МБОУ Петровская СОШ
Учитель математики: Чумакова Людмила Геннадиевна
2013-14 уч г.

УРОК ГЕОМЕТРИИ В 10 КЛАССЕ: «РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ. ТЕОРЕМА О ТРЕХ ПЕРПЕНДИКУЛЯРАХ»

План урока

1. Организационный момент. Постановка цели и задачи урока.
2. Актуализация знаний. Проверка домашнего задания.
3. Изучение нового материала.
4. Применение знаний в стандартной ситуации.
5. Подведение итогов.
6. Домашнее задание.

Организационный момент. Постановка цели и задачи урока.

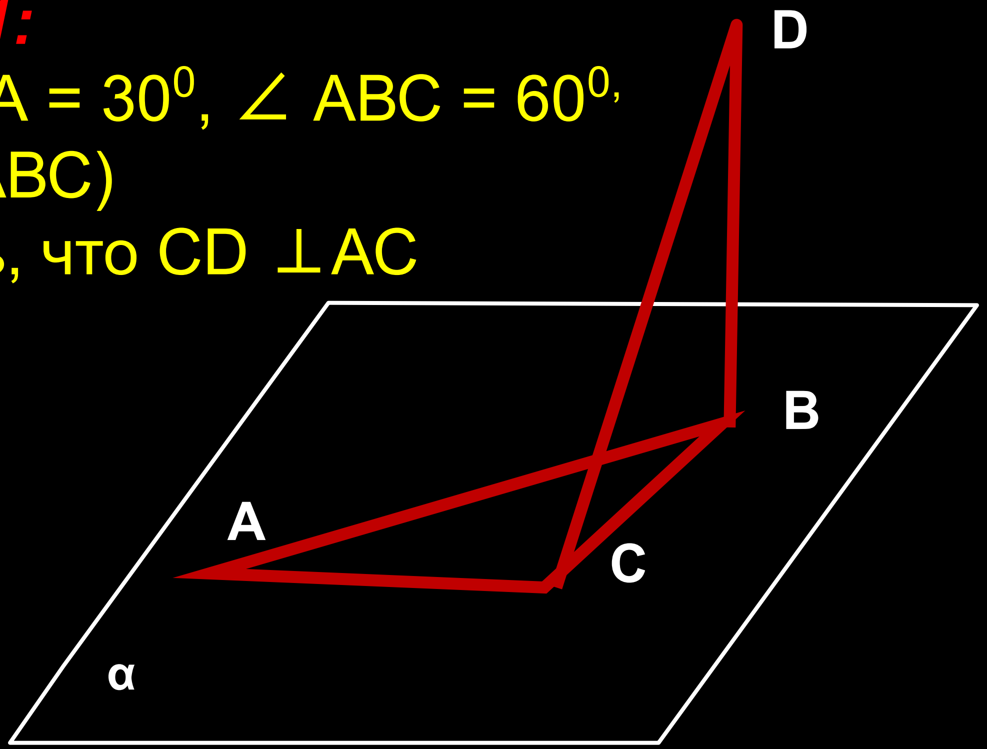
В домашней работе вы решали следующие задачи:

Задача 1:

Дано: $\angle A = 30^0$, $\angle ABC = 60^0$,

$DB \perp (ABC)$

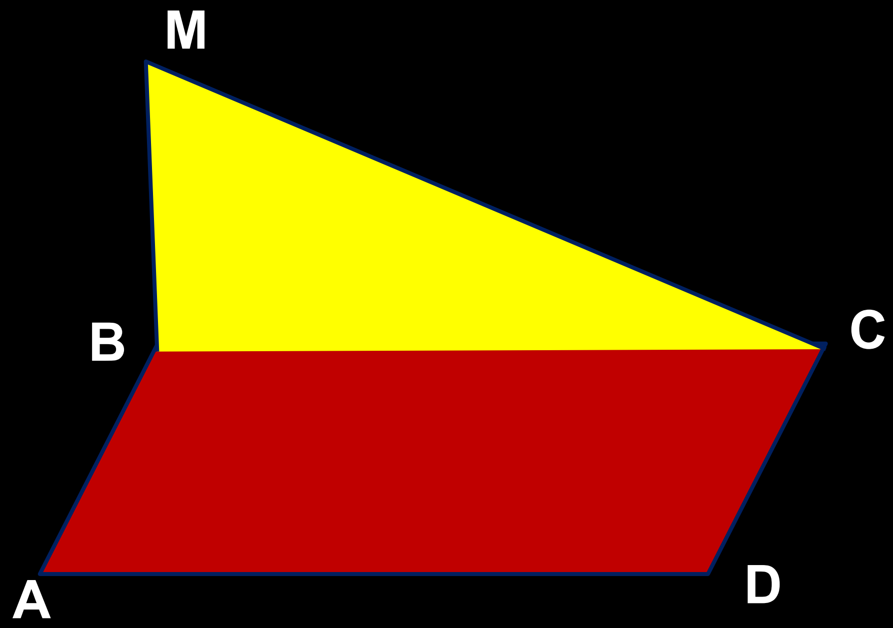
Доказать, что $CD \perp AC$



Задача 2:

ABCD - параллелограмм, BM ⊥ (ABC), MC ⊥CD.

