



# Соотношения между сторонами и углами в прямоугольном треугольнике

Урок геометрии в 8 классе.

# История развития геометрии.

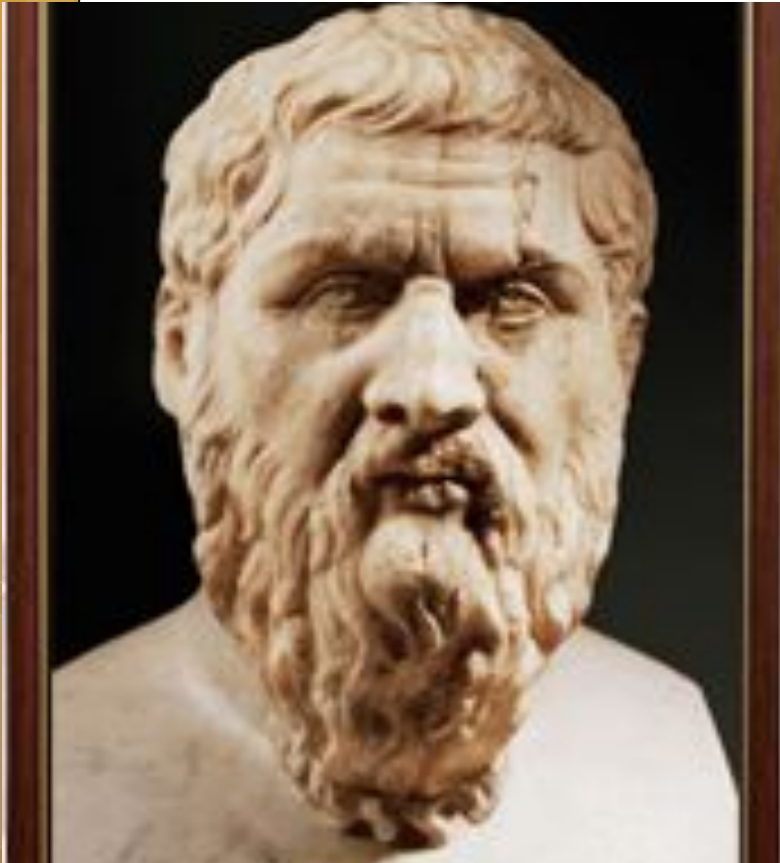
## Решение прямоугольных треугольников



- ❖ *Обобщение темы «Решение прямоугольных треугольников»*
  - ❖ *История развития геометрии. Знакомство учеников с фрагментами истории математики на уроках, играет огромную роль в формировании установок толерантного сознания учащихся, расширяет их кругозор, повышает общую культуру, интерес к изучению предмета, позволяет лучше понять роль математики в развитии человеческого общества.*
- Птолемей

Афинская школа (Станца Рафаэля) Платон, Аристотель, Пифагор, Евклид. Два известнейших Мусейона — Академия, основанная Платоном, и Ликей Аристотеля — являют собой прообразы первых научных центров античности.

# **«Пусть сюда не входит тот, кто не знает геометрии» (Платон)**

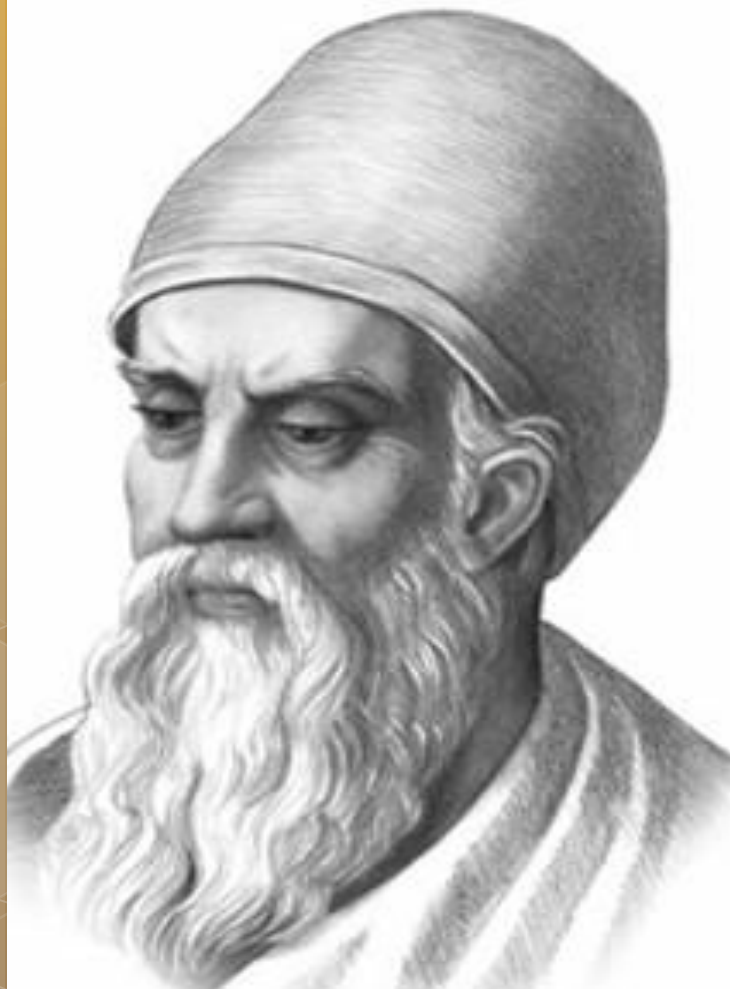


**Платон  
(427-347г. до н.э.)**

*Такая надпись была при входе в первую Академию, основанную Платоном в Древней Греции.*

- ❖ *В этой Академии изучали философию. Но вступительный экзамен сдавали только по геометрии. Именно в это время появился профессиональный ученый - человек, посвящающий свою жизнь изучению науки и получающий за это вознаграждение.*
- ❖ *Первое сочинение, содержащее простейшие геометрические сведения, дошли до нас из Египта. Становление геометрии как науки произошло в Древней Греции ( IV-V в до н.э.) На берегу Средиземного моря в дельте Нила в 331 г до н.э.*
- ❖ *Александр Македонский основал Александрию – столицу греко-египетского государства. Птолемей создал в ней Мусейон ( дом музей), в который приглашал для работы выдающихся ученых из разных стран.*

## **В Александрии в III в до н.э. математика переживала свой золотой век.**

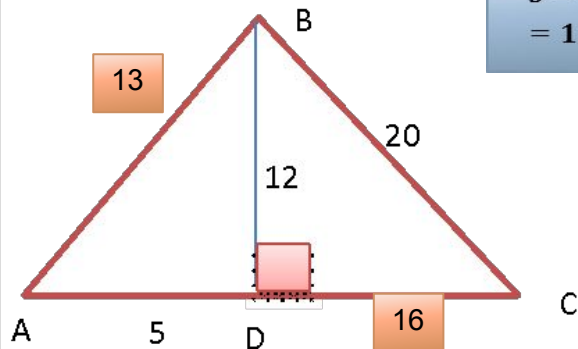


**ЕВКЛИД (ЭВКЛИД)**  
(? – ок. 275–270 гг. до н. э.)

- ❖ *В Мусейоне работали Евклид, Эратосфен, Аполлоний.*
- ❖ *Архимед, живя в Сиракузах, переписывался с учеными.*
- ❖ *Эратосфен заведовал библиотекой, содержащей 700 тыс. рукописей и был воспитателем наследника престола.*
- ❖ *Евклид написал «Начала»- первый учебник по геометрии. С тех пор геометрия (школьный курс) мало чем изменилась. Прошло 2200 лет он опирается на труды Фалеса, Пифагора, Демокрита, Гиппократы, Архимеда, Евдокса.*
- ❖ *Царь Птолемей приказал Евклиду переделать «Начала», так как ему, царю, там было ничего непонятно. Евклид отказался и ответил... Что ответил Евклид, вы узнаете, решив 16 задач, которые умели решать еще в Древней Греции.*

