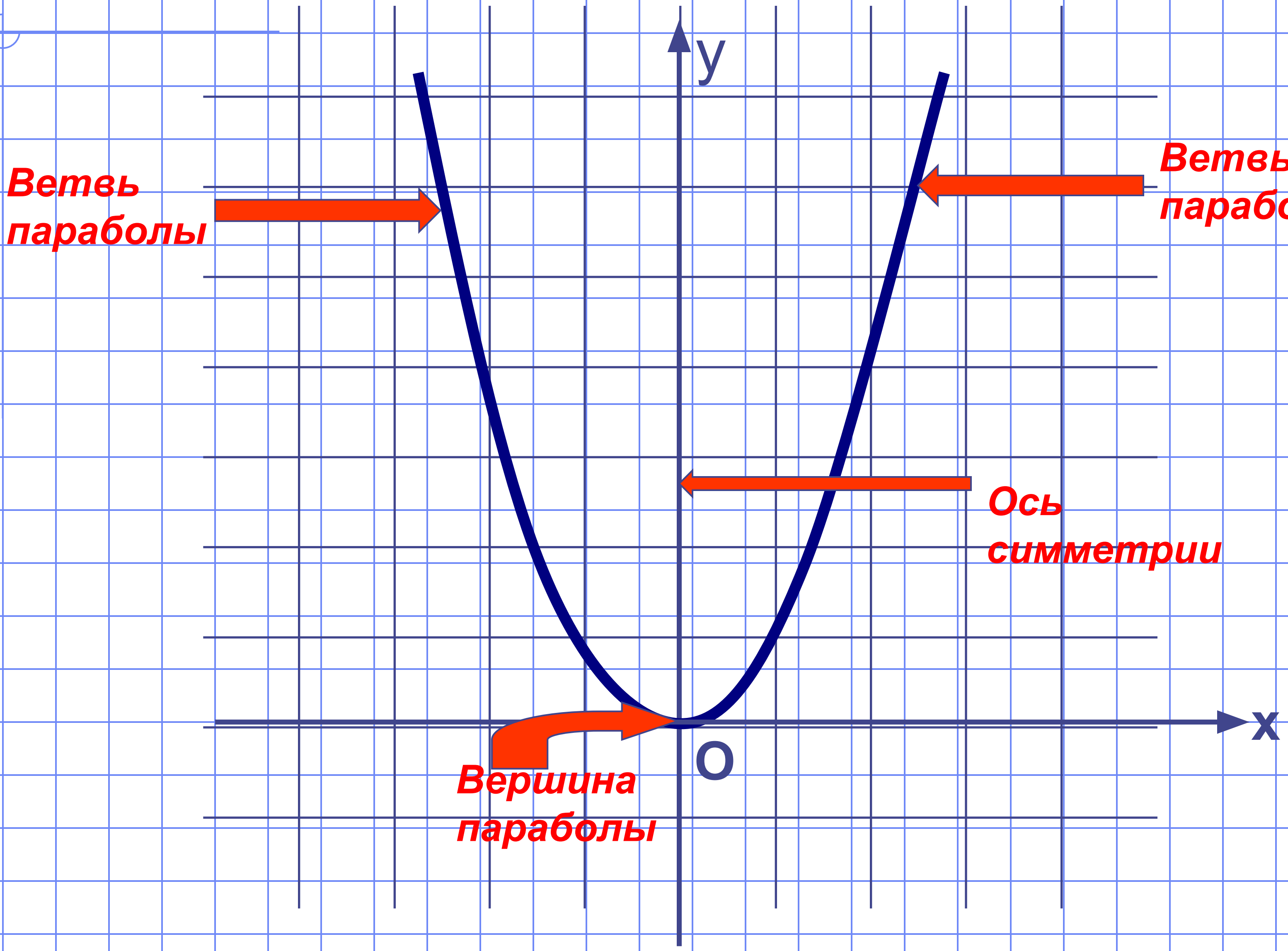
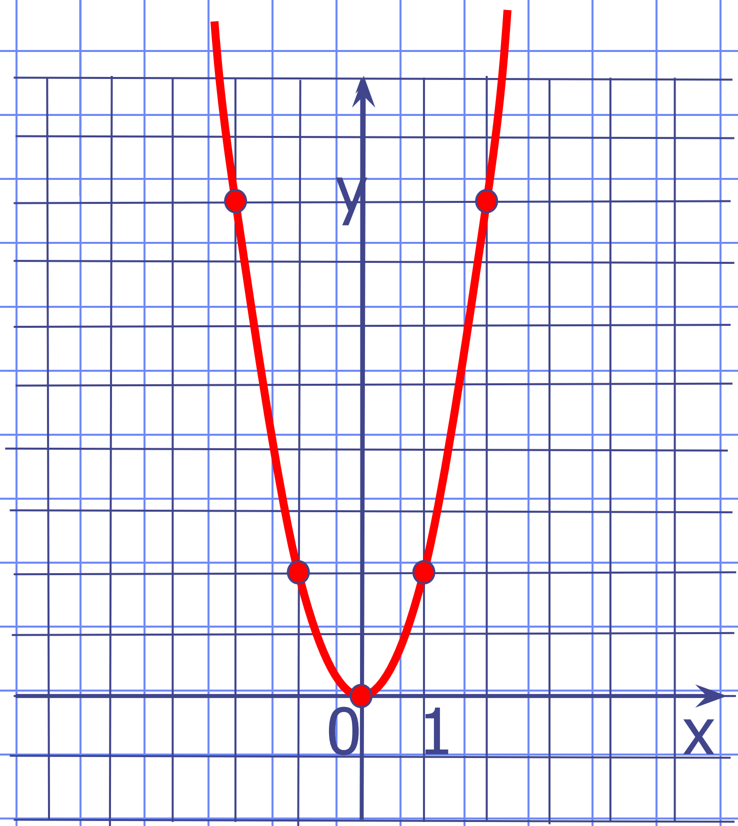
Квадратичная функция и её график.

