

Экономические задачи повышенного уровня в ЕГЭ

Составитель Вольхина И.Н.

№ 10

Текстовая задача

Возможны экономические сюжеты:

Зависимость объёма спроса q (тыс. руб.) на продукцию предприятия монополиста от цены p (тыс. руб.) задаётся формулой $q = 160 - 10p$.

Выручка предприятия за месяц r (в тыс. руб.) вычисляется по формуле $r(p) = q \cdot p$. Определите цену p , при которой месячная выручка $r(p)$ составит 280 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

№ 17

«Экономическая» задача

Два типа сюжетов, использующих соответственно:

- 1) дискретные модели (проценты, погашения кредитов, ...)
- 2) непрерывные модели (различные производства, протяженные во времени, объемы продукции, ...).

№ 17

«Экономическая» задача

- Максимальный балл 3 - Обоснованно получен верный ответ.
- 2 балла - Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат:
 - неверный ответ из-за вычислительной ошибки;
 - верный ответ, но решение недостаточно обосновано.
- 1 балл - Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено.

№ 17

«Экономическая» задача

Методические материалы для председателей и членов предметных комиссий субъектов РФ по проверке выполнения заданий с развернутым ответом экзаменационных работ ЕГЭ 2018 года (ФИПИ)

1 балл можно выставлять в тех случаях, когда сюжетное условие задачи верно сведено к решению математической (вычислительной, числовой, алгебраической, функциональной, геометрической) задачи.

Именно к решению, а не к отдельному равенству, набору уравнений, уравнению, задающему функцию и т.п.

Грубо говоря, предъявленный текст должен включать **направление**, «продолжаемое» до верного решения.

№ 17

«Экономическая» задача

Типичные допустимые погрешности на 2 балла - вычислительные ошибки (при наличии всех шагов решения) или недостаточно полные обоснования.

Например, при отыскании экстремума решение ограничивается верным нахождением лишь критической точки, без надлежащей её проверки на экстремальность.

№ 17

«Экономическая» задача (примеры)

Задача 1.

1 июня 2013 г. Всеволод Ярославович взял в банке 900000 рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая - 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 1 процент на сумму оставшегося долга (то есть увеличивает долг на 1 %), затем Всеволод Ярославович переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Всеволод Ярославович может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 300000 рублей?

Ответ: 4.

№ 17

«Экономическая» задача (примеры)

Задача 2.

Первичная информация разделяется по серверам №1 и №2 и обрабатывается на них. С сервера №1 при объёме $2t$ Гбайт входящей в него информации выходит $20t$ Гбайт, а с сервера №2 при объёме $2t$ Гбайт входящей в него информации выходит $21t$ Гбайт обработанной информации; $25 < t < 55$. Каков наибольший общий объём выходящей информации при общем объёме входящей информации в 3364 Гбайт?

№ 17

«Экономическая» задача (примеры)

Решение №2.2 (матем. анализ). Пусть на сервере №1 обрабатывается x^2 , а на сервере №2 обрабатывается y^2 Гбайт из всей первичной информации. Тогда $x^2 + y^2 = 3364$, а обработано будет $20x + 21y$ Гбайт информации. Выразим y через x : $y = \sqrt{3364 - x^2}$. Требуется найти наибольшее значение функции $f(x) = 20x + 21\sqrt{3364 - x^2}$.

$$f'(x) = 20 - \frac{21x}{\sqrt{3364 - x^2}}, \quad f'(x) = 0, \quad 400 = \frac{441x^2}{3364 - x^2}, \quad x^2 = \frac{400 \cdot 3364}{841} = 1600, \quad x = 40.$$

Поэтому $x = 40$ единственная критическая точка и $y = \sqrt{3364 - 1600} = 42$. Условия

$25 \leq x \leq 55$, $25 \leq y \leq 55$ выполнены. Если $x < 40$, то $x^2 < 1600$, $400 > \frac{441x^2}{3364 - x^2}$ и

$f'(x) > 0$. Если $x > 40$, то $f'(x) < 0$. Поэтому $x = 40$ есть точка максимума. Значит,

$$f_{\text{наиб}} = f(40) = 20 \cdot 40 + 21 \cdot 42 = 1682.$$

Ответ: 1682.

№ 17

«Экономическая» задача (примеры)

В методических материалах ФИПИ 2018 г. приведены 5 примеров банковских задач с оцениванием работ выпускников

№ 17

«Экономическая» задача (пример 2017 г.)

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма выплат после полного погашения кредита на 40 980 рублей больше суммы, взятой в кредит?

№ 17

«Экономическая» задача (пример 2017 г.)

Решение.

Пусть сумма кредита составляет S рублей, а ежегодные выплаты X рублей. По условию, долг перед банком (в рублях) по состоянию на июль должен уменьшаться следующим образом:

$$S, 1,1S - X, (1,1)^2 S - 1,1X - X, (1,1)^3 S - (1,1)^2 X - 1,1X - X = 0,$$

откуда

$$X = \frac{(1,1)^3 \cdot (1,1 - 1)}{((1,1)^3 - 1)} \cdot S = \frac{1331}{3310} \cdot S; \quad 3X - S = \frac{683}{3310} \cdot S = 40\,980.$$

Получаем $S = 198\,600$ (рублей).

Ответ: 198 600.