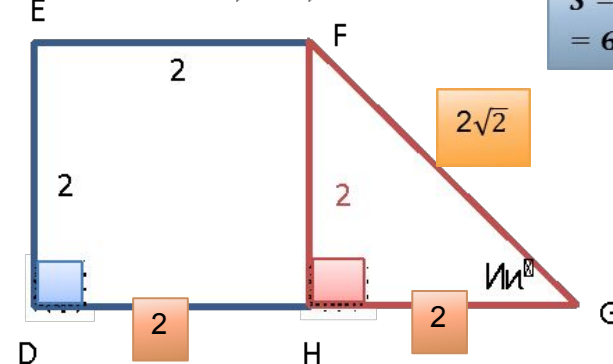
# Реши устно

№1 Найдите AB, DC, S



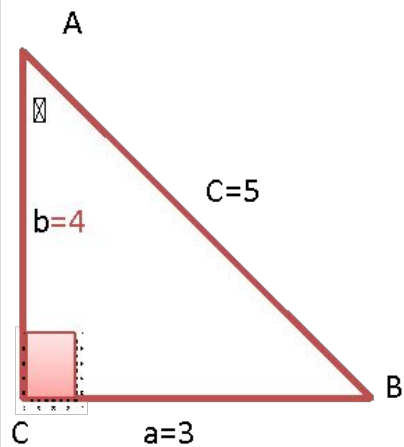
$$S = 21 \times 6 \\ = 126$$

№2 Найдите S, FG, HG



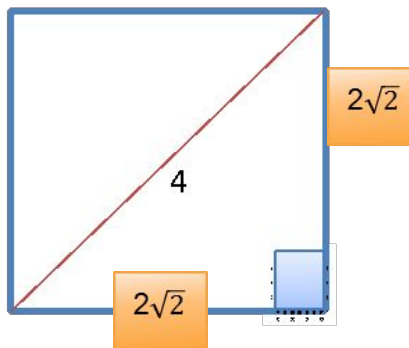
$$S = 4 + 2 \\ = 6$$

№3 Найдите  $\sin \alpha$ ,  $\cos \alpha$ ,  $\operatorname{tg} \alpha$ , S



$$\sin \alpha = 0,6 \\ \cos \alpha = 0,8 \\ \operatorname{tg} \alpha = 0,75 \\ S = 6$$

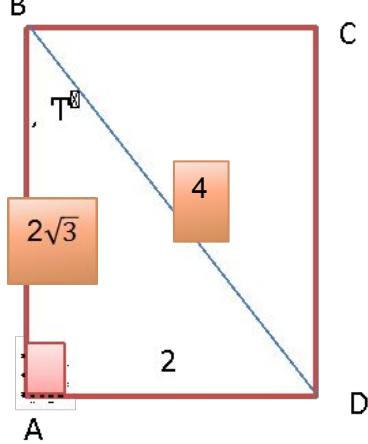
№4 Найдите a, S



$$S = a^2 = 8$$

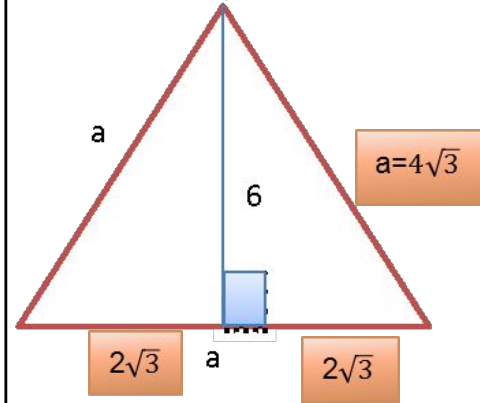
# Реши устно

№5 Найги АВ, BD, S



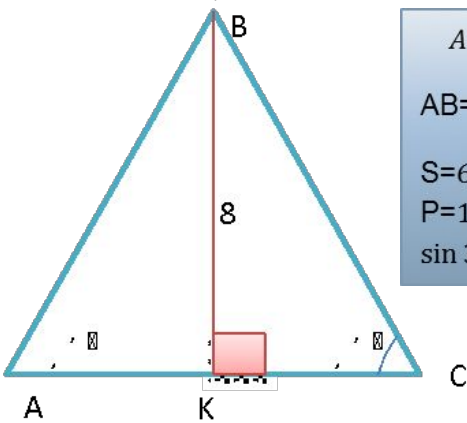
$$S = 4\sqrt{3}$$

№6 Найги a, S



$$S = 12\sqrt{3}$$

№7 Найги S, P



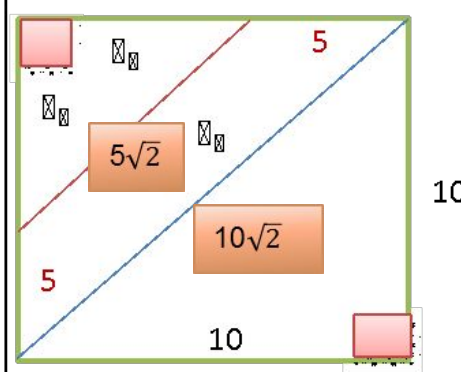
$$AK = 8 / \operatorname{tg} 32^\circ$$

$$AB = 8 / \sin 32^\circ$$

$$S = 64 / \operatorname{tg} 32^\circ,$$

$$P = 16 / \operatorname{tg} 32^\circ + 16 / \sin 32^\circ$$

№8 Найги  $\square$   $\square$   $\square$



$$S_1 = 12,5$$

$$S_2 = 3 \times 12,5$$

$$= 37,5$$

$$P_1 = 10 + 5\sqrt{2}$$



- ❖ **Пифагор родился на острове Самос в IV в до н.э. Организовал там Пифагорейскую школу.**
  - ❖ **Пифагора считают отцом нумерации, описывающей с помощью чисел весь мир, раскрывающей прошлое и будущее, предсказывающей судьбы людей. Они верили, что в числовых закономерностях спрятана тайна мира. Четные- счастливые, нечетные- несчастливые.**
  - ❖ **Открыл формулу совершенных чисел (оно равно сумме его делителей, например- 6; 28 и т.д.) Они открыли четыре числа, остальные неизвестны. 2500 лет этот вопрос остается открытым.**

## **ПИФАГОР**

**(ок. 580 г. до н. э. – ок. 500 г. до н. э.)**

# Теорема Пифагора

$a^2$

$b^2$

$c^2$

$$c^2 = b^2 + a^2$$

*Изучение натуральных чисел привело Пифагора еще к одной «вечной проблеме»*

- *«Решить в натуральных числах уравнение  $z^2 = x^2 + y^2$ » – задача Пифагора, а числа - пифагоровы тройки. (3;4;5), (6;8;10), (5;12;13), (12;16;20), (10;24;26), (20;21;29).*

