Организационно-управленческая практика

Линейное программирование – метод решения задач оптимизации

- ***В первых оптимизационных задачах требовалось выяснить***, сколько различных изделий нужно произвести, чтобы получить максимальный доход, если известно количество ресурсов (сырья, рабочего времени, оборудования) и цены, по которым можно реализовать готовые изделия. Другой вид задач – выяснить, при каких условиях свести расходы к минимуму (это, например, задача о питании). Таким образом, ***общая задача линейного программирования*** – это задача, в которой требуется найти максимум или минимум (оптимум) функции, называемой функцией цели, при ограничениях, заданных системой линейных неравенств или уравнений.
- При этом переменные чаще всего по условиям задачи должны принимать неотрицательные значения (то есть положительные либо нулевые), но бывают и исключения, о которых чуть ниже.

Задачи линейного программирования

- Задача линейного программирования является частным случаем задачи оптимизации и записывается следующим образом (70):

$$\begin{cases} F = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \max(\min, Const) \\ \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i \\ d_j \le x_j \le D_j \\ i = 1,\dots,m;\ j = 1,\dots,n \end{cases}$$

5. Транспортная задача.

- Под транспортной задачей понимают целый ряд задач, имеющих определенную специфическую структуру. Наиболее простыми транспортными задачами являются задачи о перевозках некоторого продукта из пунктов отправления в пункты назначения при минимальных затратах на перевозку.

Виды транспортных задач

- Классическая транспортная задача (перевозка грузов от поставщиков к потребителям);
- Задача коммивояжера;
- Задача о назначениях;

Методы решения транспортных задач

- Классическая транспортная задача (перевозка грузов от поставщиков к потребителям);
  Методы решения: метод потенциалов, симплексный метод;
- Задача коммивояжера;
  Методы решения: метод ветвей и границ, венгерский метод, метод минимальных линий;
- Задача о назначениях;
  Методы решения: венгерский метод, метод Мака, метод минимальных линий;
- https://math.semestr.ru/transp/transp.php

ПРИМЕР ТЗ №1

- Три поставщика одного и того же продукта располагают в планируемый период следующими его запасами: первый – 120 условных единиц, второй – 100 условных единиц, третий – 80 условных единиц. Этот продукт должен быть перевезен к трем потребителям, потребности которых равны 90, 90 и 120 условных единиц, соответственно.
- Требуется перевезти продукт с минимальными затратами

Таблица содержит показатели затрат, связанных с перевозкой продукта из i-го пункта отправления в j-й пункт потребления.

Поставщики	Потребители и их спрос			Запасы
	А	Б	В	
I	7	6	4	120
II	3	8	5	100
III	2	3	7	80
Спрос	90	90	120	

- https://studfiles.net/preview/5611593/page:6/
- 1 вар. Для несбалансированной попробуем вместо 80 в 3-м поставщике дать 100
- 2 вар. Спрос вместо 90 и90 дать 100 и 100 ответ 1020

