# Лекция №6. Основы теплообмена.

Перенос энергии в форме тепла, происходящий между телами, имеющими различную температуру, называется **теплообменом**. Теплообмен между телами представляет собой обмен энергией между молекулами, атомами и свободными электронами: в результате теплообмена интенсивность движения частиц более нагретого тела снижается, а менее нагретого - возрастает. Тела, участвующие в теплообмене, называются **теплоносителями**. **Теплопередача** – наука о процессах распространения тепла.

Различают три способа распространения тепла: теплопроводность, конвекцию и лучеиспускание. **Теплопроводностью** называется процесс переноса тепловой энергии путём непосредственного соприкосновения между частицами тела с различной температурой. **Конвекцией** называется процесс переноса теплоты путём перемещения и перемешивания между собой частиц жидкости или газа. Перенос теплоты конвекцией всегда сопровождается теплопроводностью, так как при этом осуществляется непосредственный контакт частиц с различной температурой. Одновременный перенос теплоты конвекцией и теплопроводностью называют конвективным теплообменом; он может быть свободным и вынужденным. Если движение тела вызвано искусственно (компрессором, вентилятором, мешалкой и др.), то такой конвективный теплообмен называют вынужденным. Если же движение рабочего тела, возникает под влиянием разности плотностей отдельных частей жидкости от нагревания, то такой теплообмен называют свободным. **Лучеиспусканием** (излучением) называется процесс переноса энергии в виде электромагнитных волн. Все три способа теплообмена возникают при наличии разности температур отдельных частей тела, либо нескольких тел. Эта разность температур является той движущей силой, под действием которой происходит перенос теплоты.

## Температурное поле

К числу основных задач теории теплообмена относится установление зависимости между тепловым потоком и распределением температур в средах. Совокупность мгновенных значений любой величины во всех точках данной среды (тела) называется полем этой величины. Соответственно совокупность значений температур в данный момент времени для всех точек рассматриваемой среды называется температурным полем.

В наиболее общем случае температура в данной точке t зависит от координат точки (x, y, z) и изменяется во времени τ, т.е. температурное поле выражается функцией вида: $t = f(x, y, z, \tau)$ – уравнение неустановившегося (нестационарного) температурного поля.

Если температура тела есть функция только координат и не изменяется с течением времени, то температурное поле будет стационарным

$$t = f(x, y, z);\ dz/d\tau = 0$$

Температура в теле может изменяться в направлении одной, двух и трёх координатных осей. В соответствии с этим температурное поле может быть одно-, двух- и трёхмерным.

Одномерной, например, является задача о переносе теплоты в стенке, у которой длина и ширина бесконечно велики по сравнению с толщиной. Для этого случая уравнение температурного поля для режима

нестационарного: $t = f(x, \tau);\ dt/dy = dt/dz = 0$

стационарного: $t = f(x);\ dz/d\tau = 0$ и $dt/dy = dt/dz = 0$

## Температурный градиент

При любом температурном поле в теле всегда имеются точки с одинаковой температурой. Если соединить точки тела с одинаковой температурой, то получим изотермические поверхности, которые между собой никогда не пересекаются. Они либо замыкаются на себя, либо кончаются на границах тела. Следовательно, температура в теле изменяется лишь в направлении, пересекающем изотермы.

Пусть разность температур между двумя близлежащими изотермическими поверхностями составляет Δt. Кратчайшим расстоянием между этими поверхностями является расстояние по нормали Δn. При сближении указанных поверхностей отклонение Δt/Δn стремится к пределу

$$\lim \left[\frac{\Delta t}{\Delta n}\right]_{\Delta n \to 0} = \frac{dt}{dn}$$

Производная температура по нормали к изотермической поверхности называется температурным градиентом. Этот градиент является вектором, направление которого соответствует повышению температуры. Перемещение тепла происходит по линии температурного градиента, но направлено в сторону, противоположную этому градиенту: q ~ (dt/dn)

# Основной закон теплопроводности

Условием передачи теплоты путём теплопроводности является наличие разности температур в различных точках тела. Связь между количеством теплоты dQ, проходящим через элементарную площадку df, расположенную на изотермической поверхности, за промежуток времени dτ, и температурным градиентом определяется уравнением, которое носит название основного закона теплопроводности, или законом Фурье.

$$dQ = -\lambda \cdot dF \cdot d\tau \cdot (dt/dn), \text{ Дж/ккал} \qquad (1)$$

Знак минус показывает, что в направлении теплового потока температура убывает.