*Пифагор доказал теорему, которая носит его имя. Сейчас существует более ста доказательств этой теоремы.*

*Представляю доказательство теоремы Пифагора без слов.*



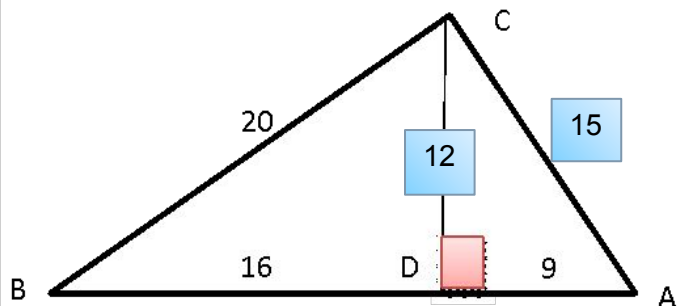
# Решение задач

# Вариант-1

В-1 №1 Найдите CD и AC

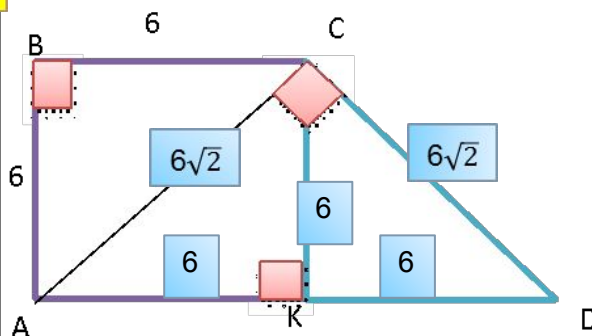
$$CD = \sqrt{20^2 - 16^2} = 12$$

$$AC = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15$$



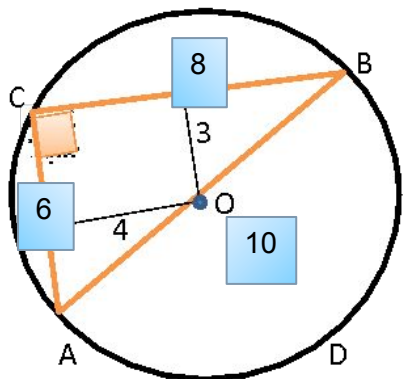
В-1 №2 Найдите P(ABCD)

$$P = 24 + 6\sqrt{2}$$



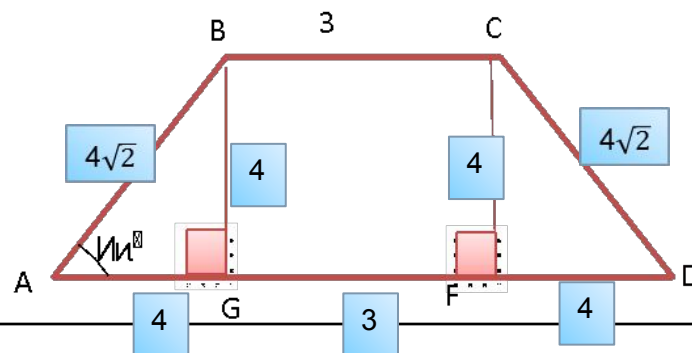
В-1 №3 Найдите P(ABC).

$$P = 6 + 8 + 10 = 24$$



В-1 №4 Найдите AB, AD=11

$$AB = \sqrt{16 + 16} = 4\sqrt{2}$$



# Теорема Пифагора

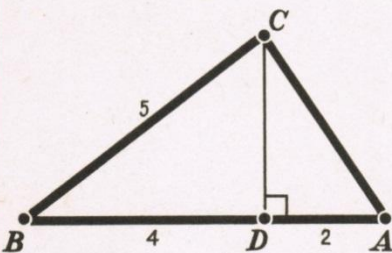
# Теорема Пифагора- решите самостоятельно

## Вариант-2

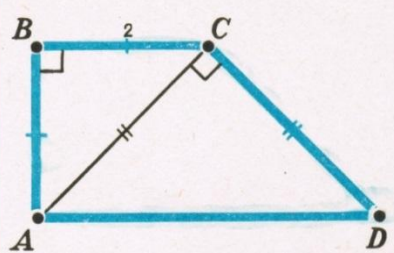
## Вариант-3

**5** Теорема Пифагора **II**

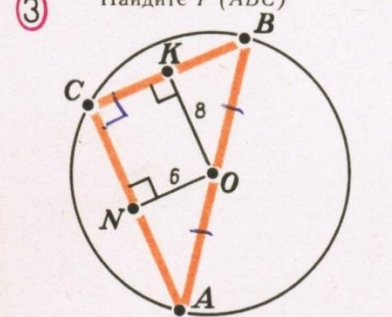
① Найдите  $CD$  и  $CA$



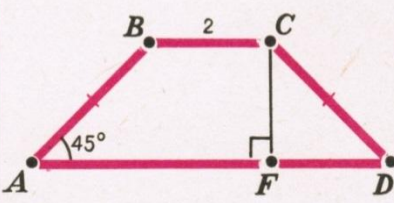
②  $ABCD$  — трапеция. Найдите  $P(ABCD)$



③ Найдите  $P(ABC)$

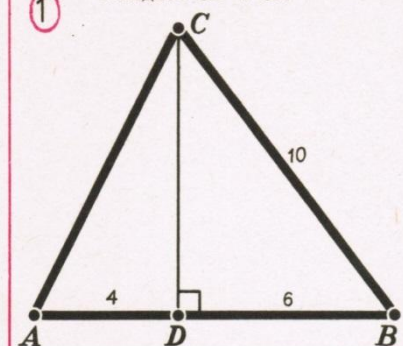


④  $ABCD$  — трапеция,  $AD=11$ . Найдите  $AB$

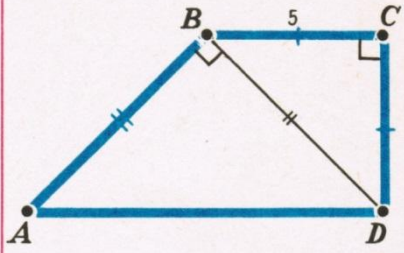


**5** Теорема Пифагора **III**

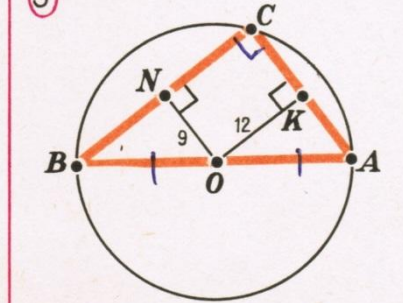
① Найдите  $CD$  и  $CA$



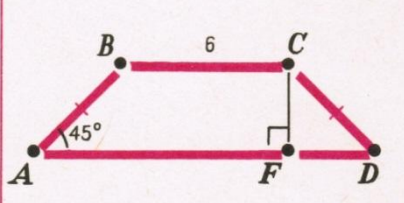
②  $ABCD$  — трапеция. Найдите  $P(ABCD)$



③ Найдите  $P(ABC)$



④  $ABCD$  — трапеция,  $AD=11$ . Найдите  $AB$



- 1)  $3; \sqrt{13}$       3) 48  
 2)  $8+2\sqrt{2}$       4)  $4,5\sqrt{2}$

**ОТВЕТЫ**

- 1)  $8; 4\sqrt{5}$       3) 72  
 2)  $20+5\sqrt{2}$       4)  $2,5\sqrt{2}$

# Тригонометрические функции возникли в Древней Греции в связи с исследованиями в астрономии и географии



**ЭЙЛЕР ЛЕОНАРД**  
(1707 г. – 1783 г.)

- ❖ Тригонометрия- измерение углов (греч.). Синус- полухорда (дуга) ввел индийский математик Ариабхата (476-550), косинус- дополнительный синус, тангенс (касающийся) из учения о солнечных часах для определения длины тени.
- ❖ Тригонометрические таблицы составил Птолемей, индийский астроном ал - Каши.

