

# \* Решение дробных рациональных уравнений

Алгебра 8 класс

# \* Устная работа

\* 1. Раскройте скобки:

а)  $5(x^2 - 4x + 12)$

б)  $-3(5x - 3) - (7x + 2)$

в)  $(x - 4)(x + 4)$

г)  $(8 - x)(x + 5)$

1.  $7x-14=0$

2.  $\frac{x}{18} = \frac{5}{9}$

3.  $x^2-7x+6=0$

4.  $\frac{x-1}{2} + \frac{2x}{3} = \frac{5x}{6}$

5.  $\frac{x-2}{x+2} = \frac{x+3}{x-4}$

6.  $\frac{12}{7-x} = x$

7.  $\frac{x-3}{x-5} + \frac{1}{x} = \frac{x+5}{x(x-5)}$

## \*2. Найдите наименьший общий знаменатель

\*  
\* а)  $\frac{1}{x+2} + \frac{3x}{x-4}$

\* б)  $\frac{8x}{x^2-4} + \frac{1}{x+2}$

\* в)  $\frac{5}{x} - \frac{3}{x+8}$

**При каких значениях  $x$  имеют  
смысл выражения:**

$$\frac{1}{x}; \frac{1}{x+1}; \frac{5}{x(x+1)}; \frac{1}{(x-2)(x-2)}; \frac{1}{x} + \frac{4x}{5-x}.$$

# 3. Вспомним несколько определений

\* а) Какие выражения называются целыми?  
( а уравнения?)

\* б) Какие выражения называются дробными?  
( а уравнения?)

\* в) Какие выражения называются рациональными?  
( а уравнения?)

\* Целые выражения - это выражения из чисел и переменных, которые составлены с помощью действий сложения, вычитания и умножения, а также деления на число, отличное от нуля.

\* Дробные выражения - это частное двух чисел или выражений, в котором знак деления обозначен чертой.

\* Рациональные выражения - это и целые и дробные выражения.



1.  $7x-14=0$

2.  $\frac{x}{18} = \frac{5}{9}$

3.  $x^2-7x+6=0$

4.  $\frac{x-1}{2} + \frac{2x}{3} = \frac{5x}{6}$

5.  $\frac{x-2}{x+2} = \frac{x+3}{x-4}$

6.  $\frac{12}{7-x} = x$

7.  $\frac{x-3}{x-5} + \frac{1}{x} = \frac{x+5}{x(x-5)}$

\* 1). Что такое уравнение?

\* 2). Как называется уравнение №1?

\* 3). Способ решения линейных уравнений.

\* 4). Как называется уравнение №3?

\* 5). Что такое пропорция?

\* 6). Основное свойство пропорции.

\* 7). Какие свойства используются при решении уравнений?

\* 8). Когда дробь равна нулю?

\* **Сформулируем понятие  
дробно рационального  
уравнения**

Дробным рациональным уравнением называется уравнение, обе части которого являются рациональными выражениями, причем хотя бы одно из них - дробным выражением.



$$2x + 5 = 3(8 - x)$$

Целое рациональное  
уравнение

$$x - \frac{5}{x} = -3x + 19$$

$$\frac{x - 4}{2x + 1} = \frac{x - 9}{x}$$

Дробные рациональные  
уравнения

Левая и правая части каждого равенства являются рациональными выражениями. Такие уравнения называются **рациональными уравнениями**.

Решим целое уравнение

$$\frac{x-1}{2} + \frac{2x}{3} = \frac{5x}{6}$$

Наименьший общий знаменатель 6.  
Приведём дроби к общему знаменателю

$$3(x-1) + 4x = 5x$$

$$3x - 3 + 4x = 5x$$

$$3x + 4x - 5x = 3$$

$$2x = 3$$

$$x = 1,5$$

Ответ: 1,5

Какое рациональное уравнение можно попробовать решить, используя основное свойство пропорции?

$$\frac{x-2}{x+2} = \frac{x+3}{x-4}$$

\*  $(x-2)(x-4) = (x+2)(x+3)$   
 $x^2 - 4x - 2x + 8 = x^2 + 3x + 2x + 6$   
 $x^2 - 6x - x^2 - 5x = 6 - 8$   
 $-11x = -2$   
 $x = -2 : (-11)$

$$x = \frac{2}{11}$$

Ответ:  $\frac{2}{11}$ .

## Решим целое уравнение

$$\frac{x-1}{2} + \frac{2x}{3} = \frac{5x}{6}$$

$$\frac{x-1}{2} \cdot 6 + \frac{2x}{3} \cdot 6 = \frac{5x}{6} \cdot 6$$

$$3(x-1) + 4x = 5x$$

$$3x - 3 + 4x = 5x$$

$$3x + 4x - 5x = 3$$

$$2x = 3$$

$$x = 1,5$$

Ответ: 1,5

## Решим дробное рациональное уравнение

$$\frac{x-3}{x-5} + \frac{1}{x} = \frac{x+5}{x(x-5)}$$

$$\frac{x-3}{x-5} + \frac{1}{x} - \frac{x+5}{x(x-5)} = 0 \quad x(x-5)$$

$$\frac{x^2 - 3x + x - 5 - x - 5}{x(x-5)} = 0$$

$$\begin{cases} x^2 - 3x - 10 = 0 \\ x(x-5) \neq 0 \end{cases}$$

$$x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$D = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10) = 9 + 40 = 49$$

$$x_1 = \frac{3 + \sqrt{49}}{2} = \frac{3 + 7}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$x_2 = \frac{3 - \sqrt{49}}{2} = \frac{3 - 7}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

Если  $x = 5$ , то  $x(x-5) = 0$

Если  $x = -2$ , то  $x(x-5) \neq 0$

Ответ: - 2

## Алгоритм решения дробно-рационального уравнения:

- 1) Перенести все в левую часть.
- 2) Привести дроби к общему знаменателю.
- 3) Составить систему:  
дробь равна нулю, когда числитель равен нулю, а знаменатель не равен нулю.
- 4) Решить уравнение.
- 5) Проверить неравенство, чтобы исключить посторонние корни.  
Записать ответ.

Решим дробное рациональное уравнение

$$\frac{x-3}{x-5} + \frac{1}{x} = \frac{x+5}{x(x-5)}$$

$$\frac{x-3}{x-5} + \frac{1}{x} - \frac{x+5}{x(x-5)} = 0 \quad x(x-5)$$

$$\frac{x^2 - 3x + x - 5 - x - 5}{x(x-5)} = 0$$

$$\begin{cases} x^2 - 3x - 10 = 0 \\ x(x-5) \neq 0 \end{cases}$$

$$x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$D = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10) = 9 + 40 = 49$$

$$x_1 = \frac{3 + \sqrt{49}}{2} = \frac{3 + 7}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$x_2 = \frac{3 - \sqrt{49}}{2} = \frac{3 - 7}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$\text{Если } x = 5, \text{ то } x(x-5) = 0$$

$$\text{Если } x = -2, \text{ то } x(x-5) \neq 0$$

Ответ: - 2

# \* Решите в тетради

\* № 26.6(а,б); № 26.7(а,б),

\* № 26.10(а,б);

\* № 26.11(а,б), № 26.12(а,б);

\* № 26.13(а,б).

# \* Домашнее задание

Прочитать п.26 из учебника, разобрать примеры.

Выучить алгоритм решения рациональных уравнений.

Решить в тетрадях §26, № 26.3(г), 26.4(в,г), 26.6(в,г), 26.10(в,г), 26.11(в,г)

# \* Подведение итогов урока.

В чем «коварство» дробных рациональных уравнений?

Всем спасибо, урок окончен.