Парабола $y=x^2$

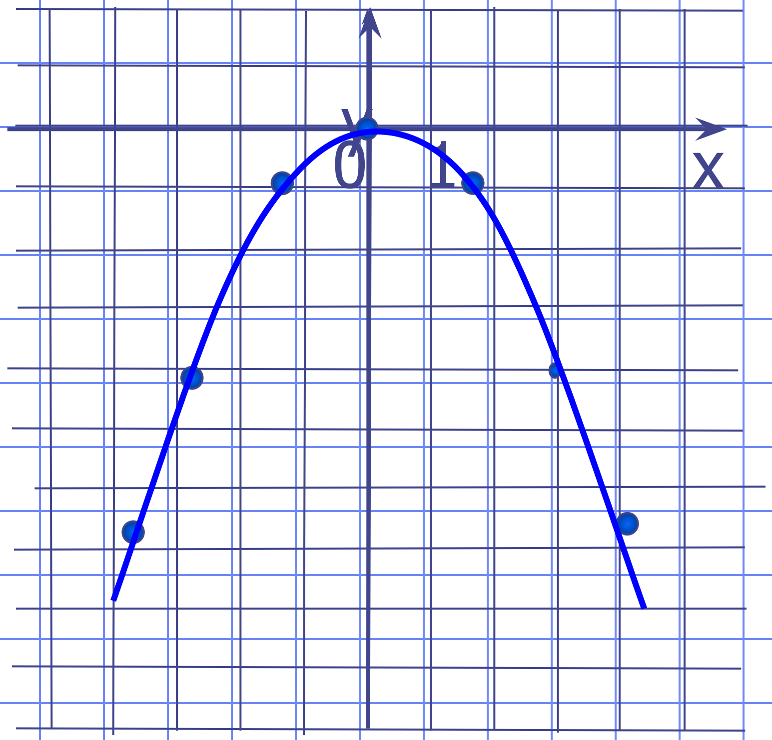


$y = ax^2$

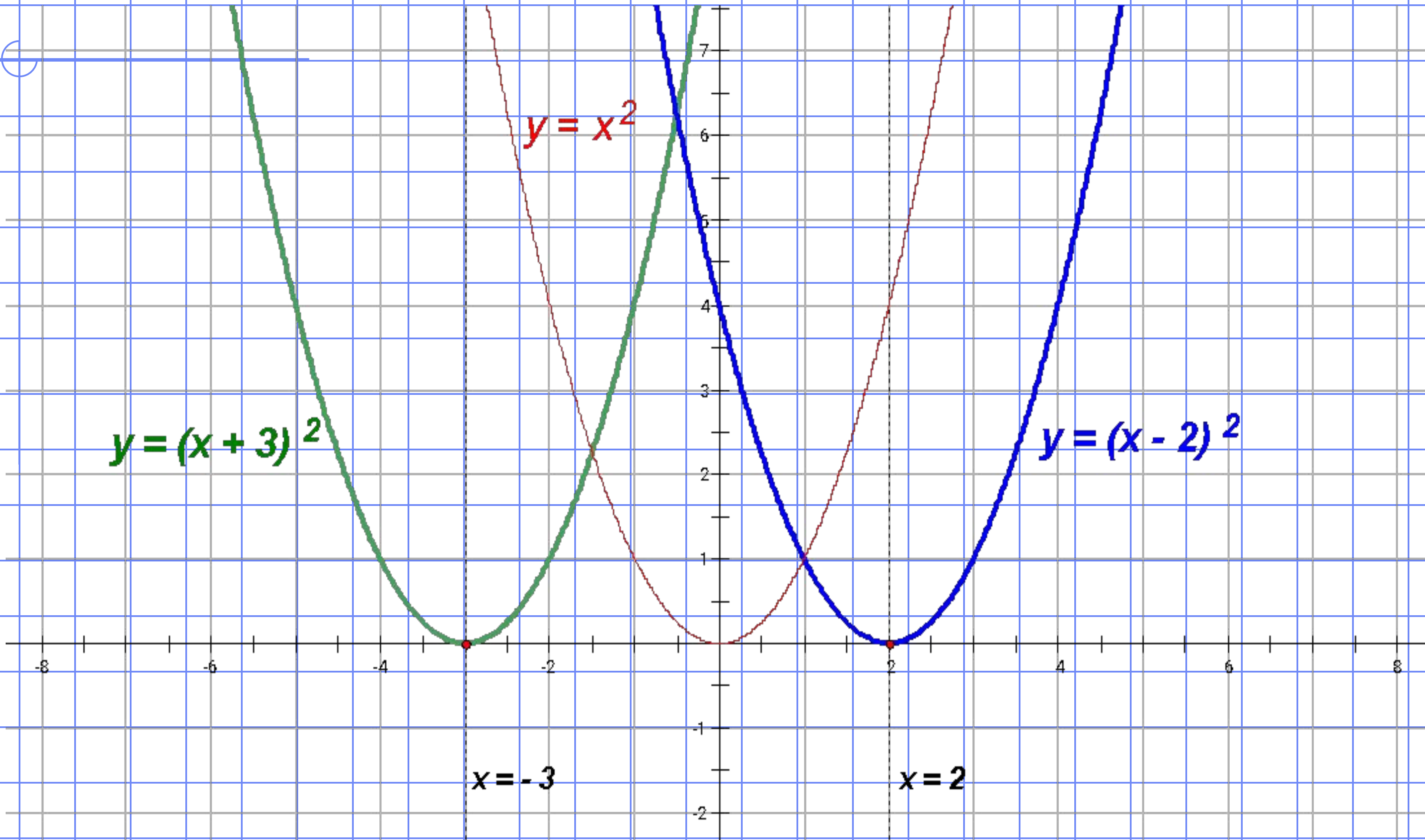
$a > 0$



$a < 0$

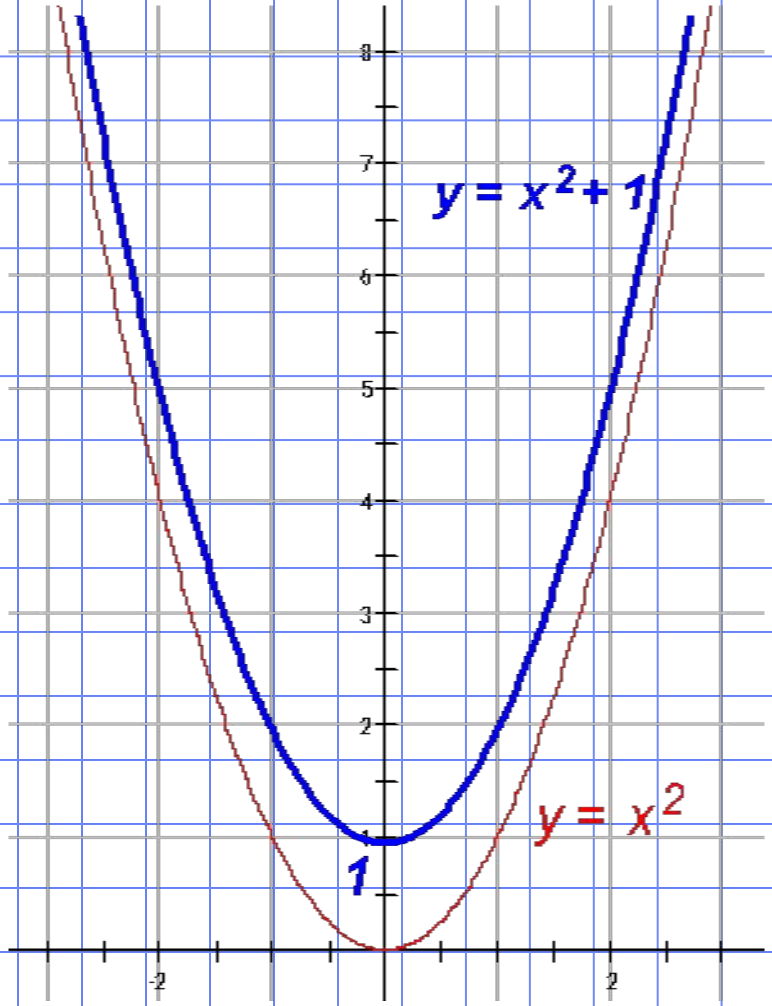


