

ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ

Сложная функция: $y = g(f(x))$.

Примеры: 1) $y = (3x^2 - 2x)^5$. $\left[\begin{array}{l} y = f^5; \\ f = 3x^2 - 2x. \end{array} \right.$

2) $y = \sqrt{\sin x}$. $\left[\begin{array}{l} y = \sqrt{f}; \\ f = \sin x. \end{array} \right.$

3) $y = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$. $\left[\begin{array}{l} y = \cos f; \\ f = 2x - \frac{\pi}{3}. \end{array} \right.$

Правило нахождения производной сложной функции

$$g'(f(x)) = g'(f) \cdot f'(x)$$

**(производная сложной функции равна
производной основной функции
на производную внутренней функции)**

ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ

Сложная функция: $y = g(f(x))$.

Правило нахождения производной сложной функции

$$g'(f(x)) = g'(f) \cdot f'(x) \quad \left(\begin{array}{l} \text{производная сложной функции равна} \\ \text{производной основной функции} \\ \text{на производную внутренней функции} \end{array} \right)$$

Простая функция	Производная простой функции	Сложная функция	Производная сложной функции
x^n	nx^{n-1}	$f^n(x)$	$n \cdot f^{n-1}(x) \cdot f'(x)$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\frac{1}{f(x)}$	$-\frac{f'(x)}{f^2(x)}$
\sqrt{x}	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\sqrt{f(x)}$	$\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$
$\sin x$	$\cos x$	$\sin f(x)$	$\cos f(x) \cdot f'(x)$

ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ

Сложная функция: $y = g(f(x))$.

Правило нахождения производной сложной функции

$$g'(f(x)) = g'(f) \cdot f'(x) \left\{ \begin{array}{l} \text{(производная сложной функции равна} \\ \text{производной основной функции} \\ \text{на производную внутренней функции)} \end{array} \right.$$

Простая функция	Производная простой функции	Сложная функция	Производная сложной функции
x^n	nx^{n-1}	$f^n(x)$	$n \cdot f^{n-1}(x) \cdot f'(x)$

Пример: 1) $y = (2x-1)^4$. $\left[\begin{array}{l} y = f^4; \\ f = 2x-1. \end{array} \right.$

$$y' = \left[(2x-1)^4 \right]' = 4(2x-1)^3 \cdot (2x-1)' = 4(2x-1)^3 \cdot 2 = 8(2x-1)^3.$$



ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ

Сложная функция: $y = g(f(x))$.

Правило нахождения производной сложной функции

$$g'(f(x)) = g'(f) \cdot f'(x) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{(производная сложной функции равна} \\ \text{производной основной функции} \\ \text{на производную внутренней функции)} \end{array} \right.$$

Простая функция	Производная простой функции	Сложная функция	Производная сложной функции
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\frac{1}{f(x)}$	$-\frac{1}{f^2(x)} \cdot f'(x) = -\frac{f'(x)}{f^2(x)}$

Пример: 1) $y = \frac{1}{\sin x}$. $\left[\begin{array}{l} y = \frac{1}{f}; \\ f = \sin x. \end{array} \right.$

$$y' = \left(\frac{1}{\sin x} \right)' = -\frac{1}{\sin^2 x} \cdot (\sin x)' = -\frac{1}{\sin^2 x} \cdot \cos x = -\frac{\cos x}{\sin^2 x}.$$



ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ

Сложная функция: $y = g(f(x))$.

Правило нахождения производной сложной функции

$$g'(f(x)) = g'(f) \cdot f'(x) \quad \left(\begin{array}{l} \text{производная сложной функции равна} \\ \text{производной основной функции} \\ \text{на производную внутренней функции} \end{array} \right)$$

Простая функция	Производная простой функции	Сложная функция	Производная сложной функции
\sqrt{x}	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\sqrt{f(x)}$	$\frac{1}{2\sqrt{f(x)}} \cdot f'(x) = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$

Пример: 1) $y = \sqrt{2x^3 - x}$ $\left\{ \begin{array}{l} y = \sqrt{f}; \\ f = 2x^3 - x. \end{array} \right.$

$$y' = \sqrt{(2x^3 - x)^4}' = \frac{1}{2\sqrt{2x^3 - x}} \cdot (2x^3 - 1)' = \frac{6x^2}{2x\sqrt{2x^2 - 1}} = \frac{3x}{\sqrt{2x^2 - 1}} \star$$

ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ

Сложная функция: $y = g(f(x))$.

Правило нахождения производной сложной функции

$$g'(f(x)) = g'(f) \cdot f'(x) \left\{ \begin{array}{l} \text{(производная сложной функции равна} \\ \text{производной основной функции} \\ \text{на производную внутренней функции)} \end{array} \right.$$

Простая функция	Производная простой функции	Сложная функция	Производная сложной функции
$\sin x$	$\cos x$	$\sin f(x)$	$\cos f(x) \cdot f'(x)$

Пример: 1) $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$. $\left[\begin{array}{l} y = \sin f; \\ f = 2x - \frac{\pi}{3}. \end{array} \right.$

$$y' = \sin'\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \cdot \left(2x - \frac{\pi}{3}\right)' = 2 \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right).$$



ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ

Простая функция	Производная простой функции	Сложная функция	Производная сложной функции
x^n	nx^{n-1}	$f^n(x)$	$n \cdot f^{n-1}(x) \cdot f'(x)$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\frac{1}{f(x)}$	$-\frac{f'(x)}{f^2(x)}$
\sqrt{x}	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\sqrt{f(x)}$	$\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$
$\sin x$	$\cos x$	$\sin f(x)$	$\cos f(x) \cdot f'(x)$
$\cos x$	$-\sin x$	$\cos f(x)$	$-\sin f(x) \cdot f'(x)$
$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{tg} f(x)$	$\frac{1}{\cos^2 f(x)} \cdot f'(x) = \frac{f'(x)}{\cos^2 f(x)}$



Самостоятельная работа
Вычислить производные функций

Вариант 1

$$y = x^7$$

$$y = 3x^6$$

$$y = x^{-4}$$

$$y = (2x + 3)^9$$

$$y = \sqrt{x}$$

$$y = 6\sqrt{x}$$

$$y = \sqrt{3x - 7}$$

$$y = \frac{1}{x}$$

$$y = \frac{1}{2x + 5}$$

Вариант 2

$$y = x^{2,3}$$

$$y = (7 - 2x)^3$$

$$y = 5\sqrt{x}$$

$$y = \sqrt{3x}$$

$$y = \sqrt{2 - \frac{x}{3}}$$

$$y = \frac{1}{2 - x}$$

$$y = \frac{7}{4x + 2}$$

$$y = -\frac{1}{\sqrt{x}}$$

Вариант 3

$$y = x^{-5}$$

$$y = \left(2 - \frac{x}{5}\right)^4$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{5x}}$$

$$y = \frac{3}{\sqrt{2x - 4}}$$

$$y = \frac{1}{(2x - 3)^3}$$

$$y = \frac{-2}{\sqrt{7 - \frac{x}{2}}}$$

