он

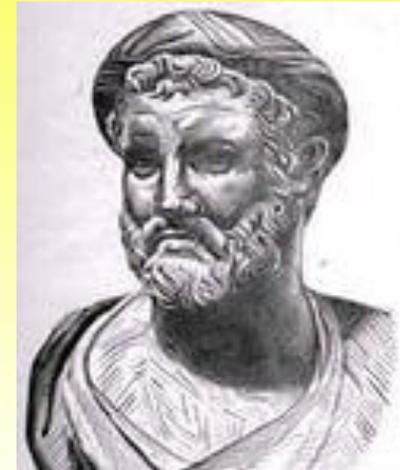


Пифагор



ФИГУРНЫЕ ЧИСЛА

Натуральные числа бывают четные и нечетные. Это знали задолго до Пифагора. Но Пифагор стал думать о **свойствах чисел**.



Во времена Пифагора на человека, сказавшего, что неизвестное число можно обозначать буквой, посмотрели бы с удивлением.

И Пифагор придумал замечательный способ доказывать общие утверждения о числах: он стал изображать числа точками.



Доказывая свойства чисел, Пифагор строил прямоугольники из точек.

Пифагор изображал число 4 так:

....

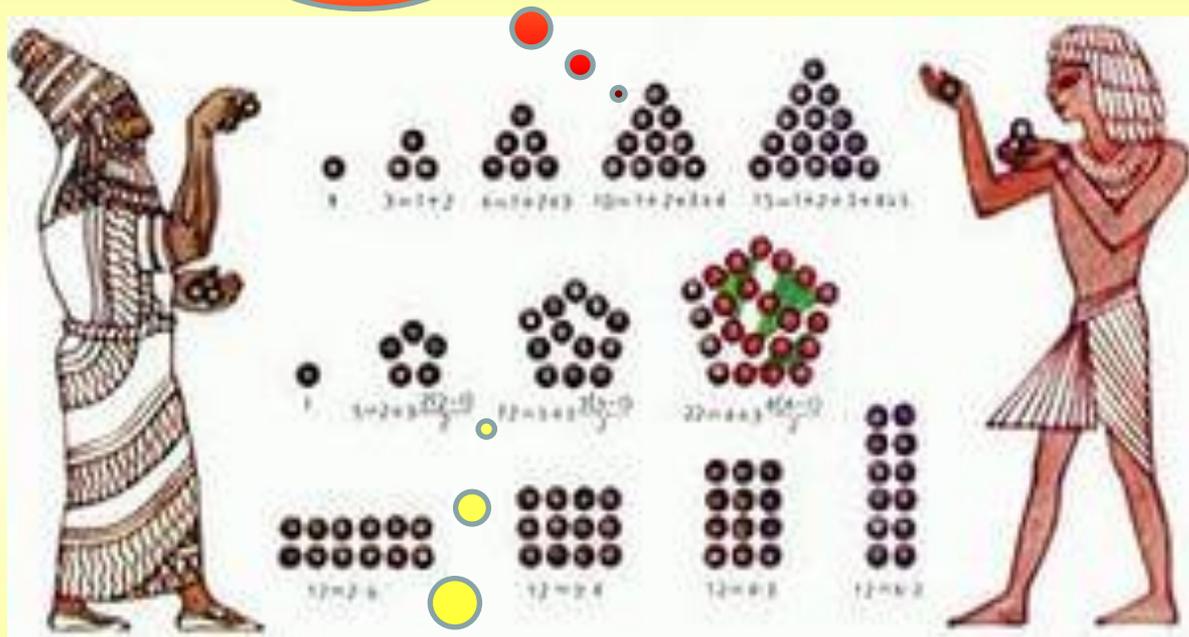
,

а число 7 так:

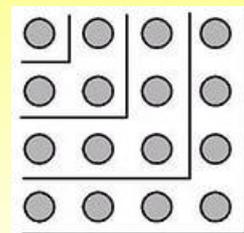
.....

ФИГУРНЫЕ ЧИСЛА

Треугольные числа
1; 3; 6; 10; 15; 21; ...



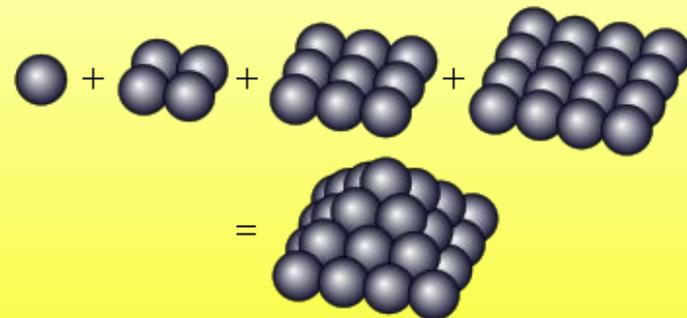
Квадратные числа
1; 4; 9; 16; 25; 36; ...



Кубические числа



Квадратные пирамидальные числа
1, 5, 14, 30, 55, 91, ...



Пятиугольные числа
1; 5; 12; 22; 35; 51; ...

СОВЕРШЕННЫЕ ЧИСЛА



Но фигурными числами Пифагор не удовлетворился. Ведь он провозгласил, что числа правят миром. Поэтому ему пришлось придумывать, как с помощью чисел изображать такие понятия, как **справедливость, совершенство, дружба.**

Справедливость Пифагор и его ученики изображали числом 4 – оно является первым произведением двух равных множителей: $4 = 2 \times 2$.