Определите вид параллелограмма ABCD.



Какое взаимное расположение прямых и плоскостей вы рассматривали в этих задачах?

- *Перпендикулярность прямых.*
- *Перпендикулярность прямой и плоскости.*

А вот задачу следующего типа так просто не решить.
Нужно познакомиться с новым понятием…

ТРИ ПЕРПЕНДИКУЛЯРА…

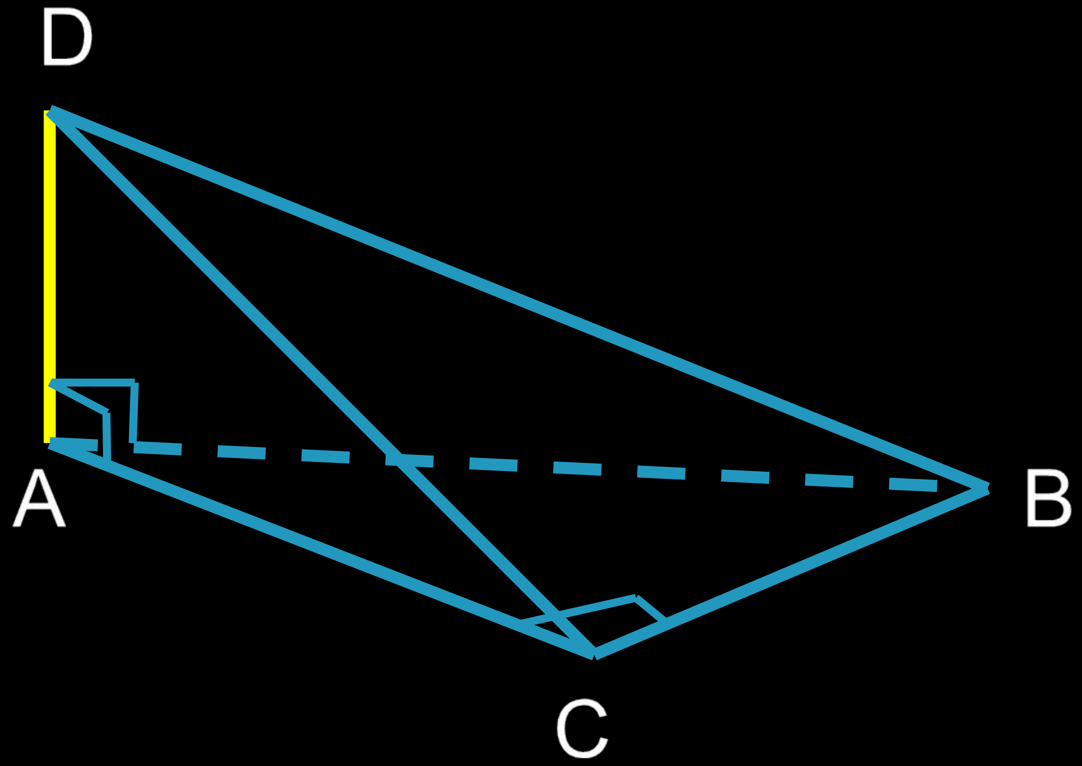
ТРИ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫЕ ПРЯМЫЕ…

Как их увидеть среди окружающей нас обстановки?

Нам поможет новая тема:
«Расстояние от точки до плоскости. Теорема о трех перпендикулярах».

Задача№145

- Дано: ΔABC, $< C = 90°$, AD $\perp$ (ABC).
- Доказать: ΔCBD – прямоугольный.



Актуализация опорных знаний. Проверка домашнего задания.