$y = a(x-m)^2$

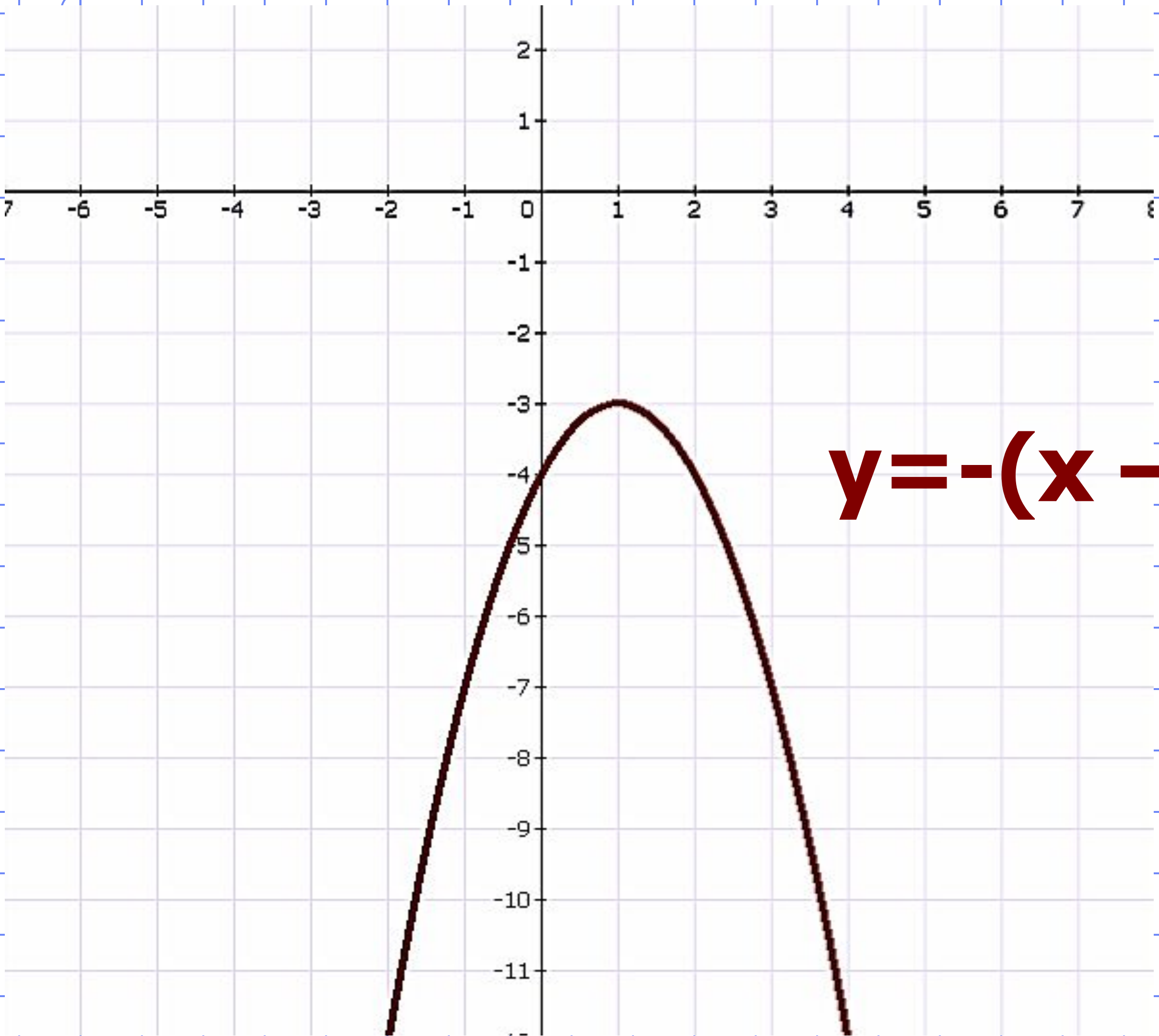


Хорошо видно, что осями симметрии графиков функций $y=(x - 2)^2$ и $y=(x - 3)^2$ являются соответственно прямые $x = 2$ и $x = - 3$.