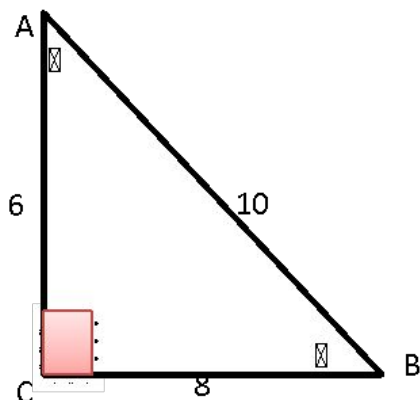
Современную форму тригонометрии придал Леонард Эйлер- швейцарец по происхождению. В 13 лет поступил в Базельский университет. В 1724 году был приглашен в Петербург. 72 тома - полное собрание его сочинений. В 1783 году он умер и похоронен в Петербурге.

Логарифмы и тригонометрию мы изучаем по Эйлеру.

# Решение задач

# Вариант-1

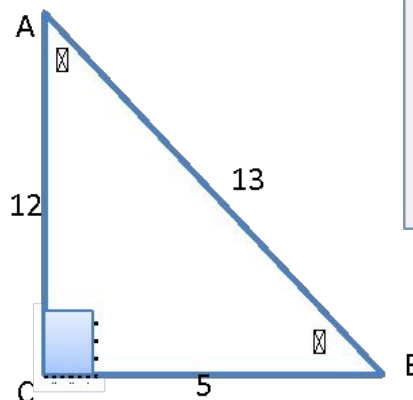
В-1 №1 Найти  $\cos \alpha$  и  $\cos \beta$



$$\cos \beta = 0,8$$

$$\cos \alpha = 0,6$$

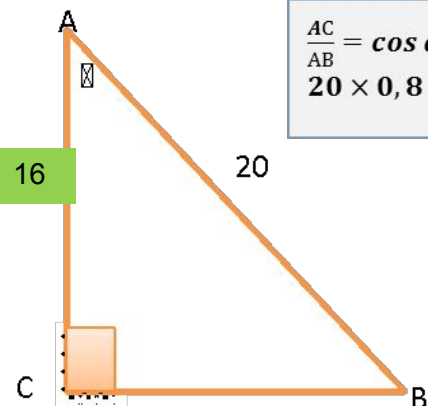
В-1 №2 Найти  $\cos \alpha$  и  $\cos \beta$



$$\cos \alpha = \frac{12}{13}$$

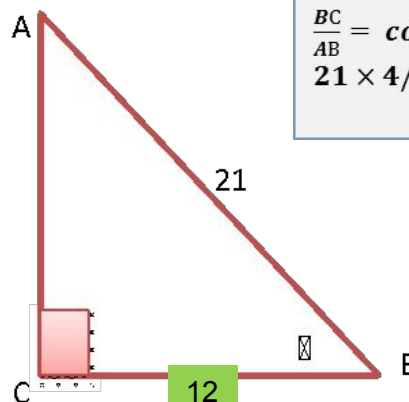
$$\cos \beta = \frac{5}{13}$$

В-1 №3 Найти AC, если  $\cos \alpha = \frac{4}{5}$



$$\frac{AC}{AB} = \cos \alpha, AC = AB \cos \alpha = 20 \times 0,8 = 16$$

В-1 №4 Найти BC,  $\cos \beta = \frac{4}{7}$



$$\frac{BC}{AB} = \cos \beta, BC = AB \cos \beta = 21 \times \frac{4}{7} = 12$$

# Косинус угла

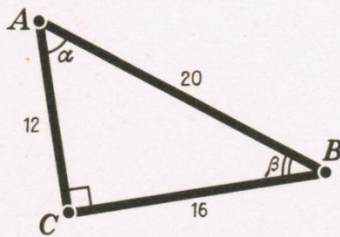
# Косинус угла-решите самостоятельно

## Вариант-2

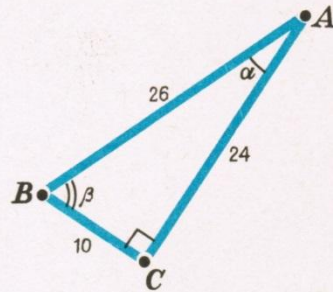
## Вариант-3

4 Косинус угла II

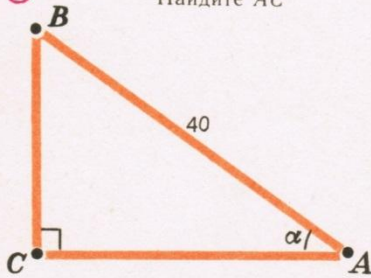
1) Найдите  $\cos \alpha$  и  $\cos \beta$



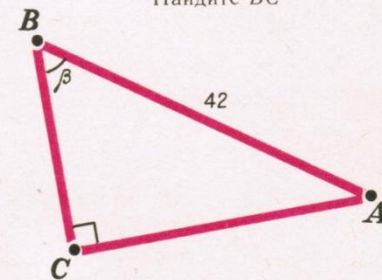
2) Найдите  $\cos \alpha$  и  $\cos \beta$



3)  $\cos \alpha = 0,8$ .  
Найдите AC

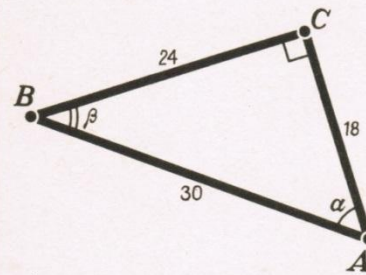


4)  $\cos \beta = \frac{4}{7}$ .  
Найдите BC

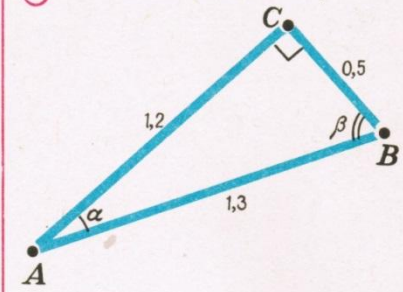


4 Косинус угла III

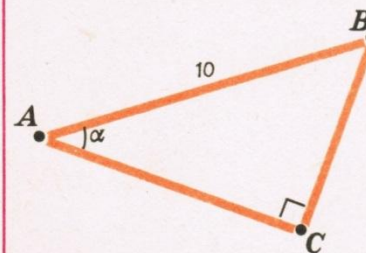
1) Найдите  $\cos \alpha$  и  $\cos \beta$



