МБОУ СОШ №11

пгт.Шерегеш

Подготовка к ОГЭ. Построение графика функции, содержащей модуль (задание №23).

Материалы к ШМО

Учитель математики Белоусова М.А.

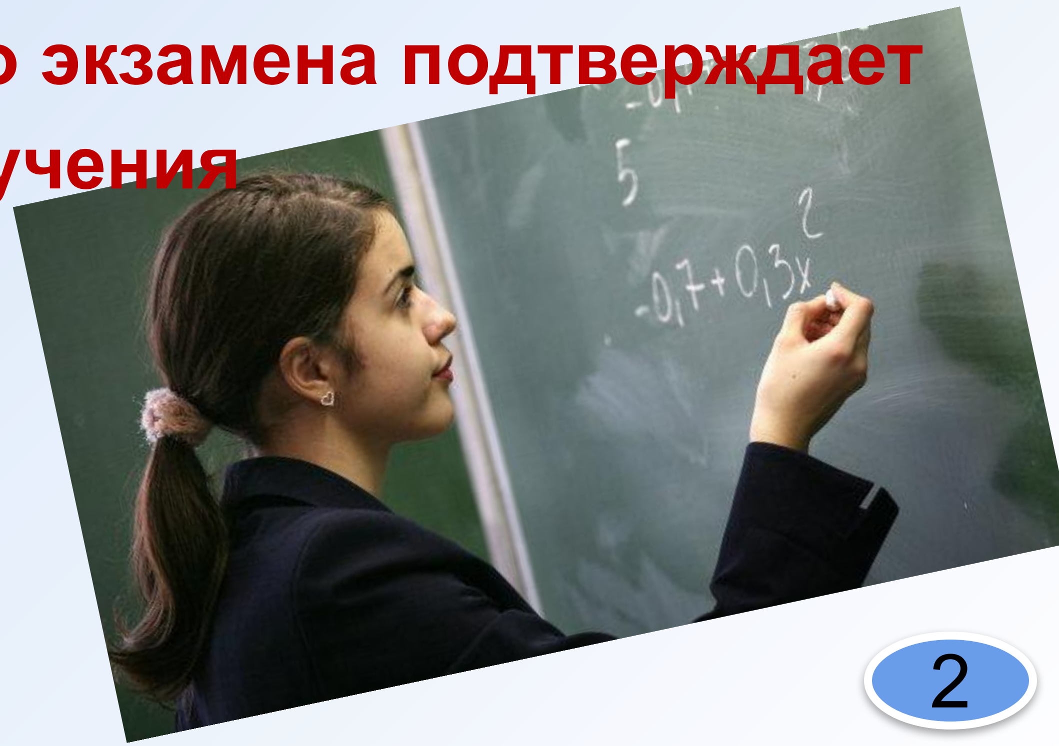
14.10.2019

- Математика является одним из наиболее важных предметов школьного курса.
- Статус математики как обязательного государственного экзамена подтверждает

необходимость изучения

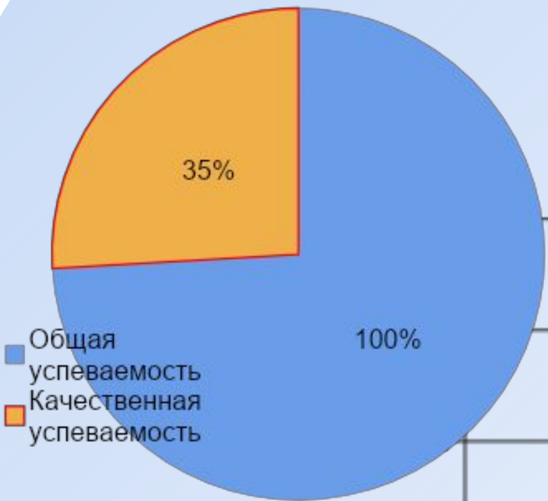
математики

каждым учащимся



- Каждый школьник в процессе обучения должен иметь возможность получить качественную подготовку к выпускным экзаменам, освоить тот объём знаний, умений и навыков, который необходим для успешной сдачи ОГЭ в 9 классе, дальнейшего обучения в 10-11 классах, сдачи ЕГЭ и последующего обучения в вузе.