$y = ax^2 + n$

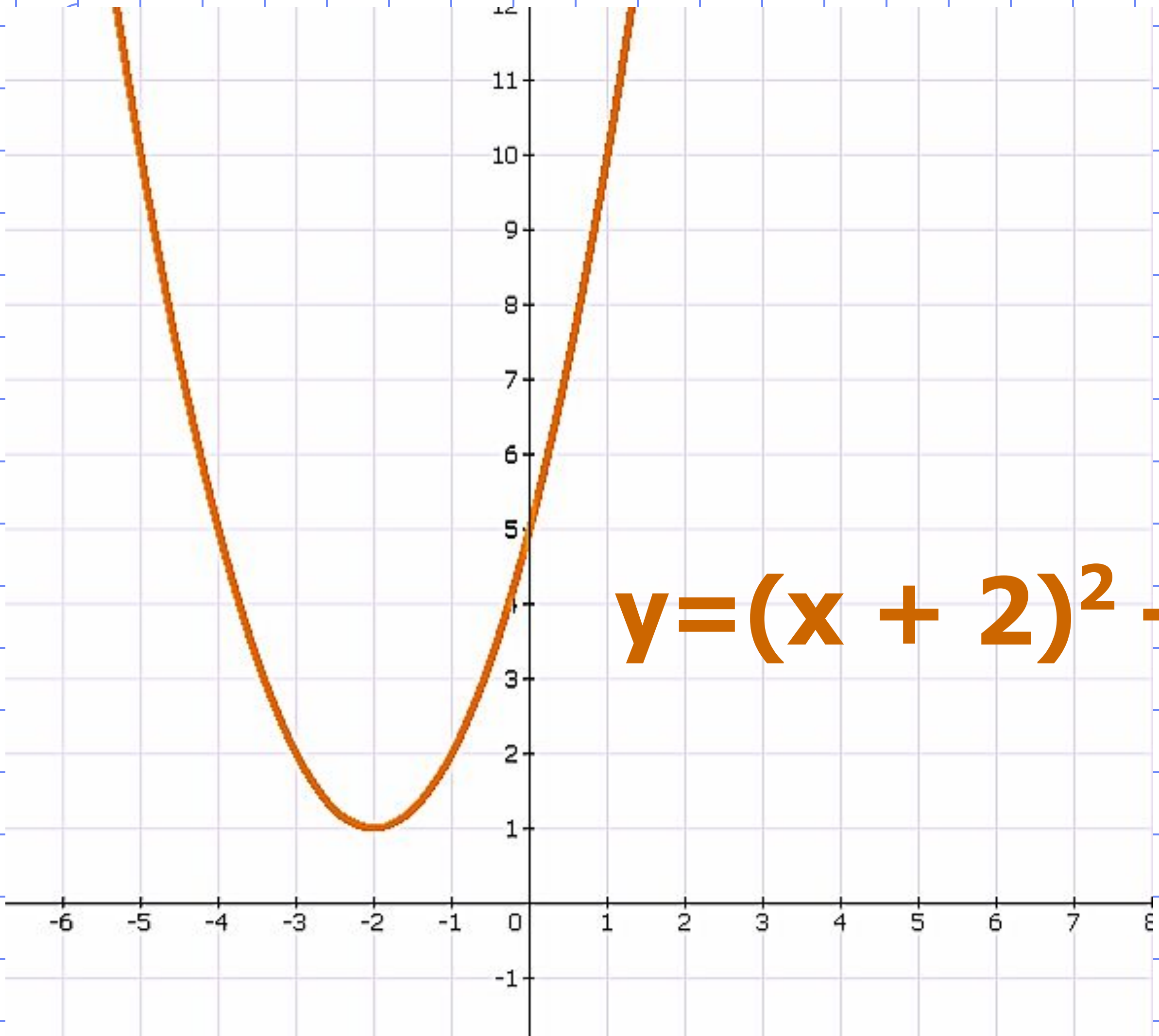


Задайте функцию формулой



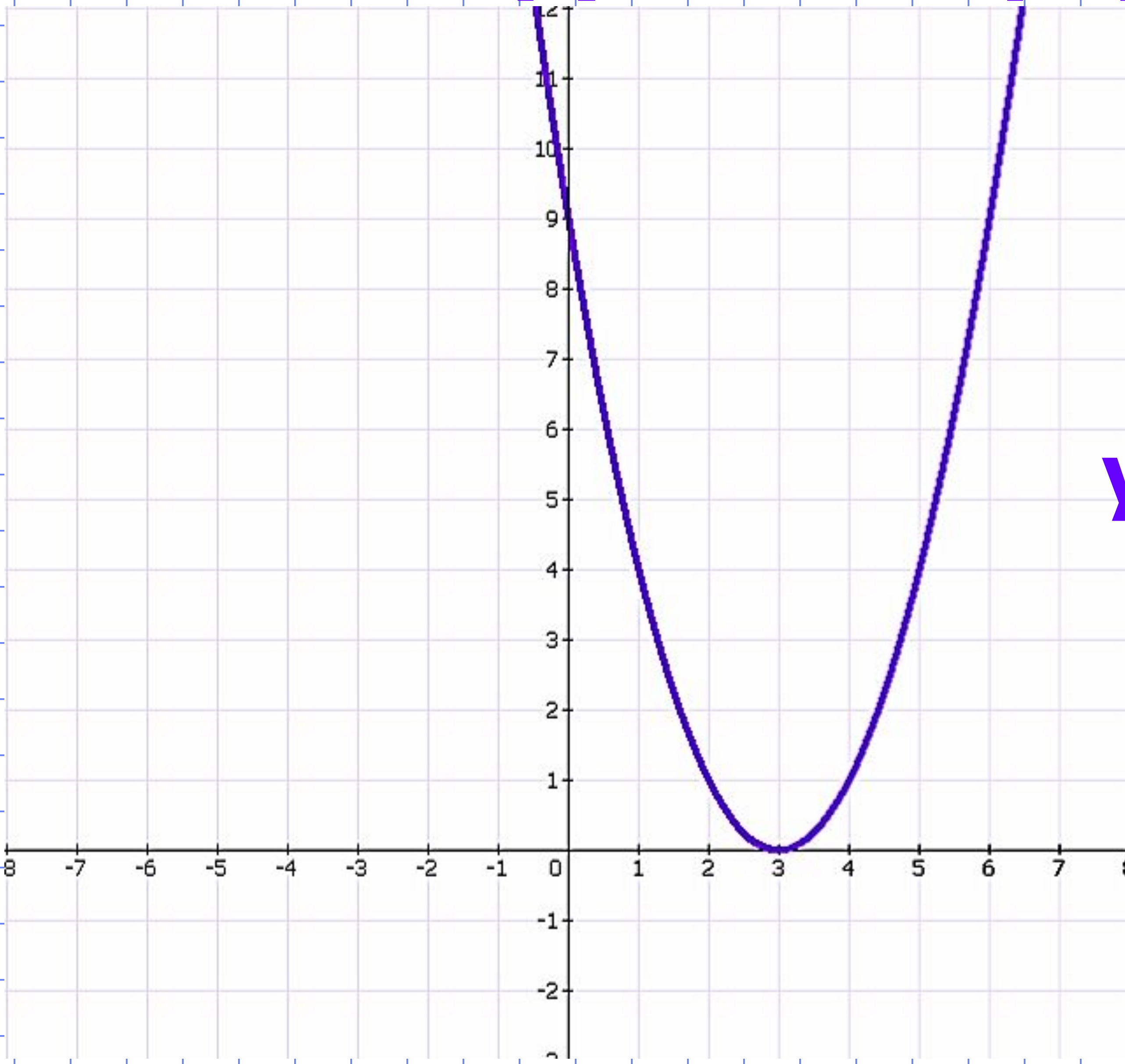
$y=-(x-1)^2-3$

Задайте функцию формулой



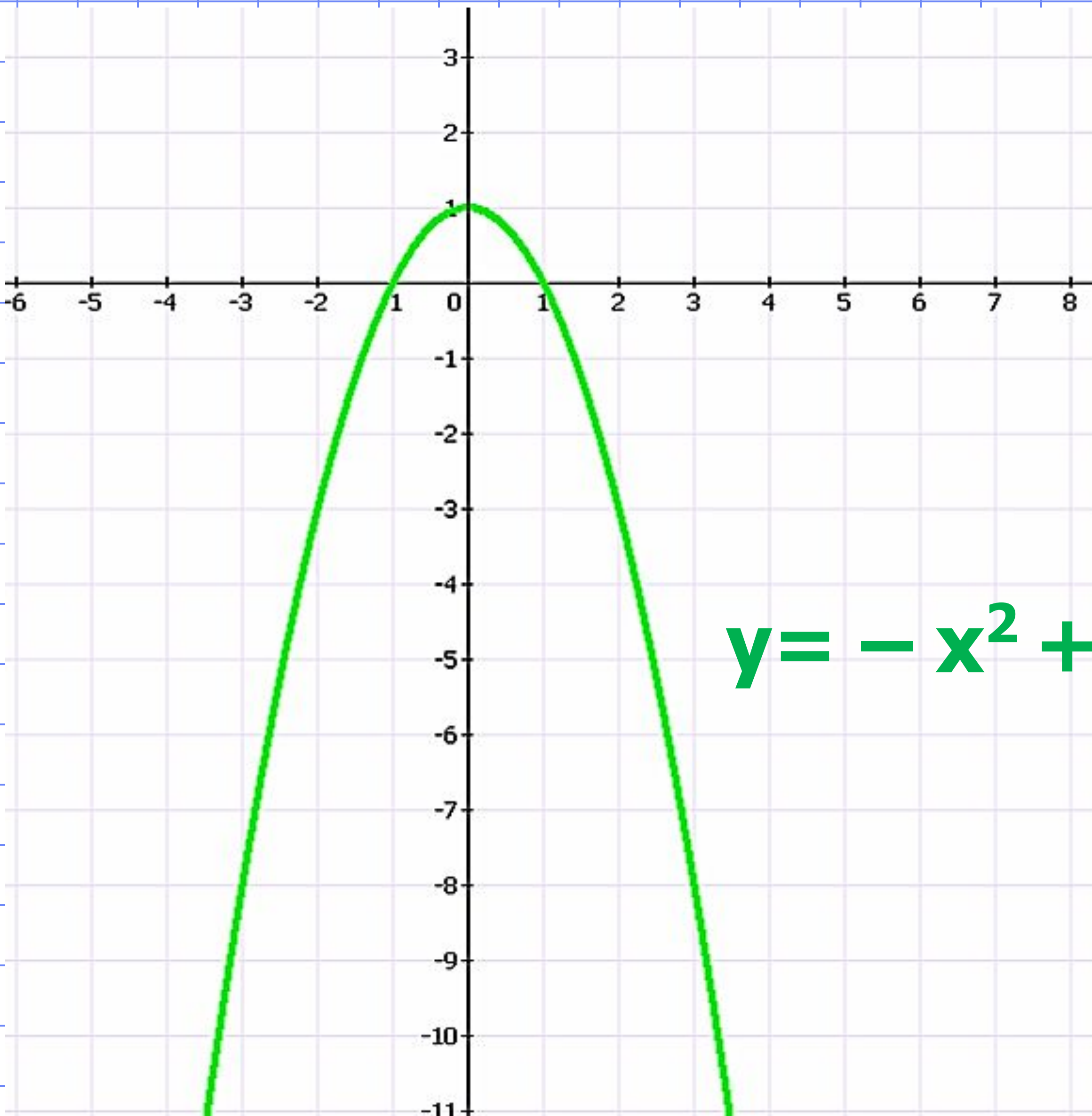
$$y=(x+2)^2+1$$

Задайте функцию формулой



$y=(x-3)^2$

Задайте функцию формулой



$$y = -x^2 + 1$$

Определение квадратичной функции

Квадратичной функцией называется функция , которая задается формулой вида:

$$y = ax^2 + bx + c$$

где: a,b,c – числа

***x* – независимая переменная**

$$\mathbf{a \neq 0}$$

Мы уже строили графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$, выделяя квадрат двучлена. *Используем этот прием в общем виде:*

$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c =$$

$$= a\left[\left(x^2 + 2\cdot\frac{b}{2a}x + \frac{b^2}{4a^2}\right) - \frac{b^2}{4a^2}\right] + c =$$