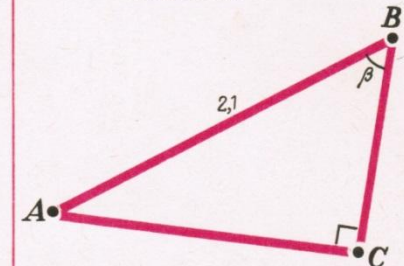
2) Найдите  $\cos \alpha$  и  $\cos \beta$



3)  $\cos \alpha = 0,8$ .  
Найдите AC



4)  $\cos \beta = \frac{4}{7}$ .  
Найдите BC



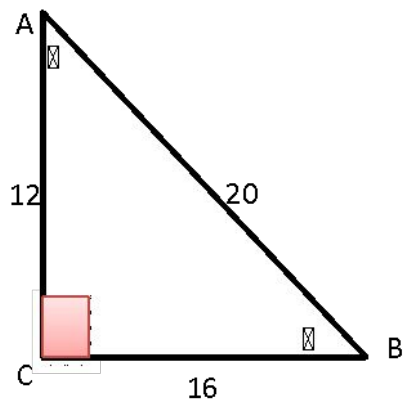
- 1) 0,6; 0,8    3) 32  
2)  $\frac{12}{13}; \frac{5}{13}$     4) 24

**ОТВЕТЫ**

- 1) 0,6; 0,8    3) 8  
2)  $\frac{12}{13}; \frac{5}{13}$     4) 1,2

# Синус и тангенс угла

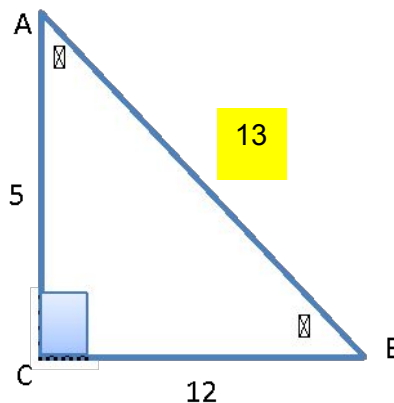
В-1 №1 Найти  $\sin \alpha$  и  $\sin \beta$



$$\sin \alpha = 0,8$$

$$\sin \beta = 0,6$$

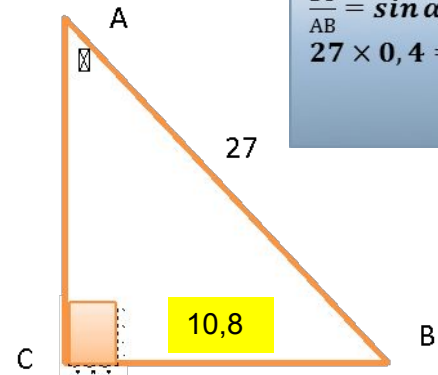
В-1 №2 Найти  $\tan \alpha$  и  $\tan \beta$



$$\tan \alpha = \frac{12}{5}$$

$$\tan \beta = \frac{5}{12}$$

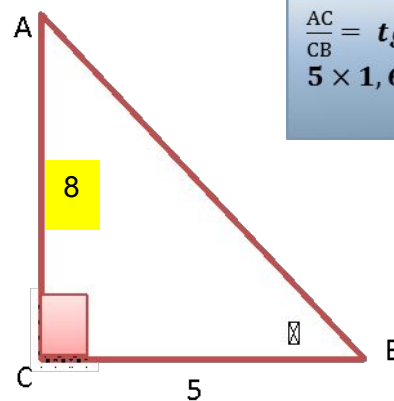
В-1 №3 Найти BC, если  $\sin \alpha = 0,4$



$$\frac{BC}{AB} = \sin \alpha, BC = AB \sin \alpha =$$

$$27 \times 0,4 = 10,8$$

В-1 №4 Найти AC, если  $\tan \beta = 1,6$



$$\frac{AC}{CB} = \tan \beta, AC = CB \tan \beta =$$

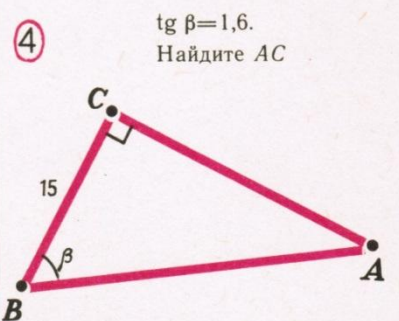
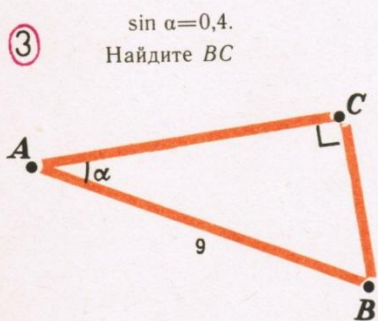
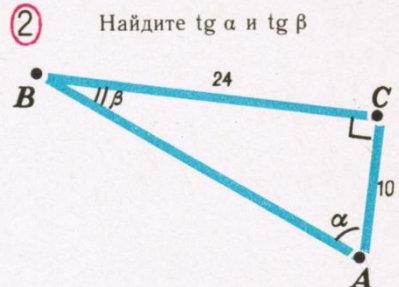
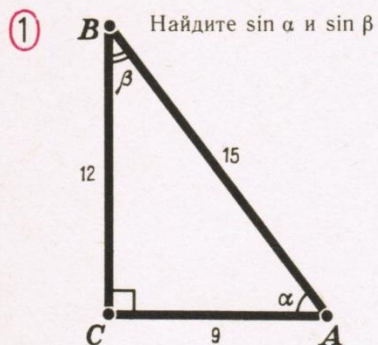
$$5 \times 1,6 = 8$$

# Синус и тангенс угла-самостоятельно

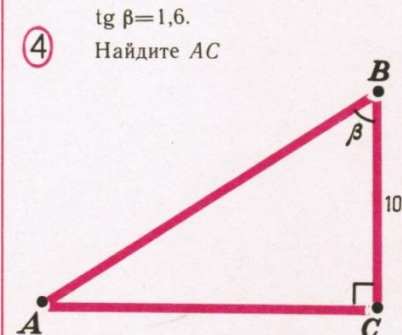
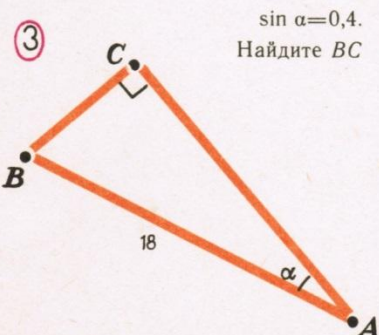
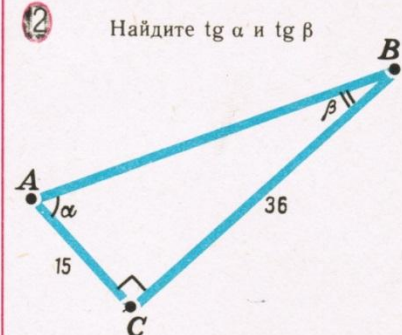
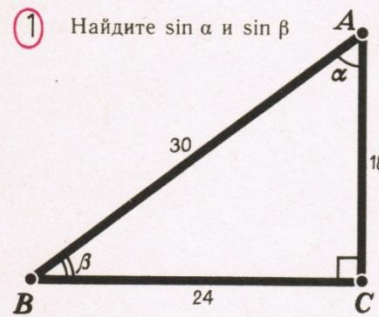
## Вариант-2