Результаты ГИА 2018-2019 по математике



Из них 4 ученика набрали 22-24 балла

«Западающие темы»

Геометрические задачи

Текстовые задачи

Графики функций

Неравенства

Формулы сокращенного умножения

Цели и задачи

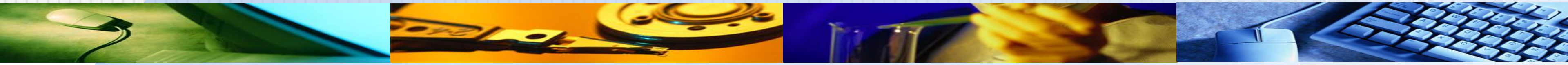
- Цели:
  – Подготовка учащихся к успешной сдачи ОГЭ по математике
- Задачи:
  – Обучить строить графики функции, содержащей модуль, посредством алгоритмизации шагов;
  – Углубить знания по математике, предусматривающие формирование у учащихся устойчивого интереса к предмету;
  – Расширить математические представления учащихся о приёмах и методах решения задач с модулями;

Краткое описание работы

- Презентация содержит алгоритмы построения графиков функций, содержащих модуль, семь примеров построения графиков функции.

- Формат презентации дает возможность учителю обсудить шаги выполнения задания с обучающимися, дать возможность самим обучающимся выполнить действие, а потом уже проконтролировать, используя анимацию.

Построение графиков функций с выражениями под знаком модуля



Построение графиков, содержащих модуль, осуществляется двумя способами:

- ***На основании определения модуля;***
- ***На основании правил геометрического преобразования графиков функций.***

По определению модуля числа:

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0 \\ -a, & \text{если } a < 0 \end{cases}$$

Построение графика линейной функции y = (f |x|)

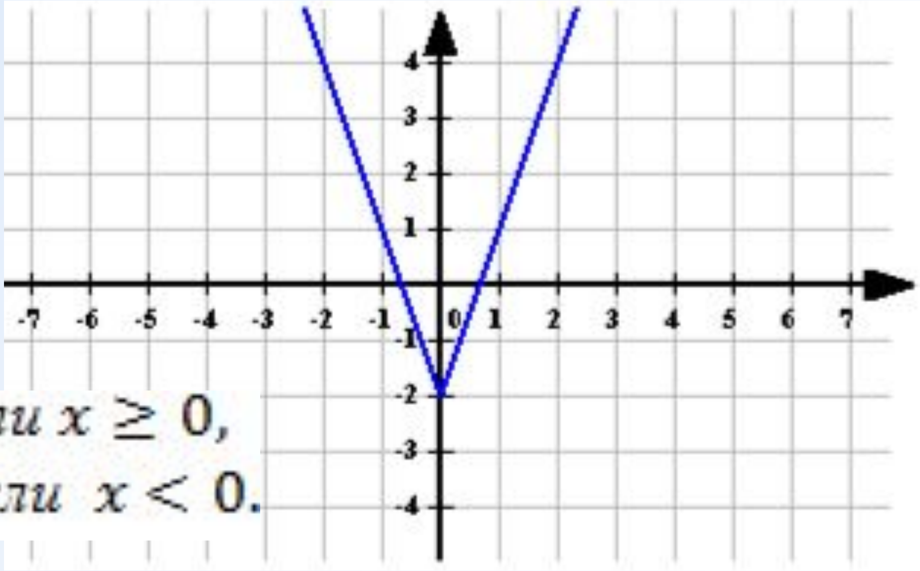
- Построение графика функции $y = (f|x|)$

$$y = (f|x|) = \begin{cases} f(x), & \text{если } x \geq 0, \\ f(-x), & \text{если } x < 0. \end{cases}$$

Пример 1.