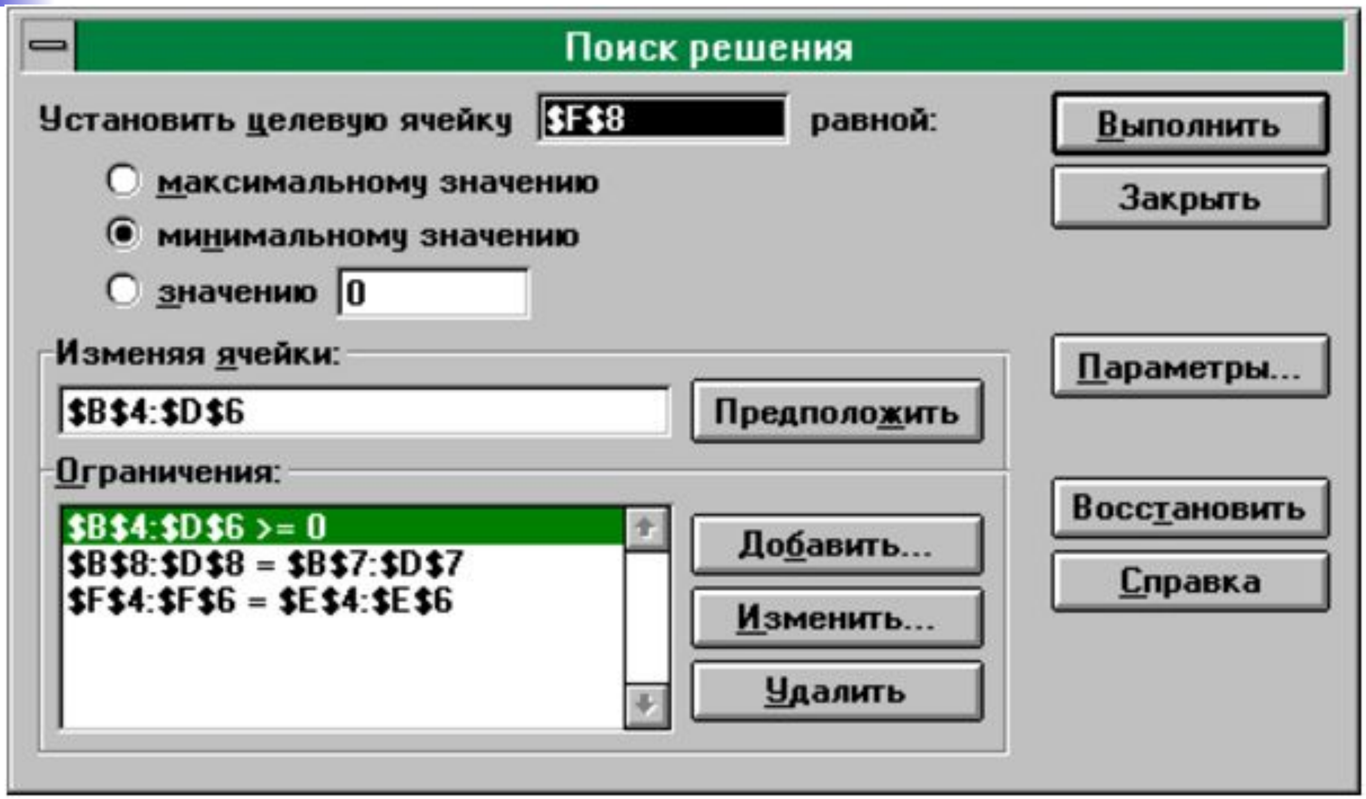
Математическая модель задачи выглядит следующим образом.

- Целевая функция имеет вид:
- 7□x11+6□x12+4□x13+3□x21+8□x22+5□x23+2□x31+3□x32+7□x33□ min,
- Ограничения имеют вид:
- x11+x12+x13=120,
- x21+x22+x23=100,
- x31+x32+x33=80,
- x11+x21+x31=90,
- x12+x22+x32=90,
- x13+x23+x33=120,
- Xij>=0 0, i, j= 1…3

	A	B	C	D	E	F
1		Матрица перевозок				
2	**Пункты**	**Пункты назначения**				
3	**отправления**	А	Б	В	Запасы	**Ограничения**
4	I	0	10	110	120	**120**
5	II	90	0	10	100	**100**
6	III	0	80	0	80	**80**
7	Спрос	90	90	120		**ЦФ**
8	**Ограничения**	**90**	**90**	**120**		**1060**
9	Матрица расходов на перевозку					
10	**Пункты**	**Пункты назначения**				
11	**отправления**	А	Б	В		
12	I	7	6	4		
13	II	3	8	5		
14	III	2	3	7		

- Искомые значения xij находятся в блоке ячеек B4:D6. Адрес данного блока входит в поле вводаИзменяя ячейкив окне “Поиск решения” (см. рис. 24). Требования к ограничениям по спросу и запасам представлены соответственно в ячейках B7:D7 и E4:E6. Коэффициенты ЦФ, означающие затраты на доставку расположены в блоке ячеек B12:D14.

	A	B	C	D	E	F
1		Матрица перево				
2	**Пункты**	**Пункты назначе**				
3	**отправления**	А	Б	В	Запасы	**Ограничения**
4	I	0	10	110	120	=СУММ(B4:D4)
5	II	90	0	10	100	=СУММ(B5:D5)
6	III	0	80	0	80	=СУММ(B6:D6)
7	Спрос	90	90	120		**ЦФ**
8	**Ограничения**	=СУММ(B4:B6)	=СУММ(C4:C6)	=СУММ(D4:D6)		=СУММПРОИЗВ(B4:D6;B12:D14)
9		Матрица расход				
10	**Пункты**	**Пункты назначе**				
11	**отправления**	А	Б	В		
12	I	7	6	4		
13	II	3	8	5		
14	III	2	3	7		



- Первая запись в группе Ограничения представляет ограничения по нижней границе xij. Вторая и третья записи выражают ограничения по уровню спроса и запасов соответственно.

