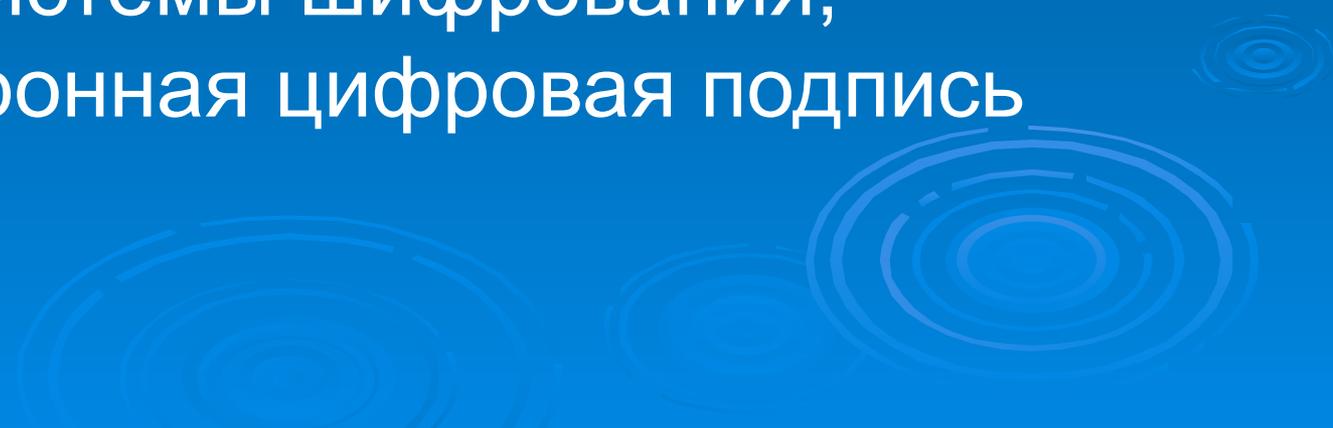


Криптографические средства защиты объектов информатизации

Часть 2: Ассиметричные
системы шифрования,
электронная цифровая подпись



Требования к асимметричным системам (У. Диффи, М. Хеллман)

- Вычисление пары ключей (открытого и закрытого) должно быть простым
- Отправитель, зная открытый ключ K_o легко вычисляет криптограмму $C = E_{K_o}(M)$
- Получатель, используя закрытый ключ K_c и криптограмму C легко восстанавливает исходное сообщение $M = D_{K_c}(C)$
- Противник, зная открытый ключ при попытке вычислить секретный наталкивается на непреодолимую проблему
- Противник, зная открытый ключ и криптограмму, при попытке восстановить исходное сообщение наталкивается на непреодолимую вычислительную проблему

Схема функционирования асимметричной криптосистемы Шифрование с открытым КЛЮЧОМ



Однонаправленные функции

- **Опр:** Однонаправленной называется функция $F: X \rightarrow Y$, обладающая свойствами
- 1) существует полиномиальный алгоритм вычисления $F(x)$
- 2) не существует полиномиального алгоритма инвертирования F (т.е. решения уравнения $F(x)=y$ относительно x)

Примеры однонаправленных (односторонних функций)

- Разложение большого числа на простые множители $N=P*Q$,
где P и Q – простые.
- Задача дискретного логарифмирования

$$y = \text{ind}_g a$$

Асимметричные системы шифрования

- RSA (Ronald Linn Rivest, Adi Shamir, Leonard Adleman)
- El-Gamal(Шифросистема Эль-Гамаля)
- **DSA** (Digital Signature Algorithm)
- **Diffie-Hellman** (Обмен ключами Диффи — Хелмана)
- **ECC** (Elliptic Curve Cryptography, Системы шифрования основанные на эллиптических кривых)
- **ГОСТ Р 34.10-2001**
- **Rabin**
- **Luc**
- **McEliece**
- **Williams System** (Криптосистема Уильямса)

Криптосистема RSA (Rivest, Shamir, Adleman)

- Открытый текст шифруется блоками, длиной $2^k : 2^k < n < 2^{k+1}$.
- Процедура шифрования состоит из 2-х этапов: определение ключей и шифрование/расшифрование

Алгоритм RSA. Определение ключей

Отправитель	Получатель
	<ol style="list-style-type: none">1. Формирует 2 простых числа P и Q.2. Вычисляет $N=P*Q$3. Вычисляет функцию Эйлера $\varphi(N)=(P-1)(Q-1)$4. Выбирает случайное K_0: $1 < K_0 < \varphi(N), (K_0, \varphi(N))=1$
	K_0, N – открытые ключи
□ K_0, N	
	<ol style="list-style-type: none">5. K_c находят как решение линейного сравнения $K_0 * K_c = 1 \pmod{\varphi(N)}$

Алгоритм RSA.