СОВЕРШЕННЫЕ ЧИСЛА

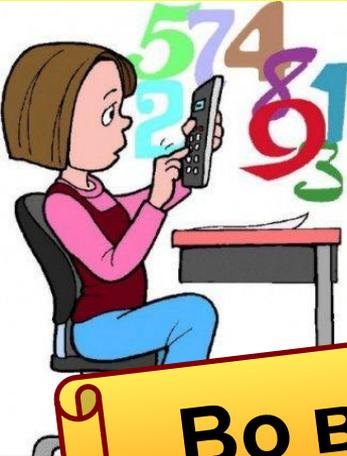
Чтобы изобразить **совершенство**, Пифагор принялся за делители чисел. Делитель числа называли правильным, если он меньше самого числа.

Все правильные делители числа Пифагор складывал.

Если сумма делителей оказывалась меньше числа, то число объявлялось недостаточным, а если больше – избыточным.

А если сумма делителей в точности равнялась числу, то число объявляли **совершенным**.

Число	Правильные делители	Сумма правильных делителей	Вид числа по Пифагору
12	1, 2, 3, 4, 6	$1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16 > 12$	избыточное
15	1, 3, 5	$1 + 3 + 5 = 9 < 15$	недостаточное
6	1, 2, 3,	$1 + 2 + 3 = 6 = 6$	совершенное
28	1, 2, 4, 7, 14	$1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28 = 28$	совершенное



СОВЕРШЕННЫЕ ЧИСЛА

Докажем, что число 496 – совершенное

Правило

Во времена Пифагора было известно три совершенных числа: 6; 28; 496!

$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256 + 512 = 1023$$

значит, число 496 – совершенное число.



Пифагореец Ямвлих: «Всё совершенное редко встречается в мире. Редко встречаются и совершенные числа».



Евклид указал формулу для вычисления четных совершенных чисел: $2^{p-1} \cdot (2^p - 1)$.

**Ямвлих
VI век до н.э.**

**Евклид
III век до н.э.**



Русский математик Л. Эйлер доказал утверждение, указанное Евклидом.

**Леонард Эйлер
(1707 – 1783 гг.)**

ИСТОРИЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ СОВЕРШЕННЫХ ЧИСЕЛ

№ числа	Дата	Кто открыл	Количество	Совершенные числа
№ 1	VI век до н. эры	Пифагор и его ученики	3	6
№ 2				28
№ 3				496
№ 4	I век до н. эры	Никомах Гераский	1	8128
№ 5	XV век	немецкий математик Региомонтан	1	33 550 336
№ 6	XVI век	немецкий ученый Шейбель	2	8 589 869 056
№ 7				137 438 691 328
№ 8	В начале XX века		3	2305843008139952128,
№ 9				2658455991569831744654692615953842176
№ 10				191561942608236107294793378084303638130997321548169216,
№ 11 – № 48	На февраль 2013 года		38	Известно 48 чётных совершенных чисел
	XXI век			Ведется поиск новых совершенных чисел с помощью ЭВМ

№ 8 – 2305843008139952128,

№ 9 – 2658455991569831744654692615953842176,

№ 10 – 191561942608236107294793378084303638130997321548169216, ...

ДРУЖЕСТВЕННЫЕ ЧИСЛА

Похожим образом, Пифагор и его ученики, изображали числами дружбу – два числа называли *дружественными*, если каждое из них равнялось сумме делителей другого числа. Найти пример дружественных чисел потруднее.

Проверим, что «дружат» числа 220 и 284.

Делители 220: 1; 2; 4; 5; 10; 11; 20; 22; 44; 55; 110; 220.

Сумма правильных делителей числа 220:

$$1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284.$$

Делители числа 284: 1; 2; 4; 71; 142; 284.

Сумма правильных делителей числа 284.

$$1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220.$$

Вывод: Да, 220 и 284 дружественные числа.



ДРУЖЕСТВЕННЫЕ ЧИСЛА

Дружественные числа открыли последователи Пифагора, которые, знали только одну пару таких чисел — 220 и 284.

Арабский астроном и математик Сабит ибн Курра (826—901) ввел формулу, по которой нашел две новые пары дружественных чисел.

Много столетий спустя Л. Эйлер нашёл ещё 65 пар дружественных чисел. Одна из них — 17296 и 18416.

Использование ЭВМ позволило отыскать несколько сотен пар дружественных чисел. Известны два двадцатипятизначных дружественных числа.

На сентябрь 2007 года известно 11.994.387 пар дружественных чисел. Все они состоят из чисел одной чётности.

ВЫВОДЫ

Многим теперь занятия Пифагора кажутся ненужными забавами. Но нельзя забывать, что с этих забав началось серьёзное знакомство людей с числами. Числа стали не только применять, но и изучать. Так возник раздел математики **«Теория чисел»**.

Многие проблемы теории чисел может понять любой шестиклассник. Но решение этих проблем настолько сложно, что на них ушли столетия.

- До сих пор не известен общий способ нахождения пар дружественных чисел.
- До сих пор неизвестно ни одного нечётного совершенного числа, но и не доказано, что их не существует.

Совершенные и дружественные числа не имеют широкого применения, поэтому и не изучаются на уроках математики.