$y = 3|x| - 2$

$$y = 3|x| - 2 = \begin{cases} 3x - 2, & \text{если } x \geq 0, \\ -3x - 2, & \text{если } x < 0. \end{cases}$$



Построение графика линейной функции y = |f (x)|

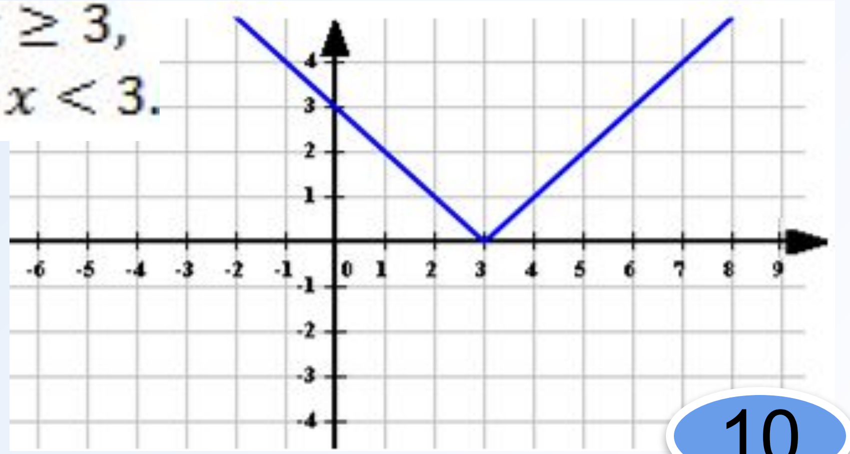
Пример 2.

$$y = |x - 3|$$

Алгоритм построения:

- Найдем нули выражения, стоящего под знаком модуля.
- Раскроем модуль на промежутках: $x \geq 3$ и $x < 3$

$$y = |x - 3| = \begin{cases} x - 3, & \text{если } x \geq 3, \\ -x + 3, & \text{если } x < 3. \end{cases}$$



Построение графика линейной функции y = |f (x)|

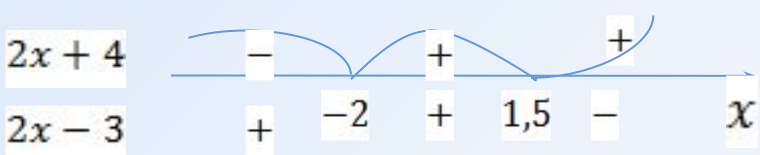
Пример 3.

- Построить график функции $y = |2x + 4| + |2x - 3|$
- Найдем нули выражений, стоящих под знаком модуля.

$$2x + 4 = 0 \qquad\qquad 2x - 3 = 0$$
$$x = -2 \qquad\qquad x = 1{,}5$$

- Получим три промежутка:

- Расставим знаки для подмодульных выражений на координатной прямой:



Пример 3. Построение графика линейной функции y = |f (x)|

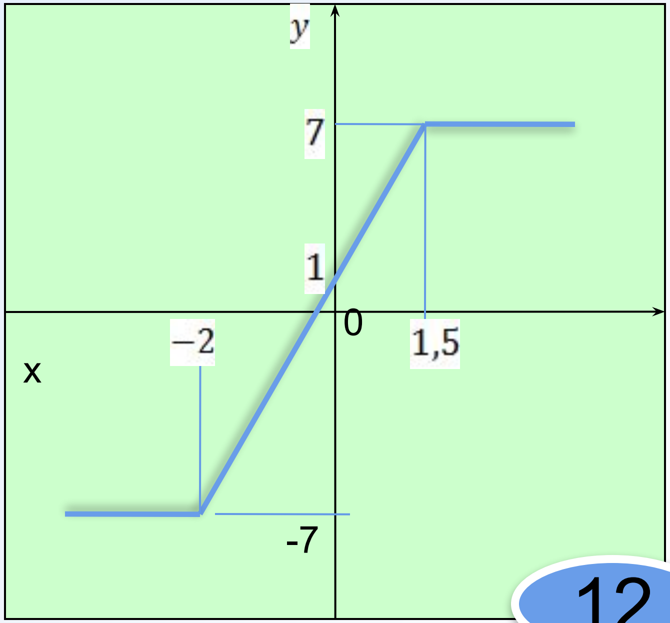
- Раскроем знаки модуля на промежутках:

$$|2x+4|+|2x-3| = \begin{cases} -(2x+4)+(2x-3), & \text{если } x < -2\,, \\ (2x+4)+(2x-3), & \text{если } -2 \le x < 1{,}5\,, \\ (2x+4)-(2x-3), & \text{если } x \ge 1{,}5 \end{cases}$$