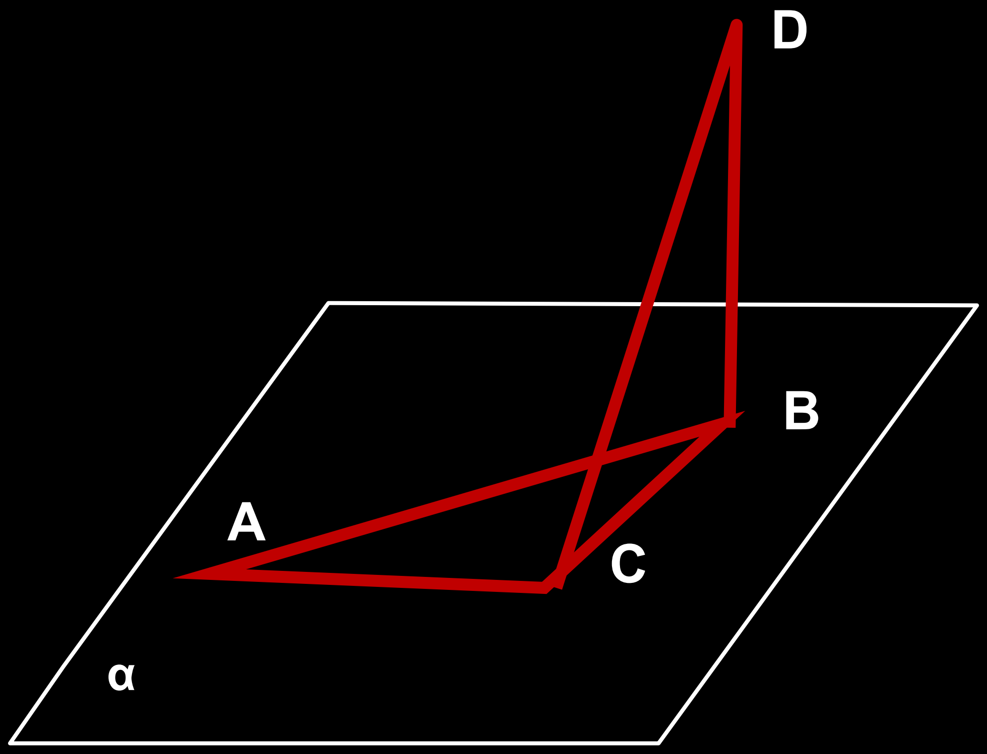
Прежде, чем рассмотреть решение новой задачи, проверим решение домашних задач и ответим на важные вопросы.

Задача 1:

Дано: $\angle A = 30^0$, $\angle ABC = 60^0$

$DB \perp (ABC)$

Доказать, что $CD \perp AC$.



Задача 1:

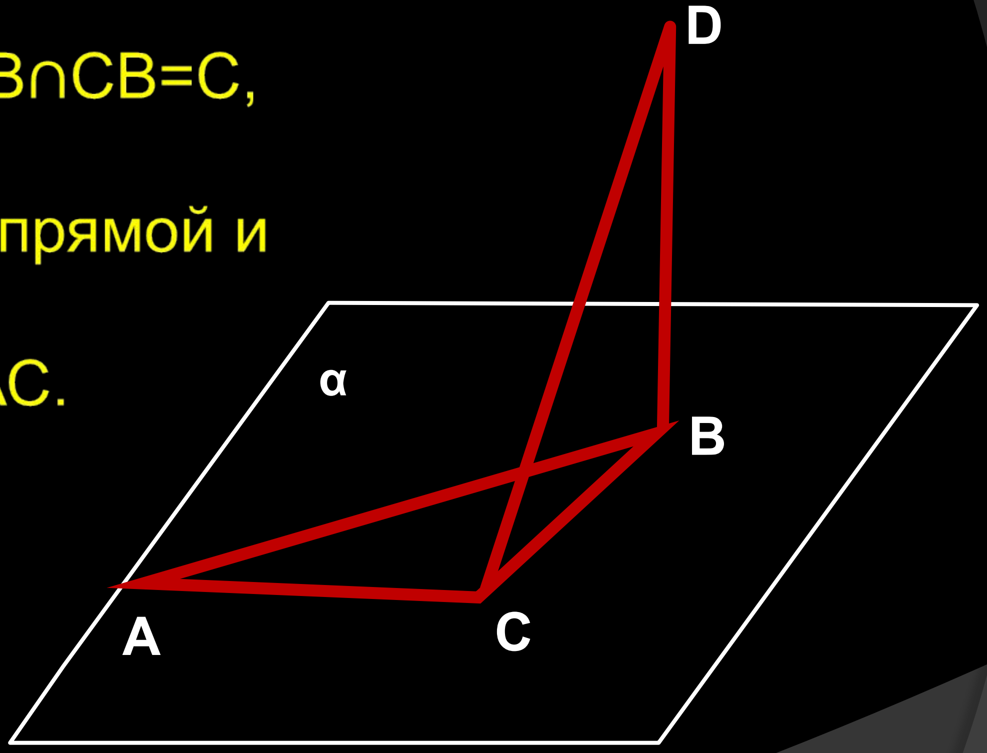
Решение.

1. $\angle C = 90^0 \Rightarrow AC \perp CB$,

2. $DB \perp (ABC) \Rightarrow DB \perp AC$, $AC \in (ABC)$;

3. $AC \perp CB$, $DB \perp AC$, $DB \cap CB = C$, значит, по признаку перпендикулярности прямой и плоскости $AC \perp (DBC)$.