Шифрование/Расшифрование

Отправитель	Получатель
M- сообщение: $1 < M < N$ $C = M^{K_o} \bmod N$	
шифротекст C □	
	$M = C^{K_c} \bmod N$

Пример (Получатель)

- 1. $P=5$ $Q=11$
- $N=5*11=55$
- $\varphi(N)=(P-1)(Q-1)=4*10=40$
- K_o : $1 < K_o < \varphi(N)$, $(K_o, \varphi(N))=1$. $K_o=7$
- Открытые ключи $N=55$, $K_o=7$ □ отправителю
- Секретный ключ: $K_o * K_c = 1 \pmod{\varphi(N)}$
- $7K_c = 1 \pmod{40}$
- $\varphi(40) = \varphi(2^3 * 5) = (2^3 - 2^2)(5^1 - 5^0) = 4 * 4 = 16$
- $K_c = 7^{16-1} * 1 \pmod{40} = 7^{15} \pmod{40} =$
- $49 * 49 * 49 * 49 * 49 * 49 * 49 * 7 \pmod{40} =$
- $9 * 9 * 9 * 9 * 9 * 9 * 9 * 7 \pmod{40} = 1 * 1 * 1 * 63 \pmod{40} = 23$

$K_c=23$

Пример (Шифрование)

- Отправитель $M=6$
- $C=M^{K_0} \bmod N$
- $C=6^7 \bmod 55 = 6^3 6^3 6 \bmod 55 =$
 $216 * 216 * 6 \bmod 55 = 51 * 51 * 6 \bmod 55 =$
 $51 * 306 \bmod 55 = 51 * 31 \bmod 55 = 41$

Пример (Расшифрование)

Получатель $C=41$

$$M=C^{K_c} \bmod N = 41^{23}$$

$$\bmod 55 = 41^{2*41^{21}}$$

$$\bmod 55 =$$

$$31*41^{21} \bmod 55 =$$

$$31^{11}*41 \bmod 55 =$$

$$26^5*31*41 \bmod 55 =$$

$$16^2*26*6 \bmod 55 =$$

$$36*46 \bmod 55 = 6$$

Технологии, построенные на криптографии с открытым ключом

- Распределенная проверка подлинности (аутентификация)
- Коды аутентификации сообщений (Message authentication codes или MAC)
- Согласование общего секретного ключа сессии
- Шифрование больших объемов данных без предварительного обмена общим секретным ключом
- Электронная цифровая подпись¹³

Протоколы идентификации и аутентификации

- При обмене информацией необходимо выполнять требования защиты:
- Получатель должен быть уверен в подлинности:
 - источника данных;
 - данных;
- Отправитель должен быть уверен:
 - доставке данных получателю;
 - подлинности доставленных данных.



Идентификация и аутентификация

- Идентификация – функция системы, которая выполняется когда объект пытается войти в систему
- А – доказывающий – проходит идентификацию
- В – проверяющий – проверяет личность доказывающего

Идентификация на основе пароля (схема 1)

- ID_i – идентифицирующая информация i -го пользователя (напр. ЛОГИН)
- K_i – аутентифицирующая информация i -го пользователя (напр. ПАРОЛЬ)
- F – однонаправленная функция

Номер пользователя	Информация для идентификации	Информация для аутентификации
1	ID_1	$E_1 = F(ID_1, K_1)$
2	ID_2	$E_2 = F(ID_2, K_2)$
3	ID_3	$E_3 = F(ID_3, K_3)$
...

Идентификация на основе пароля (схема 2)

- ID_i – идентифицирующая информация i -го пользователя (ЛОГИН)
- K_i – аутентифицирующая информация i -го пользователя
- F – однонаправленная функция
- S_i – случайная последовательность – «соль»

Номер пользователя	Информация для идентификации	Информация для аутентификации
1	ID_1, S_1	$E_1 = F(K_1, S_1)$
2	ID_2, S_2	$E_2 = F(K_2, S_2)$
3	ID_3, S_3	$E_3 = F(K_3, S_3)$
...

Правила составления паролей

- Ограничение на минимальную длину (не менее 8 символов)
- Наличие различных групп символов (верхний и нижний регистры, цифры, специальные символы)
- Не должен быть словом

Недостатки протоколов с паролем:

А передает секретную информацию
(пароль) В

Протокол идентификации с нулевой передачей знаний



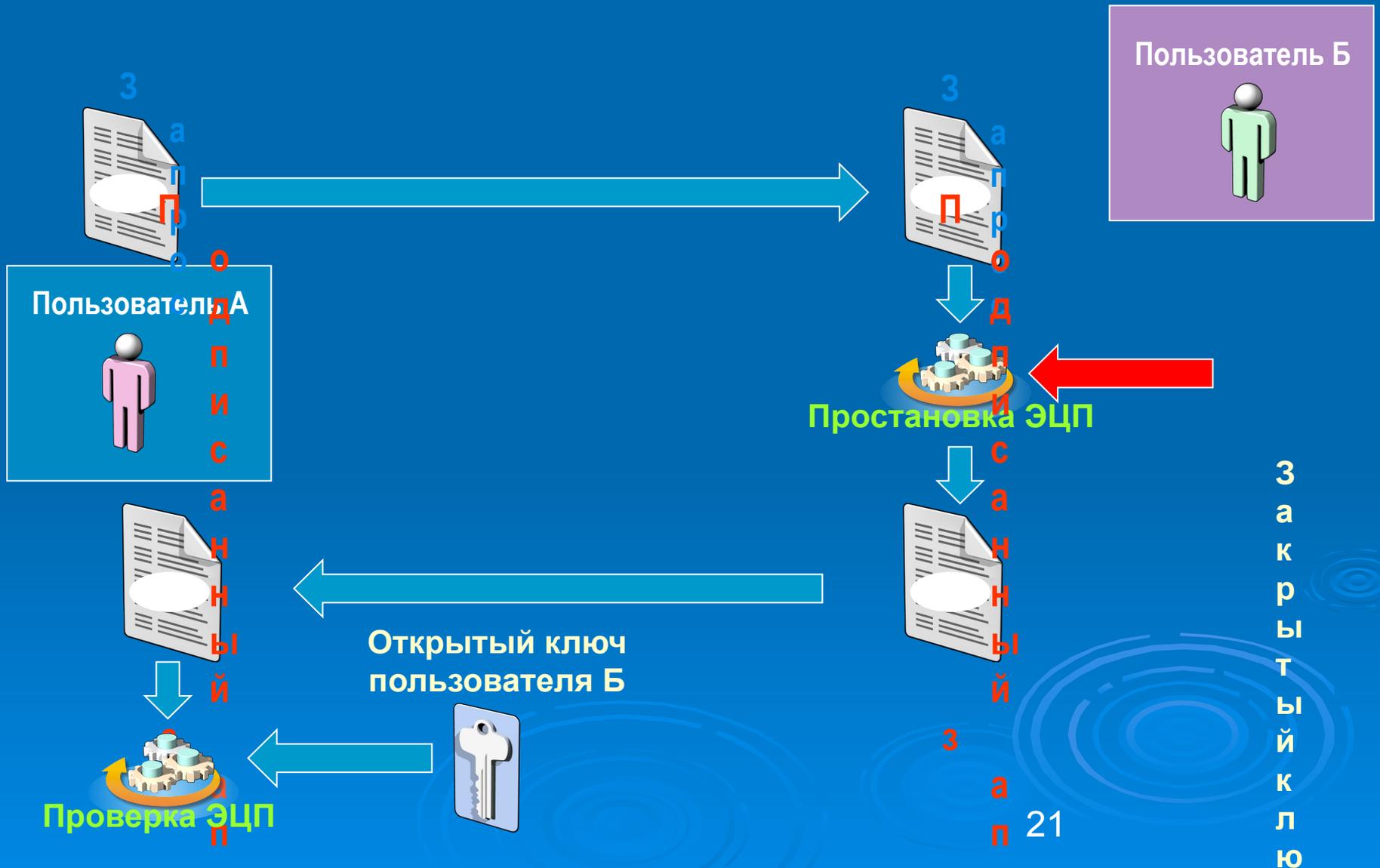
Область применения:

- электронные деньги
- системы электронного голосования
- электронные системы оплаты