- Раскрыв скобки и выполнив тождественные преобразования, получим:

$$|2x+4|+|2x-3| = \begin{cases} -7\,, & x < -2\,, \\ 4x+1\,, & -2 \le x < 1{,}5\,, \\ 7, & x \ge 1{,}5 \end{cases}$$

- Строим график:

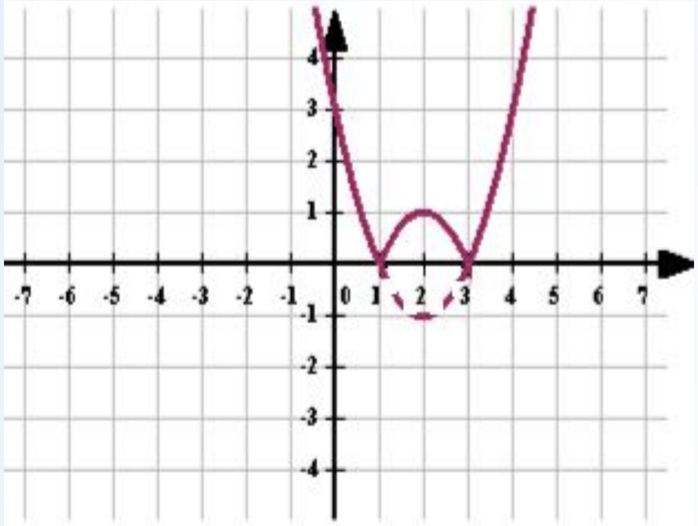


Построение графиков функций $y = |ax^2+bx+c|$ и $y = ax^2+b|x|+c$

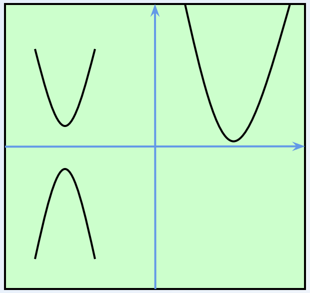
- ***На основании правил геометрического преобразования графиков функций.***

<u>Алгоритм построения графика:</u>

1. Постройте график функции $y = ax^2+bx + c$ (I) любым способом.
2. Если парабола пересечет ось Ox, то всю часть графика, которая расположена под осью Ox, отобразите симметрично оси Ox, *т.к.* $|y| \geq 0$.



Построение графиков функций $y = |ax^2+bx+c|$ и $y = ax^2+b|x|+c$



3. Если парабола расположена над осью *Ox*,
то $|ax^2+bx+c| = ax^2+bx+c$ при всех значениях x,
а значит, весь график сохранит свое положение.

4. Если вся парабола (I) расположена под осью *Ox*,
$(a < 0;\ D < 0)$, то графиком функции $y = |ax^2+bx+c|$ будет парабола, расположенная над осью *Ox* симметрично параболе (I) относительно оси *Ox*.

5. Если надо построить график функции $y = ax^2+b|x| + c$, то всю часть графика (I), которая справа от оси *Oy*, отобразите симметрично оси *ОУ*, а левую часть графика (I) относительно оси ОУ стройте пунктиром.

Пример 4. Построение графика функции $y = |ax^2+bx+c|$

$$y = |-3x^2 - 2x + 1|$$

1) Постройте график функции $y = ax^2+bx+c$ (I) любым способом.

Построение

1) Найдем координаты вершины параболы:

$y = -3x^2 - 2x + 1$; $a < 0$;

$$a = -3; b = -2; c = 1$$

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{-6} = -\frac{1}{3}$$

Подставим x_0 в трехчлен и найдем

$$y_0 = ax_0^2 + bx_0 = c$$

$$y_0 = -3 \cdot (-\frac{1}{3})^2 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 1 = 1\frac{1}{3}$$

$A(-\frac{1}{3}; 1\frac{1}{3})$ - вершина параболы

Пример 4. Построение графика функции $y = |ax^2+bx+c|$

$$y = |-3x^2 - 2x + 1|$$

2) $x = -\frac{1}{3}$ - ось симметрии;