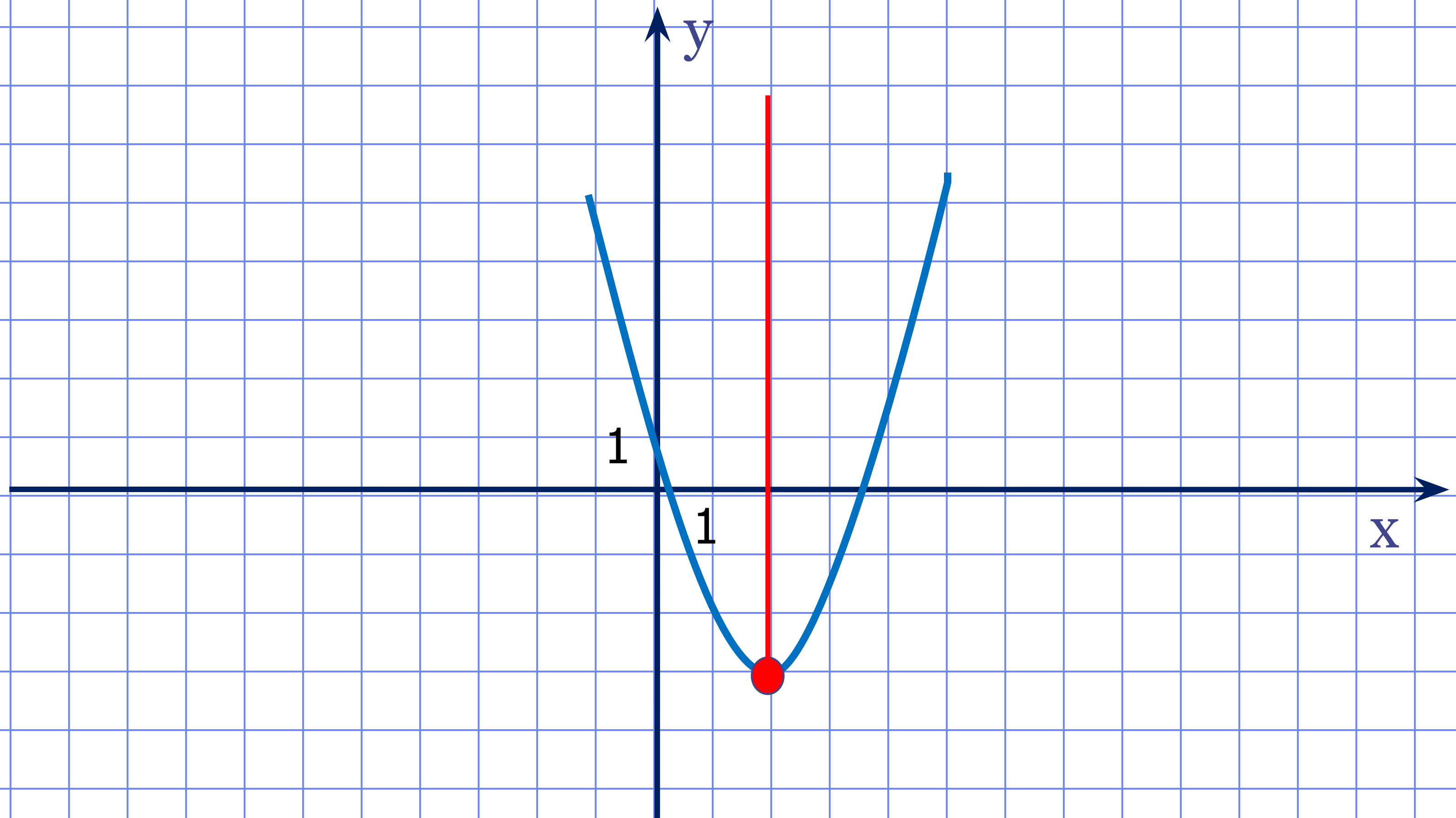
$$= a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2}\right] + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$$

Построение графика функции

y = x² – 4x + 1

$$y=(x-2)^2-3$$

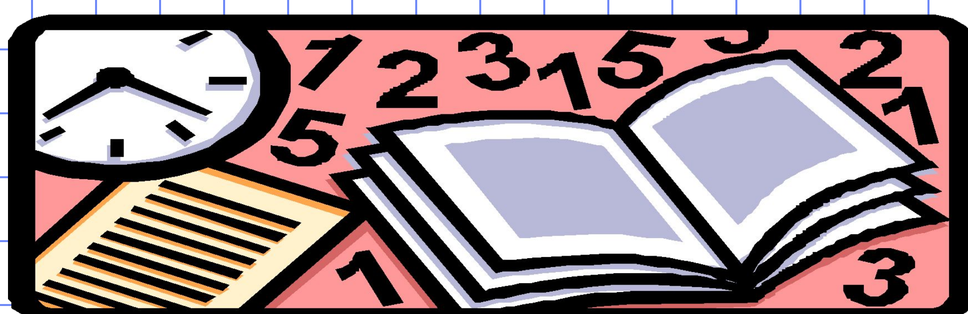
$$x^2-4x+1=\left(x^2-4x+4\right)-3=(x-2)^2-3$$



Нам удалось преобразовать квадратный трехчлен к приведенному виду $y = a(x - x_0)^2 + y_0$,

Теперь если $x_0 = -\frac{b}{2a},\; y_0 = (\;_0)$ **, то получаем ,**

чтобы построить график функции $y = ax^2 + bx + c$**,**
надо выполнить параллельный перенос параболы
$y = ax^2$**, чтобы вершина оказалась в точке** $(x_0;\ y_0)$



Таким образом, мы доказали теорему:

Графиком квадратичной функции **$y = ax^2 + bx + c$** является парабола, которая получается из параболы **$y = ax^2$** параллельным переносом.

Вершина параболы - $(x_0; y_0)$,

где : $x_0 = -\dfrac{b}{2a}$ $\quad y_0 = y(x_0)$

Осью параболы будет прямая $x = -\dfrac{b}{2a}$

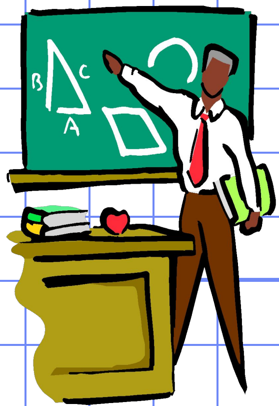


График любой квадратичной функции – парабола.