## Вариант-3

**6** Синус и тангенс угла **II**



**6** Синус и тангенс угла **III**



- 1) 0,8; 0,6    3) 3,6  
2) 2,4;  $\frac{5}{12}$     4) 24

**ОТВЕТЫ**

- 1) 0,8; 0,6    3) 7,2  
2) 2,4;  $\frac{5}{12}$     4) 16

# Решение прямоугольных треугольников



**ДЕКАРТ РЕНЕ**  
(1596 г. – 1650 г.)

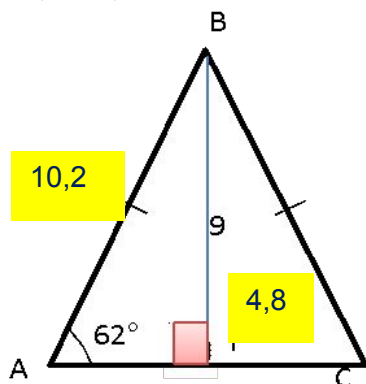
*С помощью тригонометрии можно определить*

- ❖ *расстояние до недоступной точки (до звезд)*
- ❖ *упростить процесс геодезической съемки местности для составления географических карт.*
- ❖ *И наконец мы подошли к решению прямоугольных треугольников, когда имея два элемента, один из которых сторона, можно найти остальные элементы треугольника.*



# Соотношения между сторонами и углами в прямоугольном треугольнике

В-1 №1 Найти  $P(ABC)$ ,  $S(ABC)$



$$\frac{9}{AB} = \sin 62^\circ$$

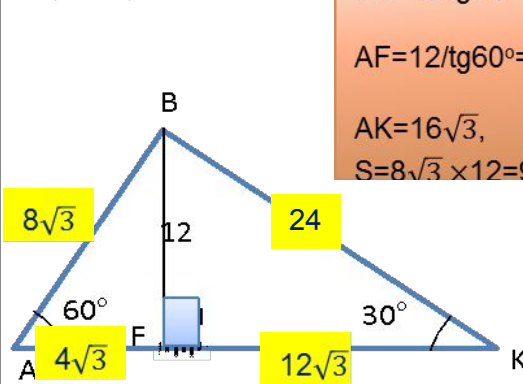
$$AB = 9 / \sin 62^\circ \approx 9 / 0,8829 \approx 10,2$$

$$AF = 9 / \operatorname{tg} 62^\circ \approx 9 / 1,881 \approx 4,8$$

$$P \approx (10,2 + 4,8) \cdot 2 \approx 30$$

$$S \approx 9 \times 4,8 \approx 42,2$$

В-1 №2 Найти АК,  $S(ABC)$



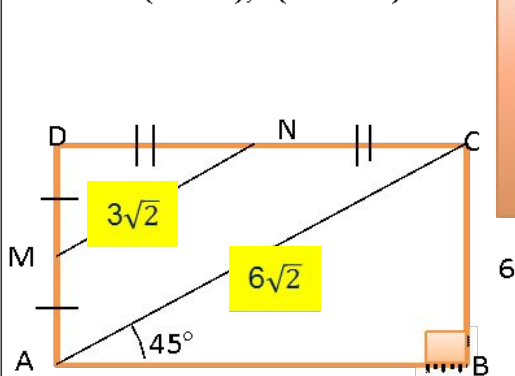
$$FK = 12 / \operatorname{tg} 30^\circ = 12\sqrt{3}$$

$$AF = 12 / \operatorname{tg} 60^\circ = 12 / \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

$$AK = 16\sqrt{3}$$

$$S = 8\sqrt{3} \times 12 = 96\sqrt{3}$$

В-1 №3 ABCD-прямоугольник. Найти  $P(MND)$ ,  $S(AMNC)$



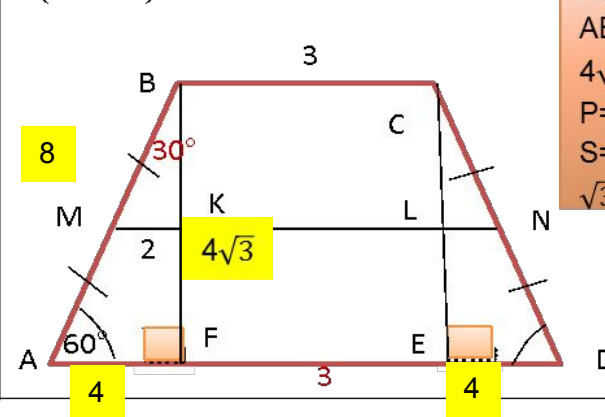
$$AC = 6\sqrt{2},$$

$$MN = 3\sqrt{2},$$

$$P = 6 + 3\sqrt{2},$$

$$S = 3(9/2) = 13,5$$

В-1 №4  $MK=2$ . Найти  $P(ABCD)$ ,  $S(ABCD)$



$$AF = 4,$$

$$AB = 8, h = 4\sqrt{3},$$

$$P = 30,$$

$$S = 7 \times 4\sqrt{3} = 28\sqrt{3}$$

# Соотношения между сторонами и углами в прямоугольном треугольнике-сам-но

## Вариант-2

## Вариант-3

**7** Соотношения между сторонами и углами в прямоугольном треугольнике **II**

① Найдите  $P(ABC)$

② Найдите  $AK$

③  $ABCD$  — прямоугольник. Найдите  $P(MDN)$

④  $ABCD$  — трапеция:  $AB=CD$ ,  $MK=2$ . Найдите  $P(ABCD)$

**7** Соотношения между сторонами и углами в прямоугольном треугольнике **III**

① Найдите  $P(ABC)$

② Найдите  $AK$

③  $ABCD$  — прямоугольник. Найдите  $P(MDN)$

④  $ABCD$  — трапеция:  $AB=CD$ ,  $MK=2$ . Найдите  $P(ABCD)$

1) 22,4  
2)  $\frac{40}{\sqrt{3}}$

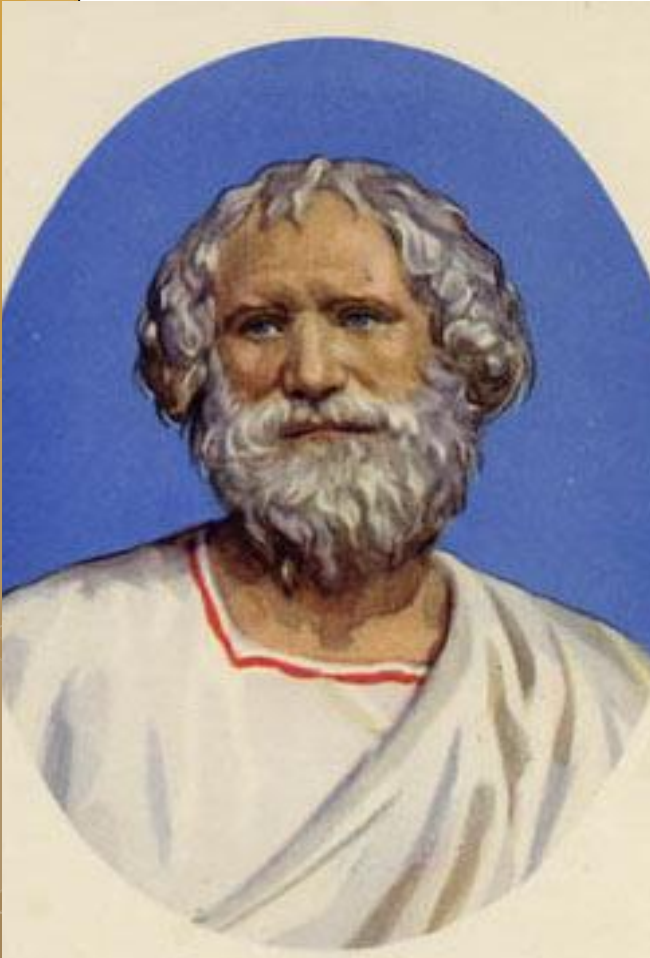
3)  $12+6\sqrt{2}$   
4) 38

**ОТВЕТЫ**

1) 25  
2)  $\frac{68}{\sqrt{3}}$

3)  $5+2,5\sqrt{3}$   
4) 32

# В науке нет царской дороги! (Евклид)



**АРХИМЕД**

(ок. 287 г. до н. э. – ок. 212 г.  
до н. э.)