3) Точки пересечения с осью *Ox:* $y = 0$

$$-3x^2 - 2x + 1 = 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$3x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1) = 16 \qquad D > 0$$

$$x_{1.2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-2+4}{2 \cdot 3} = \frac{1}{3} \qquad x_2 = \frac{-2-4}{2 \cdot 3} = -1$$

$\left(\frac{1}{3};0\right);(-1;0)$ - точки пересечения с осью *Ox.*

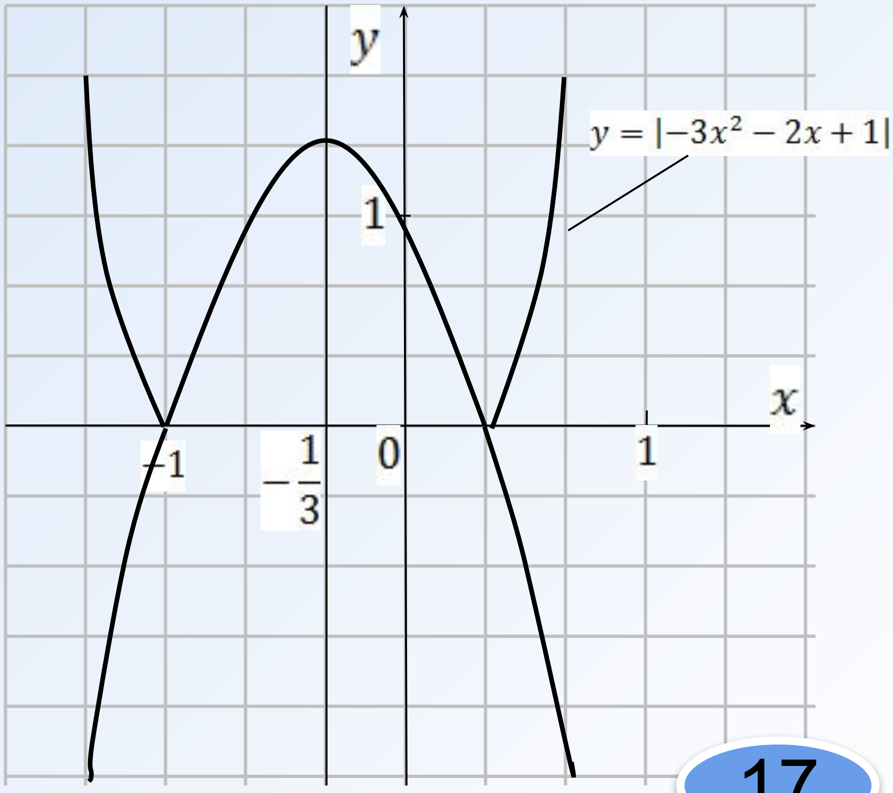
Пример 4. Построение графика функции

$$y = |-3x^2 - 2x + 1|$$

4) Точка пересечения с осью *Oy:* $x = 0 ; y = 1$

$(0;1)$ - точка пересечения с осью *Oy;*

Строим график, отображая нижнюю часть графика симметрично оси Ox:



Пример 5. Построение графика функции $y = ax^2+b|x|+c$

- Построим график функции $y = 2x^2 - 2|x| + 3$:

1. Найдем координаты вершины параболы:

$y = 2x^2 - 2x + 3$ $\quad a > 0;$

$a = 2; b = -2; c = 3$

$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ $\quad y_0 = 2 \cdot (\frac{1}{2})^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} + 3 = 2\frac{1}{2}$