№7 Пусть S - сумма долга,
 X - платёж
 r - переплата
 k - процентная ставка

Тогда: $S + r = 3X$ (по условию задачи)
 Составим таблицу:

Год	Сумма долга на начало года	Сумма долга после анбоя	Вплата.
1	S	Sk	X
2	$Sk - X$	$(Sk - X)k$	X
3	$(Sk - X)k - X$	$((Sk - X)k - X)k$	X
4	$((Sk - X)k - X)k - X = 0$	—	—

2 балла

$$\text{Тогда: } \begin{cases} \left[\frac{1}{3} (Sk - X)k - X \right] k - X = 0 & \textcircled{1} \Rightarrow Sk^3 - k^2X - kX - X = 0 \\ X = \frac{S+r}{3} \end{cases}$$

$$Sk^3 = X(k^2 + k + 1)$$

$$Sk^3 = (S+r) \left(\frac{k^2 + k + 1}{3} \right)$$

$$S = (S+r) \frac{3310}{3993}$$

$$S \frac{683}{3993} = r \frac{3310}{3993}$$

$$S \approx r \frac{3310}{683} \approx 4,8r \approx 4098 \cdot 48 \approx 196704 \text{ р}$$

То есть, q в долг взяли $\sim 200.000 \text{ р}$

Ответ: 200.000 р

Пусть в банке взяли кредит на S руб. И каждый год выплачивали по x руб. Тогда общая сумма выплат за три года составит $3x$ руб. Значит $3x - S = 40980$ (по усл). Так как за три года весь долг был выплачен, то по формуле равных выплат:

$$1,1^3 S - \frac{1,1^3 - 1}{1,1 - 1} x = 0.$$

Решим систему:

$$\begin{cases} 1,1^3 S - \frac{1,1^3 - 1}{1,1 - 1} x = 0 & (1) \\ 3x - S = 40980 & (2) \end{cases}$$

(1):

$$1,1^3 S = \frac{1,1^3 - 1}{0,1} x$$

$$S = \frac{1,1^3 - 1}{1,1^3 \cdot 0,1} x \quad \text{Подставим в (2)}$$

$$3x - \frac{1,1^3 - 1}{1,1^3 \cdot 0,1} x = 40980$$

$$x \left(\frac{0,3 \cdot 1,1^3 - 1,1^3 + 1}{1,1^3 \cdot 0,1} \right) = 40980$$

$$x = \frac{40980 \cdot 1,1^3 \cdot 0,1}{1 - 0,7 \cdot 1,1^3}$$

$$x = \frac{40980 \cdot 1331}{683}$$

$$x = 79860$$

$$\text{Значит } S = 198600$$

Ответ. 198600 руб.

2 балла

517.
Пусть x - сумма, которую ~~взять~~ ^{возьмут.} в банке,
 a - один платеж, тогда

$$\begin{cases} ((x \cdot 1,1 - a) \cdot 1,1 - a) \cdot 1,1 - a = 0 \\ 3a = 40980 + x \end{cases}$$

$$\begin{cases} (1,21x - 2,1a) \cdot 1,1 - a = 0 \\ - // - \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1,331x - 3,31a = 0 \Leftrightarrow 3310a = 1331x \Leftrightarrow 3a \cdot 3310 = 3993x \\ - // - 3a = 40980 + x \end{cases}$$

$$3310 \cdot 40980 + 3310x = 3993x$$

$$135643800 = 683x$$

$$x = 198600$$

Ответ: $x = 198600$.

2 балла

17. Пусть S руб. взяли в банке, P руб. — выплата

$$((1,1S - P) \cdot 1,1 - P) \cdot 1,1 - P = 0$$

$$\begin{cases} 1,331S - 3,31P = 0 & \textcircled{1} \\ 3P - S = 40980 & \textcircled{2} \end{cases}$$

из $\textcircled{2}$ $P = \frac{40980 + S}{3}$; подставим в $\textcircled{1}$

$$1,331S - \frac{135643,8 + 3,31S}{3} = 0 \quad | \cdot 3$$

$$0,683S = 135643,8$$

$$S = 198600$$

Ответ: 198600 руб.

2 балла

11 апреля 2018

17. В регионе A среднемесячный доход на душу населения в 2014 году составлял 43 740 рублей и ежегодно увеличивался на 25%. В регионе B среднемесячный доход на душу населения в 2014 году составлял 60 000 рублей. В течение трёх лет суммарный доход жителей региона B увеличивался на 17% ежегодно, а население увеличивалось на $m\%$ ежегодно. В 2017 году среднемесячный доход на душу населения в регионах A и B стал одинаковым. Найдите m .

1 июня 2018

15 января планируется взять кредит в банке на некоторую сумму на 21 месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- с 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- на 15-е число каждого с 1-го по 20-й месяц долг должен уменьшаться на 50 тыс. руб.;
- за двадцать первый месяц долг должен быть погашен полностью.

Сколько тысяч рублей составляет долг на 15-е число 20-го месяца, если банку всего было выплачено 2073 тыс. рублей?

25 июня 2018

Зависимость количества Q (в шт., $0 \leq Q \leq 5000$) купленного у фирмы товара от цены P (в руб. за шт.) выражается формулой $Q = 15000 - P$. Затраты на производство Q единиц товара составляют $3000Q + 1\,000\,000$ рублей. Кроме затрат на производство, фирма должна заплатить налог t рублей ($0 \leq t \leq 10000$) с каждой произведенной единицы товара. Таким образом, прибыль фирмы составляет $PQ - 3000Q - 1\,000\,000 - tQ$ рублей, а общая сумма налогов, собранных государством, равна tQ рублей. Фирма производит такое количество товара, при котором ее прибыль максимальна. При каком значении t общая сумма налогов, собранных государством, будет максимальной?