*Трагическая участь постигла Мусейон и Александрийскую библиотеку.*

*В конце IV в Рим овладел всем Средиземноморьем. В Древнем Риме любой невежественный, но храбрый воин стоял выше, чем самый талантливый ученый. Они убили Архимеда. Пифагор тоже был убит во время восстания. Была сожжена Александрийская библиотека, разорен Мусейон. Убили первую женщину математика Гипатию, растерзали на улицах Александрии. После смерти Гипатии в течение более тысячи лет мы не встречали женщин математиков.*

# Сейчас геометрия решает современные задачи естествознания, физики, техники, географии



**ЛОБАЧЕВСКИЙ**  
**НИКОЛАЙ ИВАНОВИЧ**  
**(1792 г. – 1856 г.)**

- После Евклида геометрия развивалась.*
- ❖ XVII в- Рене Декарт французский математик ввел метод координат. Решение геометрических задач алгебраическими методами (аналитическая геометрия).
  - ❖ XVIII в- дифференциальная геометрия (методы математического анализа).
  - ❖ XIX в- начертательная геометрия, развитие военного дела и архитектуры (Г. Монж- французский математик). Проективная геометрия (Б. Паскаль, Ж. Понселе).
  - ❖ XIX в- геометрия Лобачевского (используется в естествознании). Современной наукой доказано, что евклидова геометрия лишь приближенно описывает окружающее нас пространство, а в космических масштабах она имеет заметное отличие от геометрии реального пространства.
  - ❖ Б. Риман- немецкий математик (геометрия Римана) обобщил геометрию Евклида и Лобачевского.

**На протяжении всей истории античных времен до наших дней прослеживаются пути проникновения математики во все сферы общества**

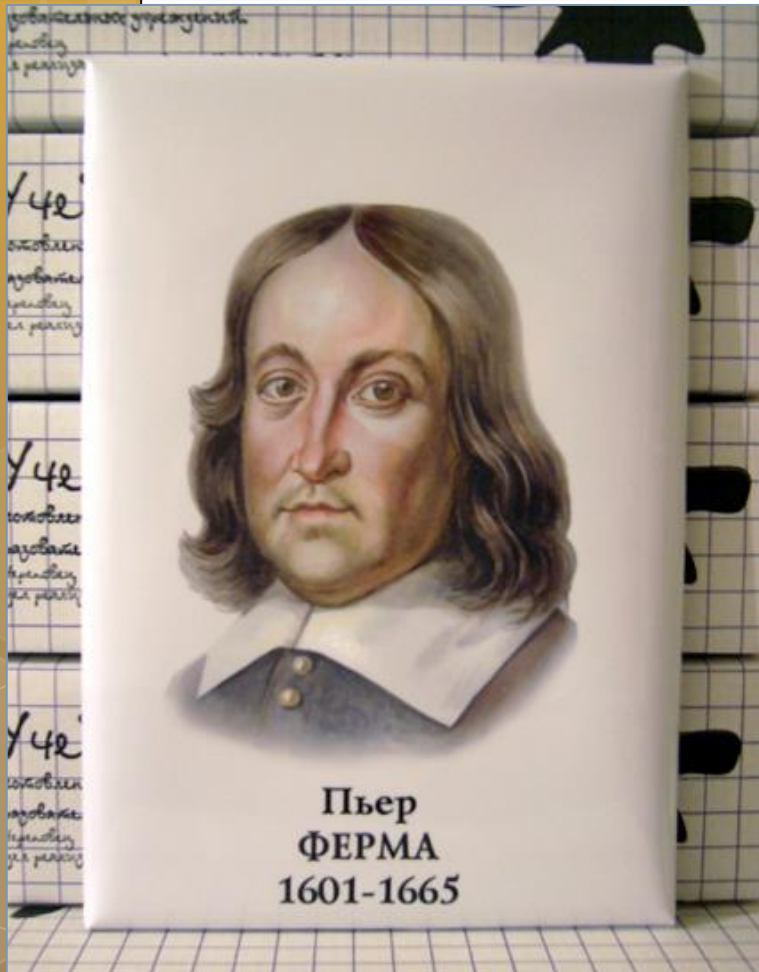


**Колмогоров Андрей  
Николаевич  
(1903г-1987г)**

- ❖ Академик М.В. Остроградский- статистические методы.
- ❖ Софья Ковалевская –первая в мире женщина-профессор математики.
- ❖ П.С. Александров- лауреат Государственной премии (1943г).
- ❖ Л.С. Понтрягин- советский ученый (в 14лет потерял зрение).
- ❖ М.В. Келдыш- освоение космоса.
- ❖ П.Л. Чебышев- входит в число первых ученых Европы, основатель русской школы теории вероятностей
- ❖ Л. Магницкий-первый учебник математики во времена Петра I, таблицы тригонометрии, логарифмов.
- ❖ А.Н. Колмогоров- теория функций, профессор МГУ, создатель физико-математической школы в России, лауреат Ленинской и Государственной премии.
- ❖ Н. Лузин- окончил Московский университет, член многих Академий наук (теория функций, теория рядов).
- ❖ С.А. Лебедев- ЭВМ (1951г.)

# Теорема Ферма

В науке много непознанного.



Пьер Ферма

$$z^n = x^n + y^n$$

Так начатое Пифагором исследование «безобидного» уравнения  $z^2 = x^2 + y^2$  привело к сложнейшей проблеме современной теории чисел - исследования в целых числах уравнения  $z^n = x^n + y^n$ . Разрешимо ли это уравнения остается по сей день загадкой. На полях страницы «Арифметика» Диофанта, которой пользовался Ферма, имеется собственноручная заметка. Я нашел поистине удивительное доказательство этого предложения, но поля книги слишком узки, чтобы его изложить.

$z^n = x^n + y^n$  не имеет целых решений для  $n > 2$  – «Великая или большая теорема Ферма». Эйлер для  $n = 3$   $n = 4$

Лежандр и Дирихле  $n = 5$

Г. Ламе (1837)- французский математик  $n = 7$

В 1907 году в Германии была объявлена премия в 100000 немецких марок. ЭВМ  $n < 10000$ .

Обладал ли Ферма правильным доказательством теоремы?