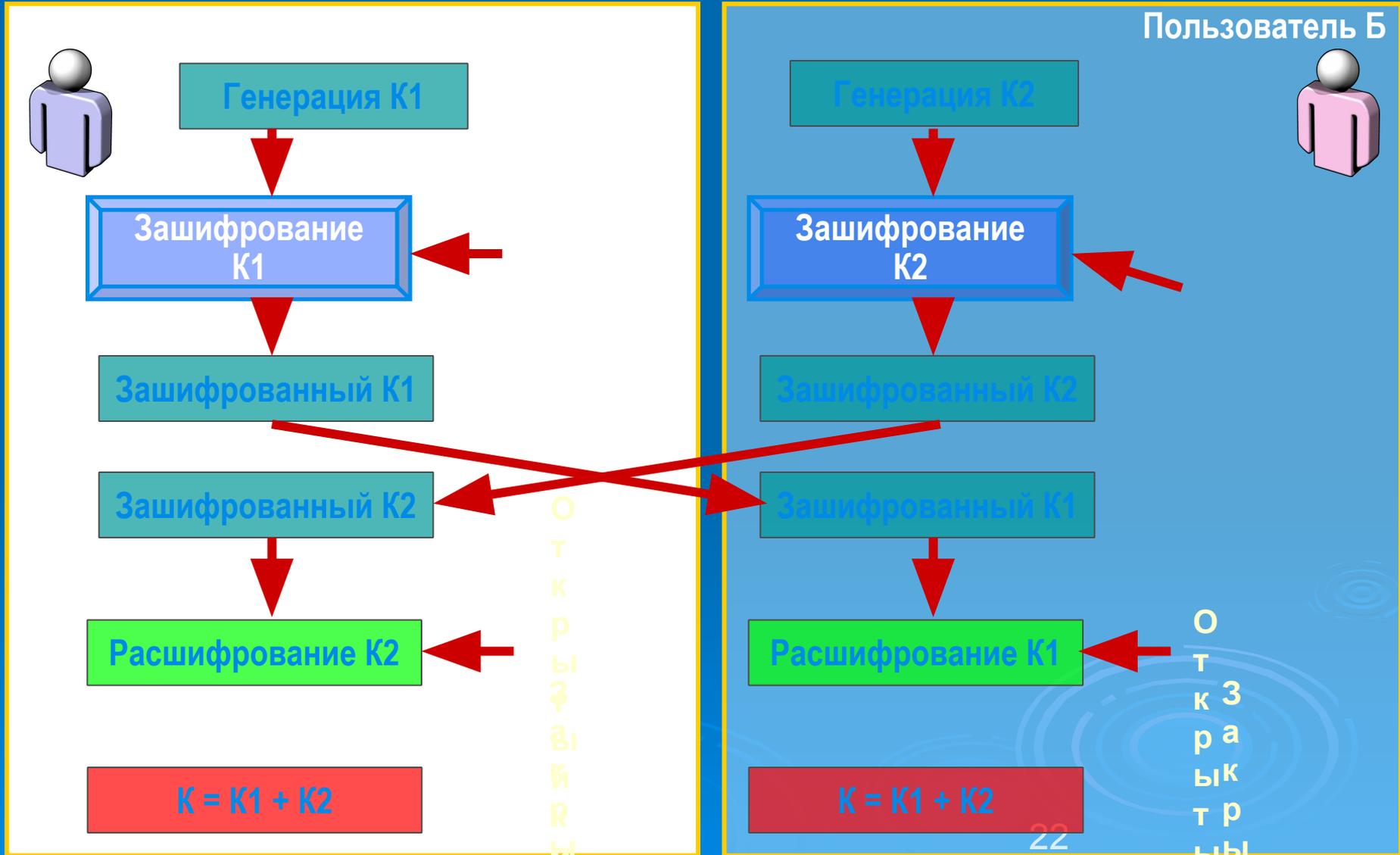
Протокол Фиата-Шимира

SMART - карта	Устройство чтения
Знает s , $ID=s^2$, $N=P*Q$	Знает n , ID
	$ID \square$
Генерирует случайное число r	
Вычисляет $t = r^2 \bmod N$	
	$t \square$
	Выбирает случайное $e = 0$, или $e=1$
	$\square e$
Вычисляет $u=(r*s^e) \bmod n$	
	$u \square$
	Проверяет $u^2 = (t*ID^e) \bmod N$

Аутентификация (доказательство владения закрытым ключом)



Согласование общего секретного ключа сессии



Протокол передачи ключей. Прямой обмен ключами Диффи-Хеллмана

А	В
$P, g < P$ - открытые ключи	
Генерирует случайное число a	Генерирует случайное число b
Вычисляет $S1 = g^a \text{ mod } P$	Вычисляет $S2 = g^b \text{ mod } P$
$S1 \square$ $\square S2$	
Вычисляет $K = S2^a \text{ mod } P$ $= g^{ab} \text{ mod } P$	Вычисляет $K = S1^b \text{ mod } P$ $= g^{ab} \text{ mod } P$