Результаты решения в случае перепроизводства

- 3-й поставщик вместо 80 предлагает 100

Результаты решения в случае дефицита

- 3-й поставщик предлагает вместо 80 60

ТЗ №2. Пример решения транспортной задачи

- На трех мукомольных предприятиях A, B, C ежедневно производится 110, 190 и 90 т муки. Эта мука потребляется четырьмя хлебозаводами I, II, III, IV, ежедневные потребности которых равны соответственно 80, 60, 170 и 80 т. Тарифы перевозок 1 т муки с мукомольных предприятий на хлебозаводы задаются матрицей

Тарифы перевозок 1 т муки с мукомольных предприятий на хлебозаводы задаются матрицей

$$C = \begin{pmatrix} 8 & 1 & 9 & 7 \\ 4 & 6 & 2 & 12 \\ 3 & 5 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

- Составить такой план доставки муки, при котором общая стоимость перевозок являлась бы минимальной.

Решение. Составим математическую модель задачи.

- Важно_Важно_Берман
- Обозначим переменные:
- x_{ij} – количество муки, перевозимое с i-го мукомольного предприятия в j-й хлебозавод (i = 1, 2, 3, j = 1, 2, 3, 4).
- c_{ij} – тариф перевозки 1 т муки с i-го мукомольного предприятия в j-й хлебозавод (i = 1, 2, 3, j = 1, 2, 3, 4).
- a_i – объем производства на i-м мукомольном предприятии(i = 1, 2, 3).
- b_j – объем потребление в j-м хлебозаводе (j = 1, 2, 3, 4).
- Модель рассматриваемой транспортной задачи является закрытой, т. к.

$$\sum_{i=1}^{3} a_i = \sum_{j=1}^{4} b_j$$

(110 + 190 + 90 =80 + 60 + 170 + 80)

390=390

- Тогда условия доставки и вывоза необходимого и имеющегося количества муки обеспечивается за счет выполнения следующих соглашений:

Условия доставки и вывоза

$$\sum_{i=1}^{3} x_{ij} = b_j, \qquad j = 1,2,3,4 \qquad (1)$$

$$\sum_{j=1}^{4} x_{ij} = a_i \qquad i = 1,2,3 \qquad (2)$$

$$x_{ij} \geq 0, i = 1,2,3, \quad j = 1,2,3,4$$

При этом общая стоимость перевозок составит:

$$F = \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{4} c_{ij} x_{ij} \qquad (3)$$

- (1) состоит из 4 строк сумм; (2) – из трёх

- Таким образом, математическая постановка данной транспортной задачи состоит в нахождении такого неотрицательного решения системы линейных уравнений (1) – (2), при котором целевая функция *F (3)* принимает минимальное значение.
- Системы (1) – (2) с учетом исходных данных можно записать следующим образом:

Экономико-математическая модель ЗЛП ЗТЗ

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 80$$
$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 60$$
$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 170$$
$$x_{14} + x_{24} + x_{34} = 80$$
$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 110$$
$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 190$$
$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 90$$

Целевая функция F при этом имеет вид:

$$F = 8x_{11} + x_{12} + 9x_{13} + 7x_{14} + 4x_{21} + 6x_{22} + 2x_{23} + 12x_{24} + 3x_{31} +$$
$$+5x_{32} + +8x_{33} + 9x_{34}. \longrightarrow \min$$

- Xij>=0 i=1...3 j=1...4

Оформление в excel

	A	B	C	D	E	F	G
1	ЗТЗ №2	матрица перевозок					
2	пункты	пункты назначения					
3	отправления	Хлебо Завод 1	Хлебо Завод 2	Хлебо Завод 3	Хлебо Завод 4	запасы	граничени
4	МП 1					110	0
5	МП 2					190	0
6	МП 3					90	0
7	спрос	80	60	170	80	ЦФ	
8	ограничения	0	0	0	0	0	
9		матрица расходов на перевозку (тарифы)					
10	пункты	пункты назначения					
11	отправления	Завод 1	Завод 2	Завод 3	Завод 4		
12	МП 1	8	1	9	7		
13	МП 2	4	6	2	12		
14	МП 3	3	5	8	9		

Внесём формулы:

	A	B	C	D	E	F	G
1	ЗТЗ №2	матрица перево					
2	пункты	пункты назначен					
3	отправления	Хлебо Завод 1	Хлебо Завод 2	Хлебо Завод 3	Хлебо Завод 4	запасы	Ограничения
4	МП 1					110	=СУММ(B4:E4)
5	МП 2					190	=СУММ(B5:E5)
6	МП 3					90	=СУММ(B6:E6)
7	спрос	80	60	170	80	ЦФ	
8	ограничения	=СУММ(B4:B6)	=СУММ(C4:C6)	=СУММ(D4:D6)	=СУММ(E4:E6)	=СУММПРОИЗВ(B4:E6;B12:E14)	
9		матрица расход					
10	пункты	пункты назначен					
11	отправления	Завод 1	Завод 2	Завод 3	Завод 4		
12	МП 1	8	1	9	7		
13	МП 2	4	6	2	12		
14	МП 3	3	5	8	9		

Получим результат с помощью «Поиск решений»:

	A	B	C	D	E	F	G
1	ЗТЗ №2	матрица перевозок					
2	пункты	пункты назначения					
3	отправления	Хлебо Завод 1	Хлебо Завод 2	Хлебо Завод 3	Хлебо Завод 4	запасы	Ограничения
4	МП 1	0	60	0	50	110	110
5	МП 2	20	0	170	0	190	190
6	МП 3	60	0	0	30	90	90
7	спрос	80	60	170	80	ЦФ	
8	ограничения	80	60	170	80	1280	
9		матрица расходов на перевозку (тарифы)					
10	пункты	пункты назначения					
11	отправления	Завод 1	Завод 2	Завод 3	Завод 4		
12	МП 1	8	1	9	7		
13	МП 2	4	6	2	12		
14	МП 3	3	5	8	9		

Тарифы перевозок 1 т муки

Мукомольные предприятия	Хлебозаводы			
	I	II	III	IV
A				
B				
C				

Объемы перевозок

	I	II	III	IV	Суммарный план перевозки из пунктов производства	Объемы производства
A						
B						
C						
Суммарный план перевозки в пункты потребления						
Объемы потребления						

Общая стоимость перевозок (целевая функция)	

Заполним таблицу.

- Блок ячеек B4:E6 содержит тарифы перевозок.
- Блок ячеек G9:G11 содержит данные объема производства мукомоль-ных предприятий.
- Блок ячеек B13:E13 содержит данные объема потребления хлебозаво-дов.
- Блок ячеек B9:E11 будет содержать оптимальный план доставки муки. Значения этих ячеек вычисляется в процессе решения задачи.
- Введем необходимые формулы согласно составленной модели задачи.
- В ячейки B12:E12 суммарные планы перевозки в пункты потребления.
- В ячейки F9:F11 суммарные планы перевозки из пунктов производства.
- В ячейку B15 введем формулу для целевой функции

	A	B	C	D	E	F	G
1	**Тарифы перевозок 1 т муки**						
2	Мукомольные предприятия	Хлебозаводы					
3		I	II	III	IV		
4	A	8	1	9	7		
5	B	4	6	2	12		
6	C	3	5	8	9		
7	**Объемы перевозок**						
8		I	II	III	IV	Суммарный план перевозки из пунктов производства	Объемы производства
9	A					=СУММ(B9:E9)	110
10	B					=СУММ(B10:E10)	190
11	C					=СУММ(B11:E11)	90
12	Суммарный план перевозки в пункты потребления	=СУММ(B9:B11)	=СУММ(C9:C11)	=СУММ(D9:D11)	=СУММ(E9:E11)		
13	Объемы потребления	80	60	170	80		
14							
15	**Общая стоимость перевозок (целевая функция)**	=СУММПРОИЗВ(B4:E6;B9:E11)					

	A	B	C	D	E	F	G
1	**Тарифы перевозок 1 т муки**						
2	Мукомольные предприятия	Хлебозаводы					
3		I	II	III	IV		
4	A	8	1	9	7		
5	B	4	6	2	12		
6	C	3	5	8	9		
7	**Объемы перевозок**						
8		I	II	III	IV	Суммарный план перевозки из пунктов производства	Объемы производства
9	A	0	60	0	50	110	110
10	B	20	0	170	0	190	190
11	C	60	0	0	30	90	90
12	Суммарный план перевозки в пункты потребления	80	60	170	80		
13	Объемы потребления	80	60	170	80		
14							
15	**Общая стоимость перевозок (целевая функция)**	1280					

- В результате решения задачи получили общую стоимость перевозок 1280 у.е.