# Великая книга природы написана языком математики (Галилео Галилей)



**КОВАЛЕВСКАЯ СОФЬЯ  
ВАСИЛЬЕВНА  
(1850 г. – 1891 г.)**

**Заключение.**

*Математика – это оружие с помощью которого человек познает и покоряет себе окружающий мир.*

*Когда-то была объявлена большая премия за книгу «Как человек без математики жил?» Премия так и осталась не выданной.*

*Чтобы сделать в математике открытие, надо ее любить так, как любил ее каждый из упомянутых математиков.*

*Сделайте хоть малую часть того, что сделал каждый из них и мир навсегда останется благодарным вам.*

*Я хотела вызвать интерес к науке, уважение к мировой культуре, интерес к изучению предмета, понимание роли математики в развитии человечества.*

# Домашнее задание

Вариант-4

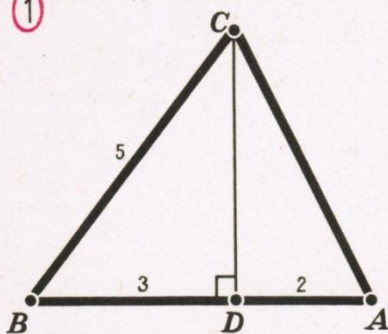
5

Теорема Пифагора

IV

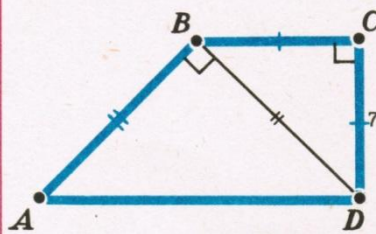
1

Найдите  $CD$  и  $CA$



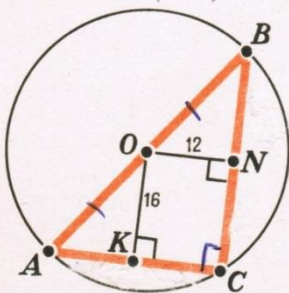
2

$ABCD$  — трапеция.  
Найдите  $P$  ( $ABCD$ )



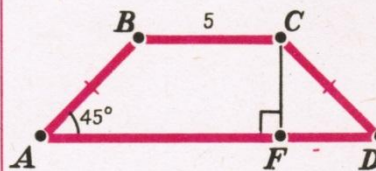
3

Найдите  $P$  ( $ABC$ )



4

$ABCD$  — трапеция,  $AD = 11$ .  
Найдите  $AB$



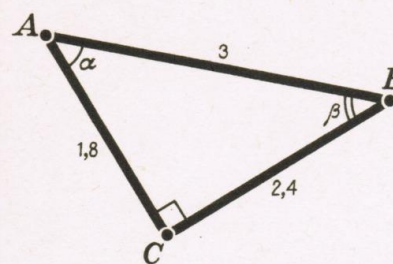
4

Косинус угла

IV

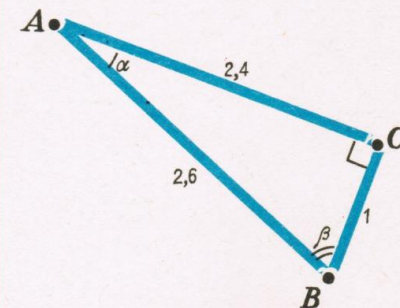
1

Найдите  $\cos \alpha$  и  $\cos \beta$



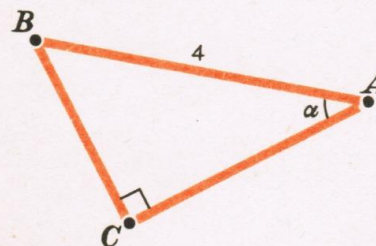
2

Найдите  $\cos \alpha$  и  $\cos \beta$



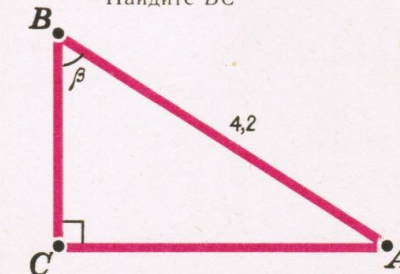
3

$\cos \alpha = 0.8$ .  
Найдите  $AC$



4

$\cos \beta = \frac{4}{7}$ .  
Найдите  $BC$



Теорема Пифагора

Косинус угла



# Домашнее задание

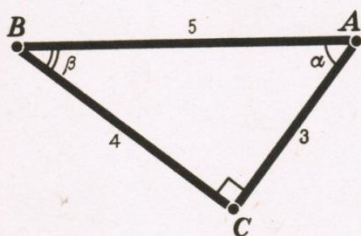
Вариант-4

6

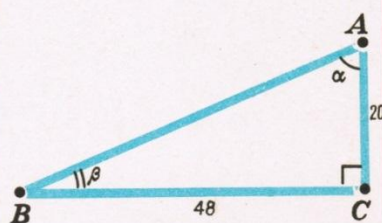
Синус и тангенс угла

IV

1 Найдите  $\sin \alpha$  и  $\sin \beta$

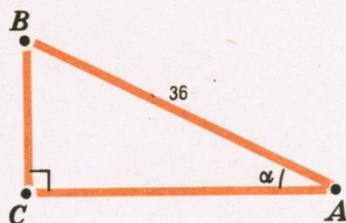


2 Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$  и  $\operatorname{tg} \beta$



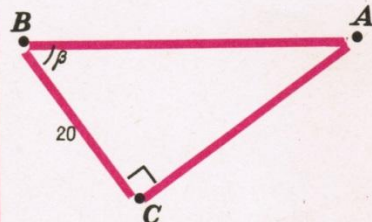
3

$\sin \alpha = 0,4$ .  
Найдите BC



4

$\operatorname{tg} \beta = 1,6$ .  
Найдите AC

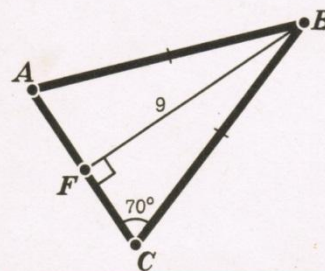


7

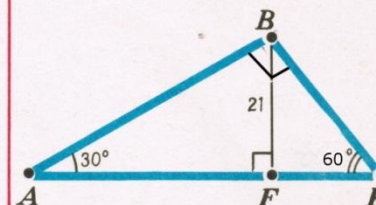
Соотношения между сторонами и углами  
в прямоугольном треугольнике

IV

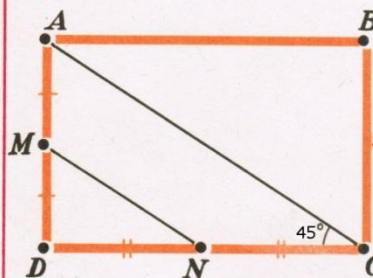
1 Найдите  $P(ABC)$



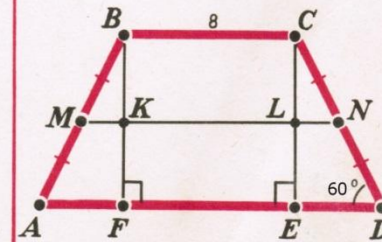
2 Найдите AK



3 ABCD — прямоугольник.  
Найдите  $P(MDN)$



4 ABCD — трапеция:  $AB = CD$ ,  
 $MK = 2$ .  
Найдите  $P(ABCD)$



Синус и  
тангенс угла

Соотношения между  
сторонами и углами