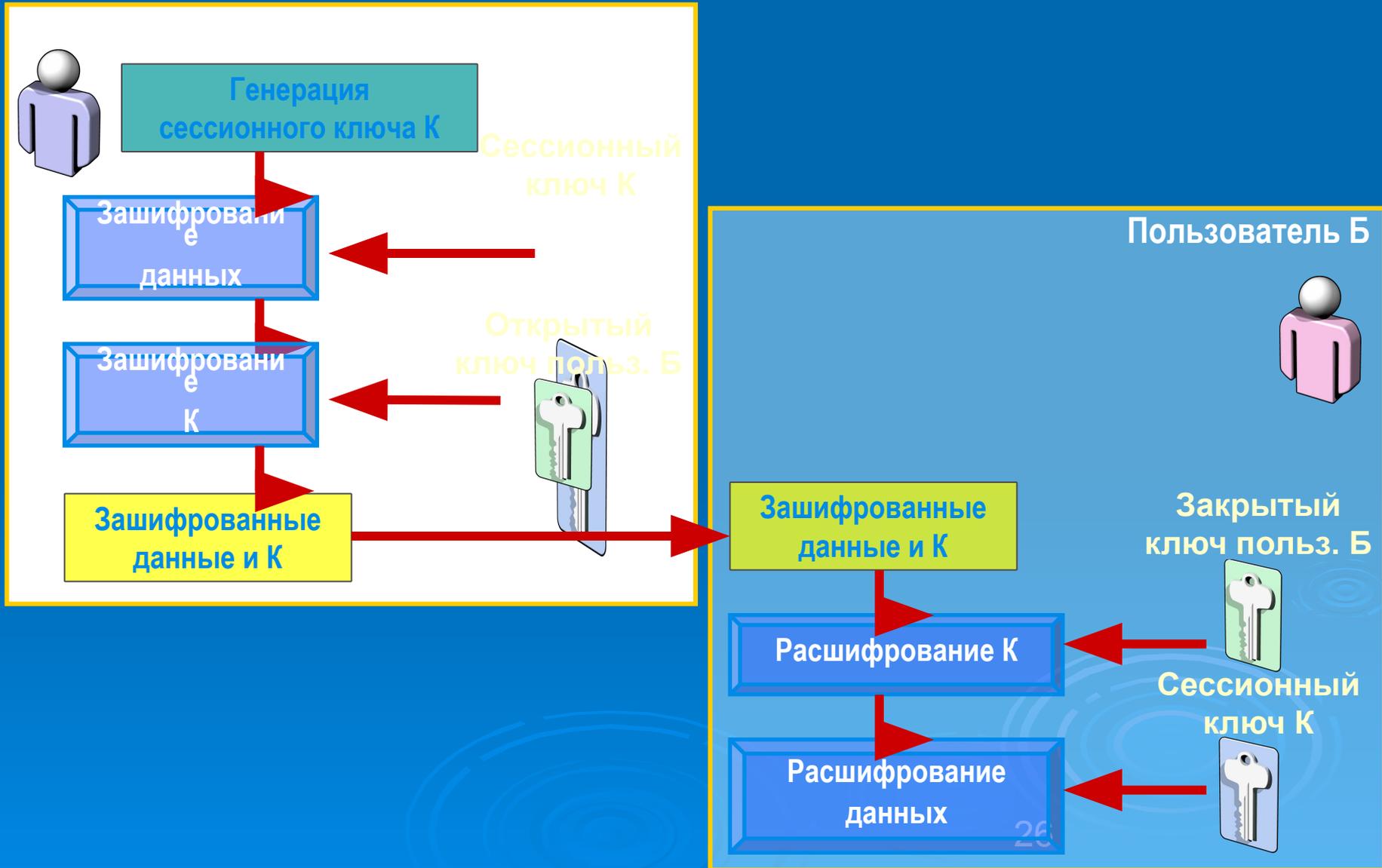
Пример

А	В
$P=17 \quad g=5$	
Генерирует случайное число $a = 3$	Генерирует случайное число $b = 7$
Вычисляет $S1=5^3 \bmod 17=6$	Вычисляет $S2=5^7 \bmod 17=10$
$S1=6 \quad \square$ $\square \quad S2=10$	
Вычисляет $K=10^3 \bmod 17 = 14$	Вычисляет $K=6^7 \bmod 17 = 14$

Атака третьей стороны

А	?	В
P, g		
Генерирует случайное число a	Генерирует: a1 (для b) b1 (для a)	Генерирует случайное число b
Вычисляет $S1 = g^a \text{ mod } P$	$C1 = g^{a1} \text{ mod } P$ $C2 = g^{b1} \text{ mod } P$	Вычисляет $S2 = g^b \text{ mod } P$
$S1 \square$	$C1 \square$ $\square C2$	$\square S2$
Вычисляет $K1 = C2^a \text{ mod } P = g^{a \cdot b1} \text{ mod } P$	Знает K1, K2 – может незаметно для А и В расшифровывать/подменять информацию	Вычисляет $K2 = C1^b \text{ mod } P = g^{a1 \cdot b} \text{ mod } P$ 25

Шифрование без предварительного обмена симметричным секретным ключом



Электронная цифровая ПОДПИСЬ

Время, когда мы могли писать только пером и на бумаге давно кануло в лету... С появлением персональных компьютеров неизбежно должно было появиться **нечто**, что бы дало возможность персонализировать документы, однозначно подтверждая авторство.



Электронная цифровая подпись

ЭЦП представляет собой конечную цифровую последовательность, зависящую от самого сообщения или документа и от некоторого секретного ключа, известного только подписывающему субъекту.