λ- коэффициент теплопроводности. Он характеризует собой способность вещества проводить тепло. Размерность λ находится из уравнения (1)

$$[\lambda] = \left[\frac{dQ\, dn}{df\, d\tau\, dt}\right] = \left[\frac{\text{Дж} \cdot \text{м}}{\text{м}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{град}}\right] = \left[\frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{град}}\right],$$

При выражении Q в ккал/ч

$$[\lambda] = \left[\frac{\text{ккал}}{\text{м} \cdot \text{ч} \cdot \text{К}}\right], \text{ причём } 1 \left[\frac{\text{ккал}}{\text{м} \cdot \text{ч} \cdot \text{К}}\right] = 1{,}16 \left[\frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}\right],$$

Теплопроводность твёрдых тел является линейной функцией температуры: $\lambda = \lambda_o(1 + bt)$, где λ - теплопроводность при данной температуре, (t, °C), $\lambda_o$ – теплопроводность при 0°C, b – const для данного материала. Для большинства жидкостей с увеличением температуры значение λ уменьшается (давление не влияет). Теплопроводность газов возрастает с повышением температуры и мало зависит от давления. Зависимость λ газов от температуры устанавливается формулой: $\lambda = \lambda_o \cdot (273 + C)\backslash(T + C) \cdot (T\backslash 273)^{3/2}$, где T – абсолютная температура, C – опытная const, $\lambda_o$ – теплопроводность при 0°C

# Дифференциальное уравнение теплопроводности

Из уравнения (1) распределение температуры можно определить только для тел простой конфигурации – пластина, трубы. В общем случае это распределение можно получить лишь в результате решения специального дифференциального уравнения теплопроводности. Это уравнение выводится на основе закона сохранения энергии с привлечением метода математической физики. Без вывода:

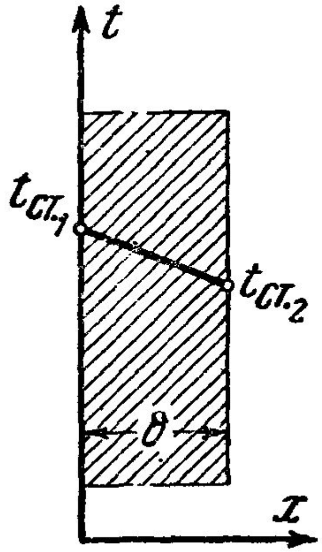
$$\frac{\partial\theta}{\partial\tau} = \frac{\lambda}{c_p\rho}\left(\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial z^2}\right) = a\left(\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial z^2}\right) \qquad (2)$$

где $a = \lambda/c\rho$, называется коэффициентом температуропроводности, $м^2/сек$, равная отношению коэффициента теплопроводности к объёмной удельной теплоёмкости вещества и является мерой быстроты выравнивания температурного поля. Он характеризует теплоинерционные свойства тела: при прочих равных условиях быстрее нагревается или охлаждается то тело, которое обладает большим коэффициентом температуропроводности. Уравнение (2), описывающее пространственное и временное изменение температуры, относится к неустановившимся процессам теплопроводности. Для установившихся процессов $d\theta/d\tau = 0$, и уравнение теплопроводности принимает тогда более простой вид:

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial z^2} = 0 \qquad (3)$$

Уравнения (2) и (3) предполагают одновременное изменение температур тела по направлениям всех трёх осей координат, поэтому их часто называют уравнениями трёхмерных температурных полей.

# Теплопроводность плоской стенки при стационарном режиме




Рассмотрим однородную стенку толщиной δ. Температура изменяется только в направлении оси x. Температура на наружных поверхностях поддерживается постоянной ($t_{ст1}$ и $t_{ст2}$). Внутренние источники тепла отсутствуют.

При этих условиях количество теплоты, которое передаётся теплопроводностью через поверхность стенки f за время τ, согласно закону Фурье: $dQ = -\lambda \cdot dF \cdot d\tau \cdot (dt/dn)$ (1)

На основании дифференциального уравнения теплопроводности распределение температур только вдоль оси x представится в виде:

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = 0 \qquad (4)$$

Интегрирование этого уравнения приводит к функции $t = C_1x + C_2$ (5),
где $C_1$ и $C_2$ - константы интегрирования.

Уравнение (5) показывает, что по толщине плоской стенки температура изменяется прямолинейно. Константы интегрирования можно определить, приняв соответствующие граничные условия:

если $x = 0$, то $t = t_{ст1}$ и уравнение (5) примет вид: $t_{ст1} = C_2$

Если $x = \delta$, то $t = t_{ст2}$ и $t_{ст2} = C_1\delta + C_2$ или $t_{ст2} = C_1\delta + t_{ст1}$