$A(\frac{1}{2}; 2\frac{1}{2})$ - вершина параболы

2. $x = \frac{1}{2}$ - ось симметрии

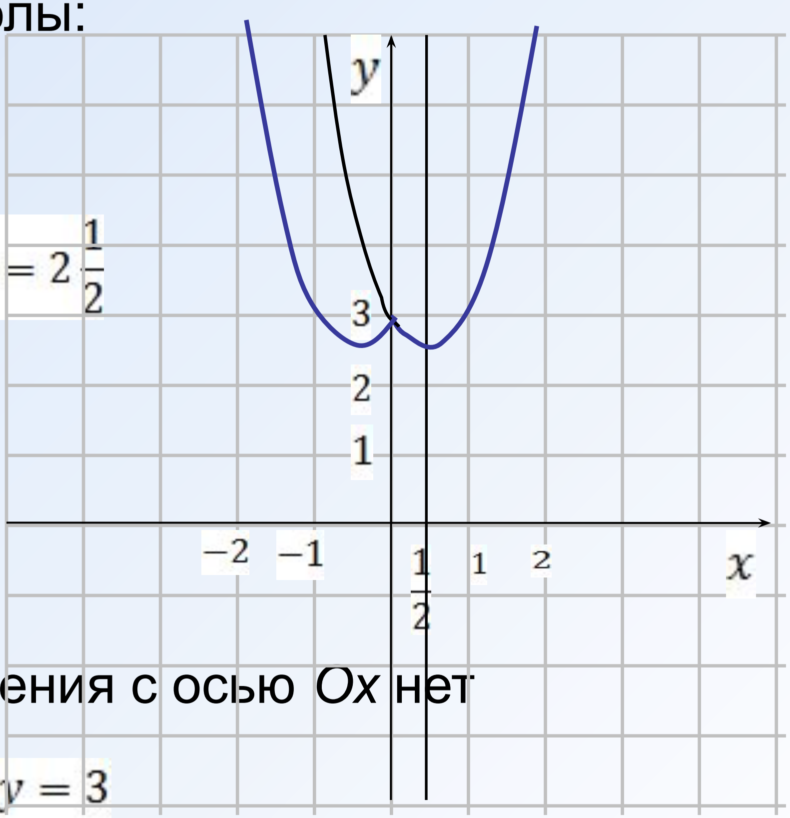
3. Точки пересечения с осью *Ox:* $y = 0$

$2x^2 - 2x + 3 = 0$

$D < 0$ - нет корней, точек пересечения с осью *Ox* нет

4. Точка пересечения с осью *Oy:* $x = 0; y = 3$

$(0;3)$ - точка пересечения с осью *Oy*



Алгоритм. Построение графика функции $y = |ax^2+b|x|+c|$

1. Постройте график функции $y = ax^2+bx+c$.
2. Постройте график функции $y = ax^2+b|x|+c$. Для этого постройте симметрично оси Oy ту часть графика, которая справа от оси Oy.
3. Постройте симметрично оси Ox ту часть графика, которая находится под осью Ox. Построенный график является графиком функции $y = |ax^2+b|x|+c|$

Построение графика функции $y = |ax^2+b|x|+c|$

Пример 6. Постройте график функции $y = |x^2 - 4|x| + 3|$

1) Постройте график функции $y = x^2 - 4x + 3$ (I).

Например, способом выделения полного квадрата:

$$y = x^2 - 4x + 3 = (x-2)^2 - 1$$

Вершина в точке $(2;-1)$.

Корни: $x_1 = 3$; $x_2 = 1$.

Ось симметрии: $x = 2$

2) Постройте график функции

$$y = x^2 - 4|x| + 3$$

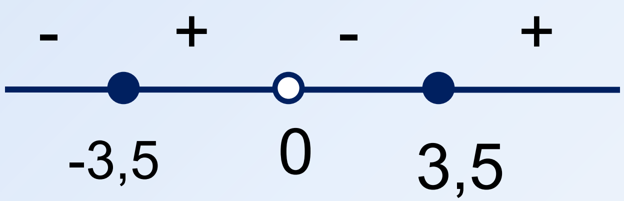
3) Постройте симметрично оси Ox ту часть графика, которая находится под осью Ox, получим искомый график функции

$$y = |x^2 - 4|x| + 3|$$

Пример 7.Постройте график функции $y=\frac{1}{2}\left(\left|\frac{x}{3,5}-\frac{3,5}{x}\right|+\frac{x}{3,5}+\frac{3,5}{x}\right)$

$$y=\frac{1}{2}\left(\left|\frac{x}{3,5}-\frac{3,5}{x}\right|+\frac{x}{3,5}+\frac{3,5}{x}\right)=\frac{1}{2}\left(\left|\frac{x^2-3,5^2}{3,5x}\right|+\frac{x^2+3,5^2}{3,5x}\right)$$