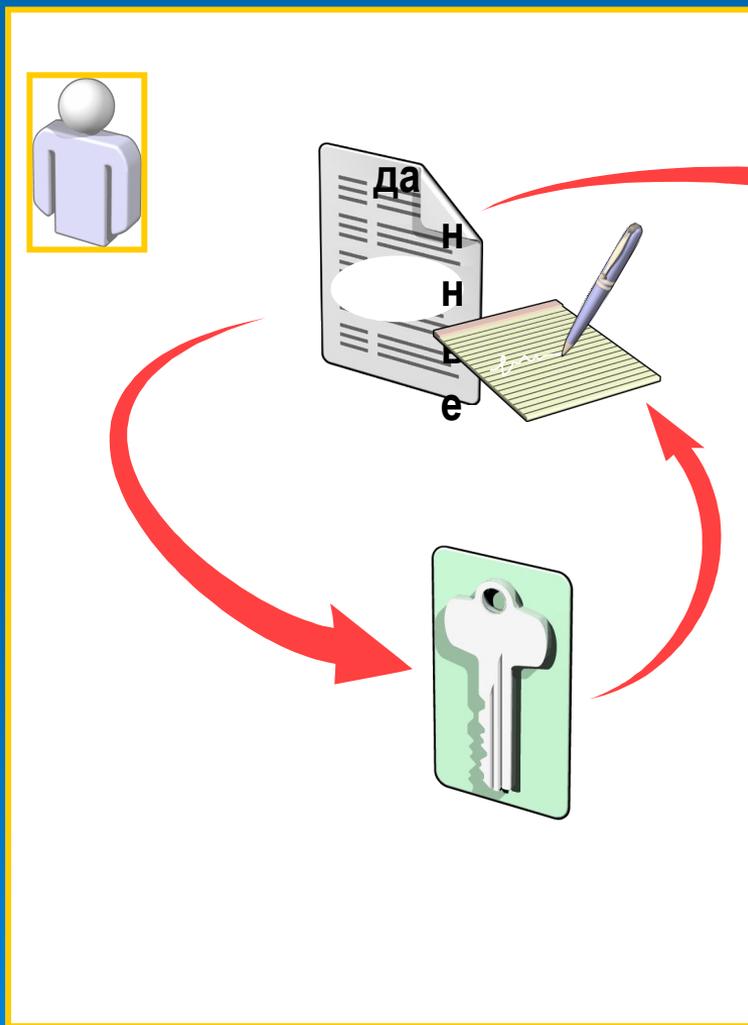
ЭЦП позволяет решить следующие три задачи:

- осуществить *аутентификацию источника данных*
- установить *целостность* сообщения или электронного документа
- обеспечить невозможность отказа от факта подписи

Алгоритмы ЭЦП

- RSA (Ronald Linn Rivest, Adi Shamir, Leonard Adleman)
- DSA (Digital Signature Algorithm)
- EC – DSA (вариант DSA основанный на эллиптических кривых)
- Алгоритм подписи Шнорра
- Алгоритм подписи Ниберга-Руппеля
- и др.

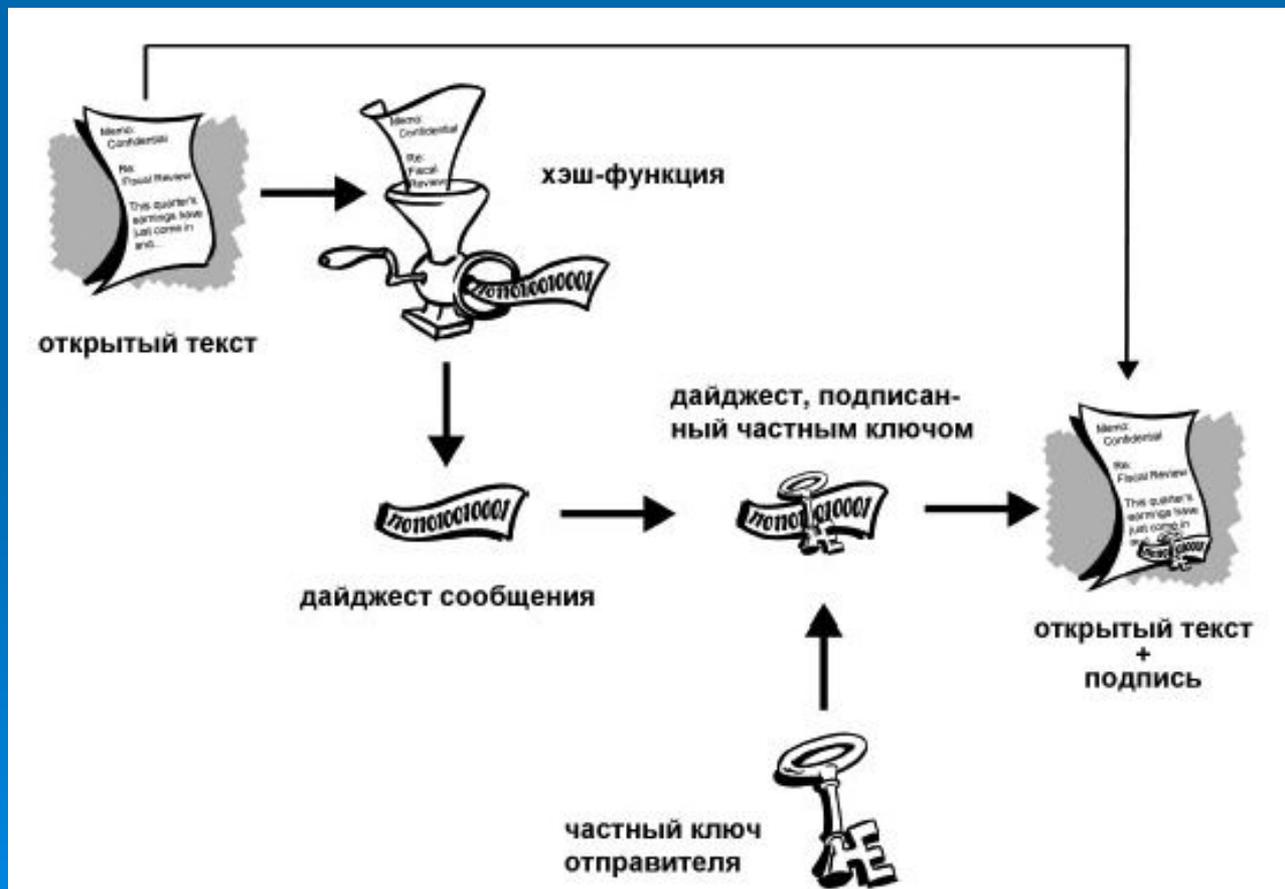
Принцип работы ЭЦП для коротких сообщений