откуда $C_1 = \dfrac{t_{ст.2} - t_{ст.1}}{\delta}$

## Теплопроводность плоской стенки при стационарном режиме

Подставив значения $C_1$ и $C_2$ в уравнение (5), получим

$$t = \frac{t_{ст._2} - t_{ст._1}}{\delta} x + t_{ст._1}$$

откуда

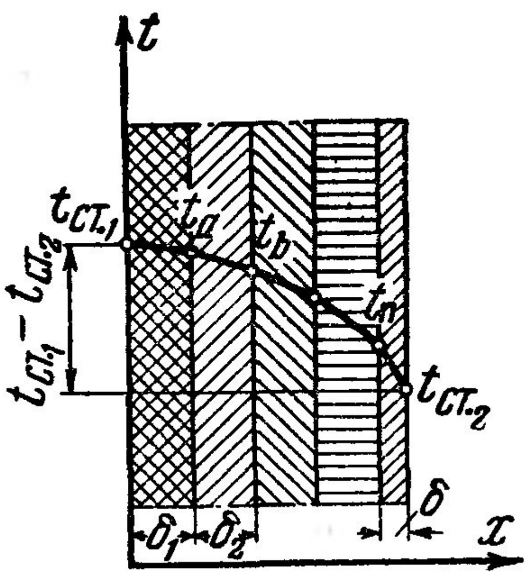
$$\frac{dt}{dx} = \frac{t_{ст._2} - t_{ст._1}}{\delta}$$

Подставив найденное значение температурного градиента в уравнение теплопроводности (1), получим

$$dQ = -\lambda \frac{t_{ст._2} - t_{ст._1}}{\delta} dF d\tau$$

или

$$Q = \frac{\lambda}{\delta}(t_{ст._1} - t_{ст._2}) F\tau \ ккал$$

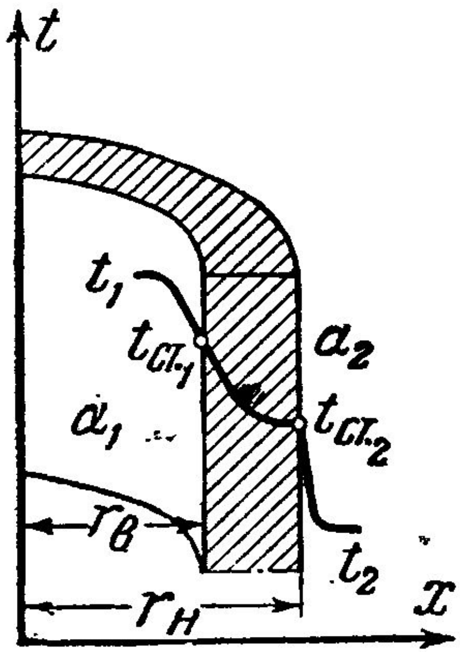



Расчётная формула теплопроводности для установившегося теплового потока через многослойную плоскую стенку выводится из уравнения теплопроводности для отдельных слоёв. В общем виде уравнение имеет вид:

$$Q = \frac{(t_{ст._1} - t_{ст._2}) F\tau}{\sum\limits_{i=1}^{i=n} \frac{\delta}{\lambda}} \ ккал$$

## Теплопроводность цилиндрической стенки

Рассмотрим однородную цилиндрическую стенку длиной l с внутренним диаметром $d_1$ и внешним диаметром $d_2$. Коэффициент теплопроводности материала постоянен и равен λ. Внутренняя температура $t_1$ и внешняя $t_2$ поддерживаются постоянными, причём $t_1 > t_2$.




Обозначим:

$r_в$—внутренний радиус стенки;
$r_н$—наружный радиус стенки;
$r$—текущий радиус стенки;
$L$—длина стенки;
λ—теплопроводность материала стенки.

Температура изменяется только в радиальном направлении. Выделим в стенке кольцевой слой с радиусом r и толщиной dr. Согласно закону Фурье, количество тепла, проходящего через такой слой, равно

$$Q = -\lambda \cdot F \cdot \tau \cdot (dt/dr) = -\lambda \cdot 2\pi r L \cdot (dt/dr) \quad (6)$$

Разделив переменные, получим

$$dt = -Q/(2\pi L\lambda) \cdot dr/r \quad (7)$$

Интегрируя уравнение (7) в пределах $t_{ст1}$ до $t_{ст2}$ и $r_1$ и $r_2$, получим

$$t_1 - t_2 = Q/(2\pi L\lambda) \cdot \ln r_2/r_1$$

Откуда

$$Q = 2\pi L\,(t_{ст1} - t_{ст2})/(1/\lambda \cdot \ln d_2/d_1) \quad (8)$$

Выражение (8) является уравнением теплопроводности однородной цилиндрической стенки для установившегося теплового потока.

Уравнение теплопроводности для установившегося теплового потока через многослойную цилиндрическую стенку

$$Q = \frac{2\pi L\,(t_{\text{г}} - t_{\text{х}})}{\sum \frac{1}{\lambda} \ln \frac{d_{\text{н}}}{d_{\text{в}}}} = \frac{2\pi L\,(t_{\text{г}} - t_{\text{х}})}{\frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2} + \cdots} \qquad (9)$$

где $d_1$ и $d_2$, $d_2$ и $d_3$, $d_3$ и $d_4$ и т.д. – внутренний и наружный диаметры каждого цилиндрического слоя.