Алгоритм построения параболы $y = ax^2 + bx + c$:

1. Найти координаты вершины параболы, построить на координатной плоскости соответствующую точку, провести ось симметрии.
2. Определить направление ветвей параболы.
3. Найти координаты еще нескольких точек , принадлежащих искомому графику (в частности, координаты точки пересечения параболы с осью ***у***).
4. Отметить на координатной плоскости найденные точки и соединить их плавной линией.

Построение графика функции

y = x² – 4x + 1

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{4}{2} = 2 \quad y_0 = 2^2 - 4\cdot 2 + 1 = -3$$

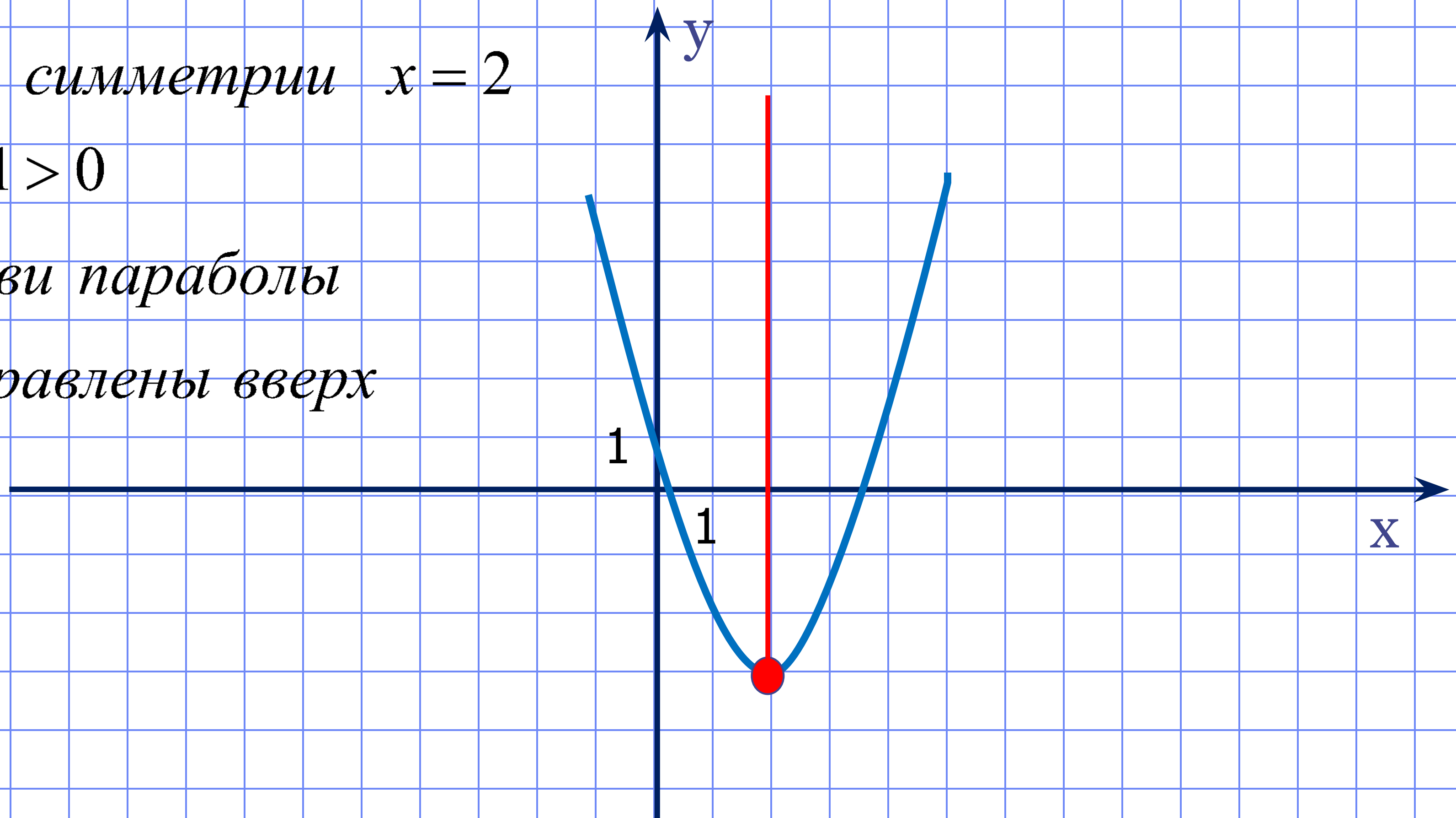
$вершина \quad (2;-3)$

$ось \quad симметрии \quad x = 2$

$a = 1 > 0$

$ветви \;\; параболы$

$направлены \;\; вверх$



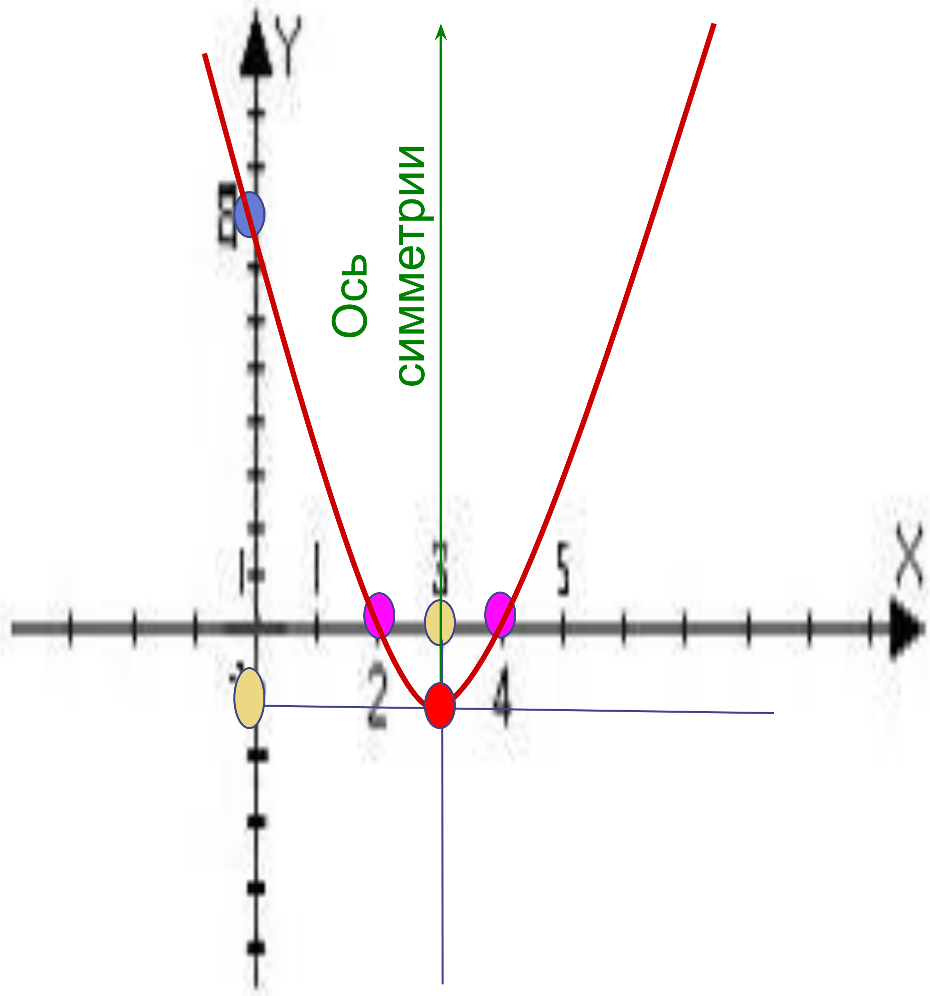
Построение графика функции:

Построим график , используя свойства квадратичной функции $у = х^2 - 6х + 8$:

(3; -1)- вершина параболы (т.к. $x_o = -(b/ 2a)$; $y=(x_o)$

а > 0   (Ветви параболы направлены вверх)

Ось симметрии х=3



Алгоритм построения графика квадратичной функции $y = ax^2+bx+c$

1.Построить вершину параболы $(X_0; Y_0)$,

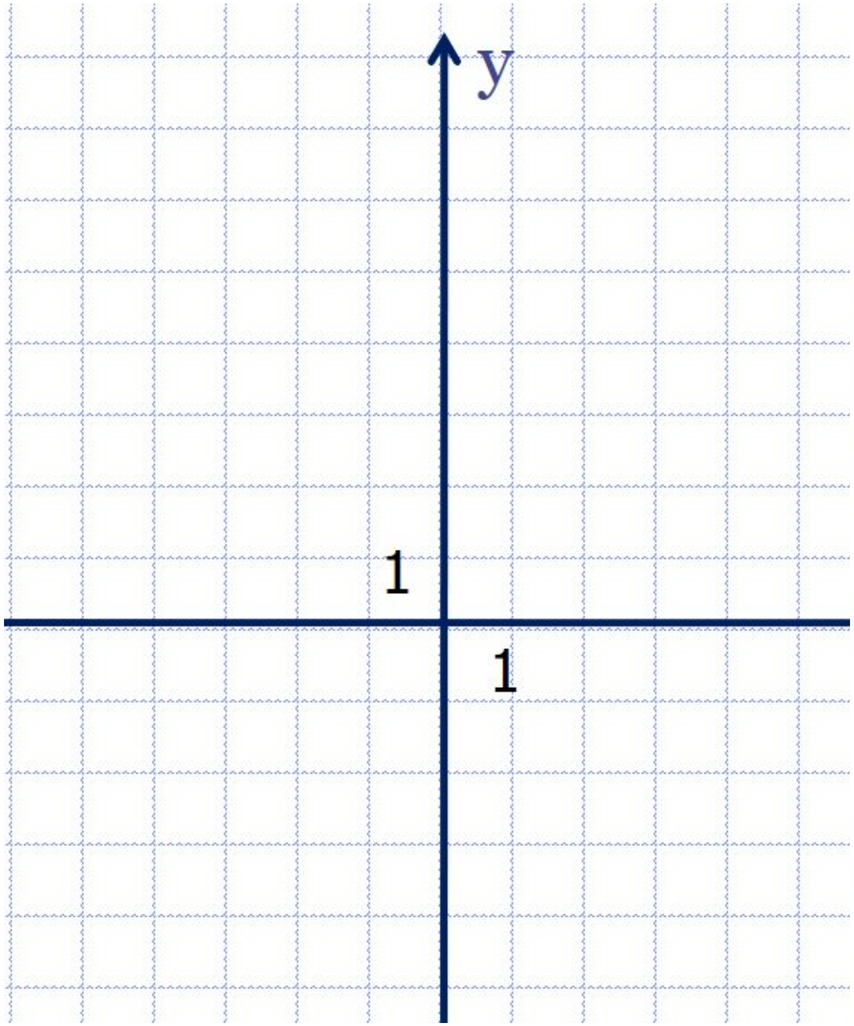
вычислив X_0, Y_0 по формулам

$$x_0 = -\frac{b}{2a};\ y_0 = y(x_0)$$

2.Провести через вершину параболы прямую, параллельную оси ординат, - ось симметрии параболы.

3. Определить направление ветвей параболы и коэффициент сжатия или растяжения вдоль оси ОУ и построить характеристические точки.

Постройте графики функций



Домашнее задание

1. $y = x^2 + 6x + 8$.
2. $y = -3x^2 + 6x$.
3. $y = 0{,}5x^2 - 2x - 6$.
4. $y = x^2 - 8x + 7$.
5. $y = -2x^2 - 12x - 10$.
6. $y = 0{,}5x^2 + 2x$.
7. $y = x^2 - 2x - 3$.
8. $y = -2x^2 + 8x - 6$.
9. $y = 0{,}5x^2 + 4x + 6$.
10. $y = -x^2 - 4x + 5$.
11. $y = 2x^2 - 4x - 6$.
12. $y = 0{,}5x^2 + 3x + 2{,}5$.

Тренировка