Если значения совпадают, то данные посланы владельцем закрытого ключа

Использование Хэш-функций

Хэш-функция – функция, которая осуществляет сжатие строки произвольного размера в строку чисел фиксированного размера



Хеш-функция

Хеширование – математическое однонаправленное преобразование текста в число фиксированной размерности

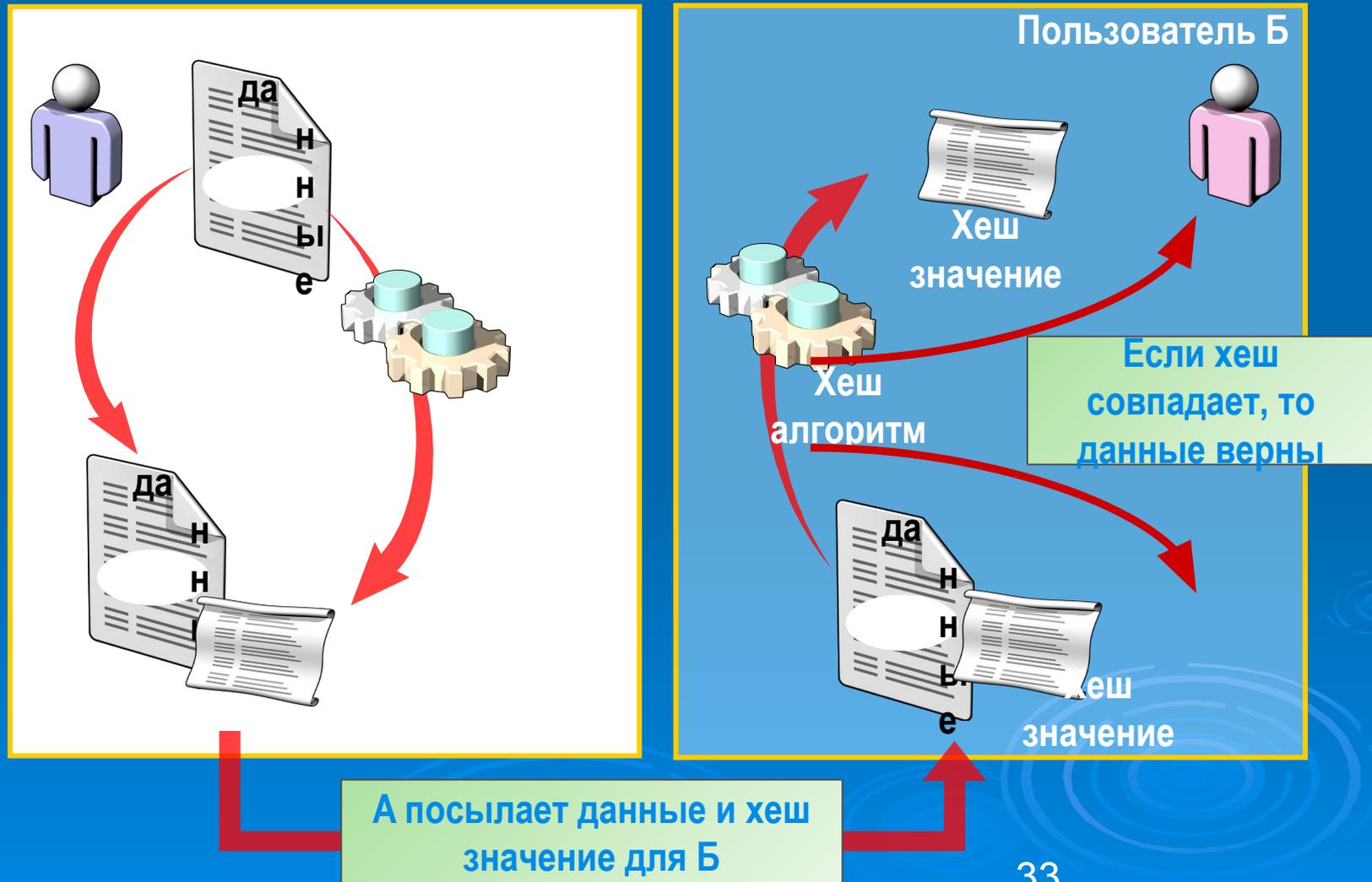
Свойства хеш-функции

- Свойство лавинности
- Свойство стойкости к коллизиям
- Свойство необратимости

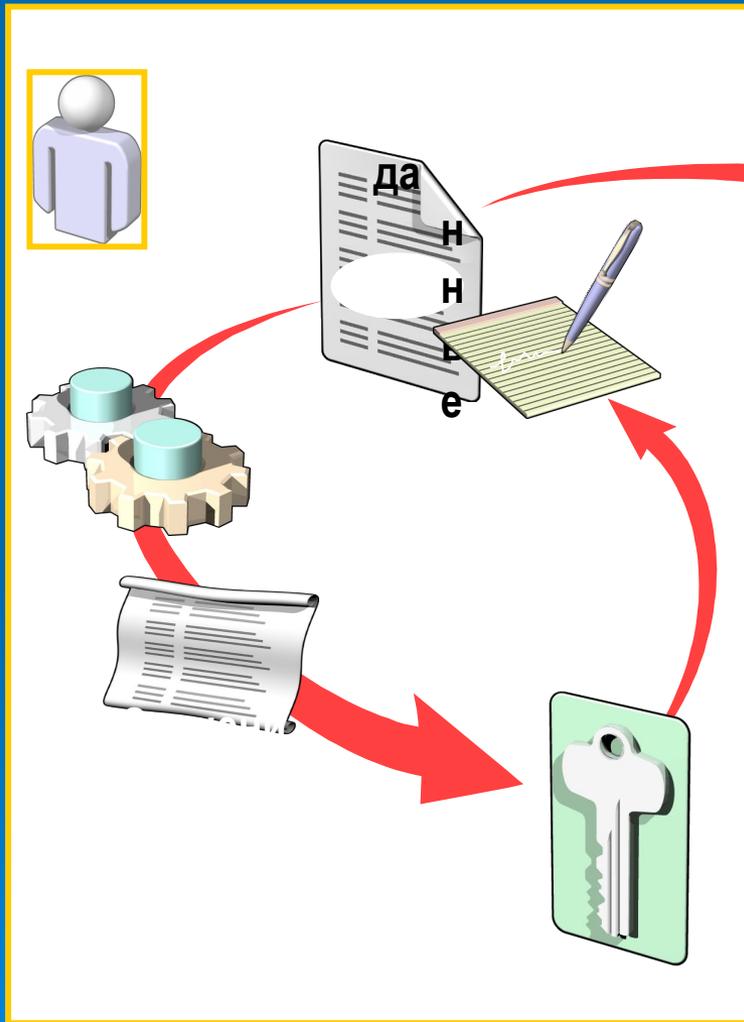
Алгоритмы, реализующие хеш-функции

- MD4, MD5 (128 бит)
- SHA и его варианты SHA1 (160 бит), SHA-256, SHA-512, SHA-384
- RIPEMD-160
- российский стандарт ГОСТ Р 34.11-94

Проверка целостности данных с использованием хеша



Принцип работы ЭЦП с хешированием сообщений



Если значения совпадают, данные посланы владельцем закрытого ключа и не модифицированы

Электронная цифровая подпись (на основе RSA)

А сформировал свою пару секретного (K_c) и открытого (K_o) ключей и на их основе построил функции $D_{K_c}(m)$ и $E_{K_o}(m)$: $E_{K_o}(D_{K_c}(m))=m$

- Функция $D_{K_c}(m)$ - функция подписи сообщения m
- Функция $E_{K_o}(m)$ - функция проверки подписи для сообщения m .

Схема взаимодействия отправителя (А) и получателя (В)

Отправитель	Получатель
М - исходный текст	
$m = H(M)$ вычисляет хэш-функцию	