$$\left|\frac{x^2-3,5^2}{3,5x}\right|=\left|\frac{(x-3,5)(x+3,5)}{3,5x}\right|$$



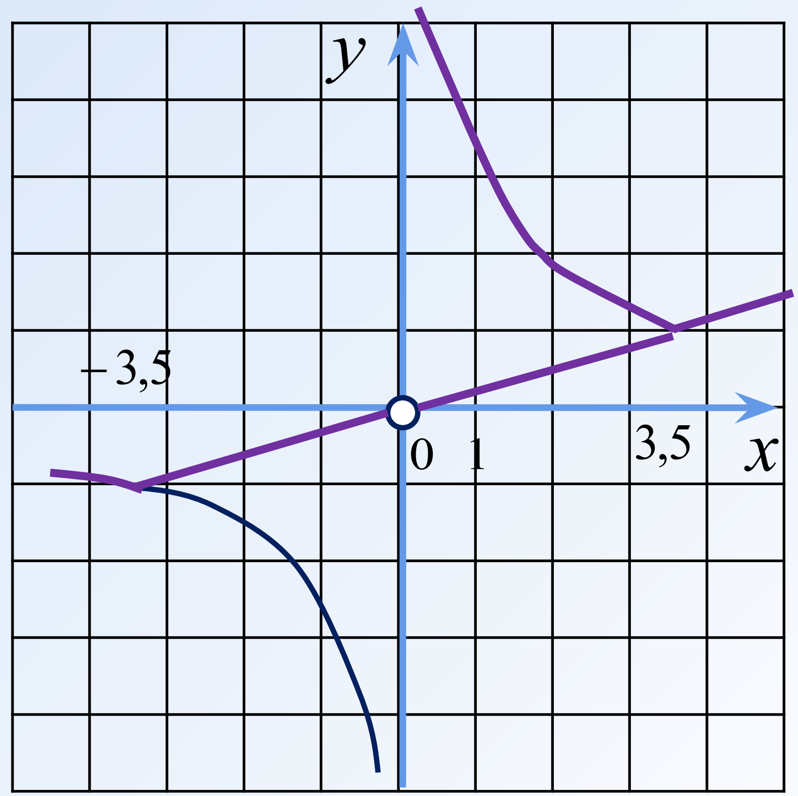
$$y=\frac{1}{2}\left(\left|\frac{x}{3,5}-\frac{3,5}{x}\right|+\frac{x}{3,5}+\frac{3,5}{x}\right)=$$

$$=\frac{1}{2}\left(\left|\frac{x^2-3,5^2}{3,5x}\right|+\frac{x^2+3,5^2}{3,5x}\right)=$$

$$=\begin{cases}\frac{1}{2}\cdot\frac{2x^2}{3,5x}=\frac{x}{3,5}, x\in[-3,5;0)\cup[3,5;+\infty)\\ \frac{1}{2}\cdot\frac{2\cdot 3,5^2}{3,5x}=\frac{3,5}{x}, x\in(-\infty;-3,5]\cup(0;3,5]\end{cases}$$

Пример 7.Постройте график функции $y=\frac{1}{2}\left(\left|\frac{x}{3,5}-\frac{3,5}{x}\right|+\frac{x}{3,5}+\frac{3,5}{x}\right)$

$$y=\begin{cases}\dfrac{x}{3,5}, x\in[-3,5;0)\cup[3,5;+\infty)\\ \dfrac{3,5}{x}, x\in(-\infty;-3,5]\cup(0;3,5]\end{cases}$$



Использованные материалы и литература:

1. Алгебра.7-9 класс: учеб.для общеобразоват. организаций/Ю.Н.Макарычев, Н.Г.Миндюк, К.Нешков,С. Б.Суворова; под ред.С.А.Теляковского.-4-е изд.-М.: Просвещение, 2015
2. Башмаков М.И. Уравнения и неравенства.
3. Михайлова Ж.Н. Алгоритмы - ключ к решению задач: Алгебра. 7-9 классы.-СПб.:Издательский дом «Литера»,2014. - 448 с.: ил..-(Серия «Средняя школа»)
4. **http://www.fipi.ru/ http://www.fipi.ru/ http://reshuege.ru/** Сайт Федерального института педагогических измерений (ФИПИ)

Спасибо за внимание.

Всем творческих успехов!!!