$1 < m < N$ $C = m^{K_s} \bmod N$ - подпись	
M, C	
	$m = C^{K_o} \bmod N$ Проверяет $m = H(M)$

Атаки на цифровую подпись

- Атаки на алгоритмы (возможные ошибки в алгоритмах):
 - Повторение одних и тех же значений алгоритмами генерации случайных чисел
 - Возникновение “коллизий” для хеш-функции
 - Хранение алгоритма в секрете
- Атаки на криптосистему
- Атаки на реализацию:
 - Секретный ключ ЭЦП хранится на жестком диске
 - После завершения работы системы ЭЦП, ключ, хранящийся в оперативной памяти, не затирается
 - Обеспечивается безопасность сеансовых ключей и недостаточное внимание уделяется защите главных ключей
 - Отсутствует контроль целостности программы генерации или проверки ЭЦП, что позволяет злоумышленнику подделать подпись или результаты ее проверки
- Атаки на пользователя

Нет в мире совершенства...

- К сожалению, использование ЭЦП связано со своими, весьма серьезными проблемами. Наиболее острая аналогична "основному вопросу" асимметричного шифрования: как убедиться, что открытый ключ для проверки ЭЦП действительно принадлежит лицу, поставившему подпись, а не подменен злоумышленником по дороге? Ведь успешная подмена открытого ключа ложным позволит злоумышленнику легко подделать вожделенную подпись. Конечно, есть и "противоядия" - методы борьбы с подменой открытых ключей, например, их сертификация...