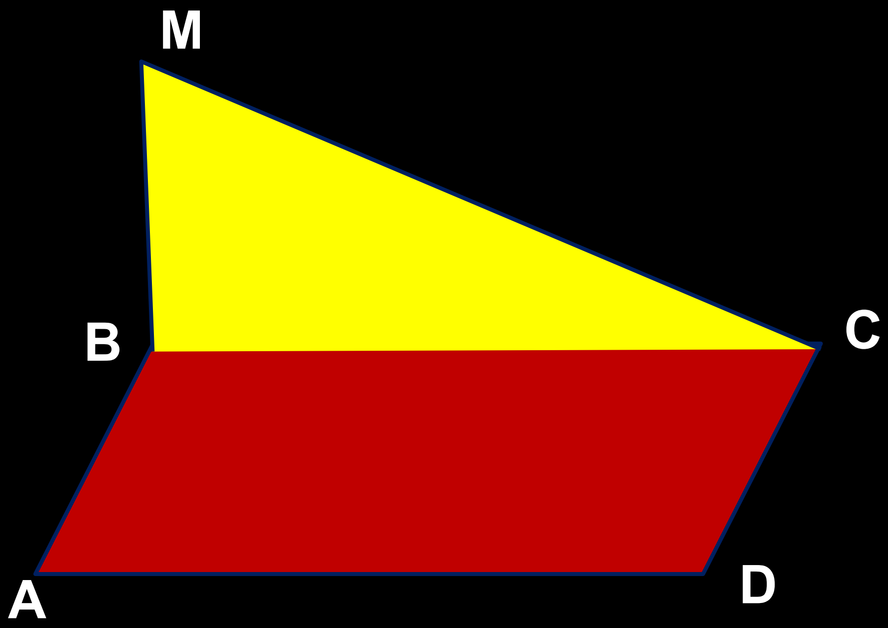
4. $CD \in (DBC) \Rightarrow CD \perp AC$.



Задача 2:

ABCD - параллелограмм, BM $\perp$ (ABC), MC $\perp$ CD.

Определите вид параллелограмма ABCD.



Задача 2:

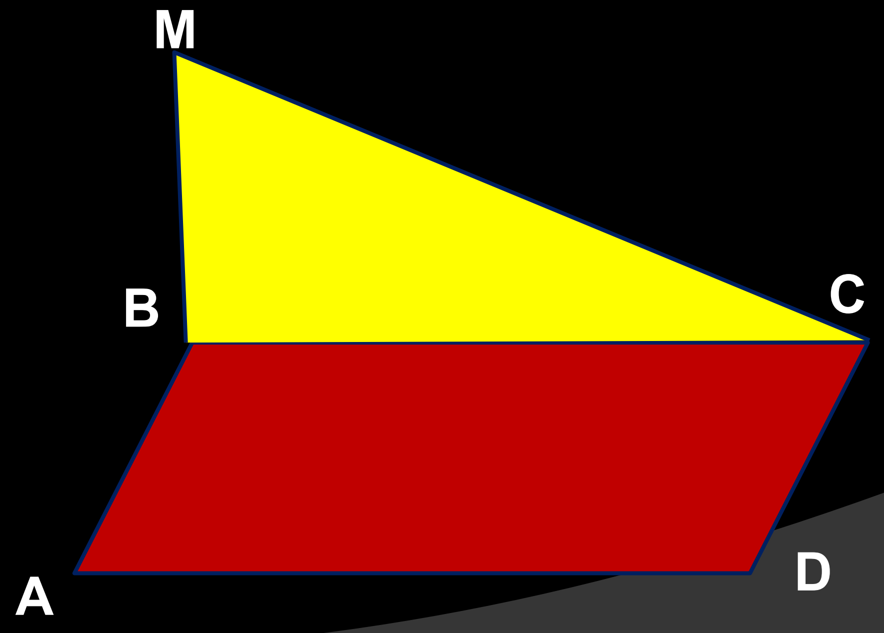
Решение.

1. $BM \perp (ABC)$, $BM \perp BC$;
2. $MC \perp CD$, $BC \in (MBC) \Rightarrow$

$\Rightarrow CD \perp BC$, $\angle C = 90^0$, $\angle A = \angle C = 90^0$;

3. $\angle B = \angle D = 90^0 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ ABCD- прямоугольник.



1. **Угол между прямыми равен 90˚. Как называются такие прямые?**

Перпендикулярные.

2. **Верно ли утверждение: «прямая называется перпендикулярной плоскости, если она перпендикулярна некоторой прямой, лежащей в этой плоскости»**

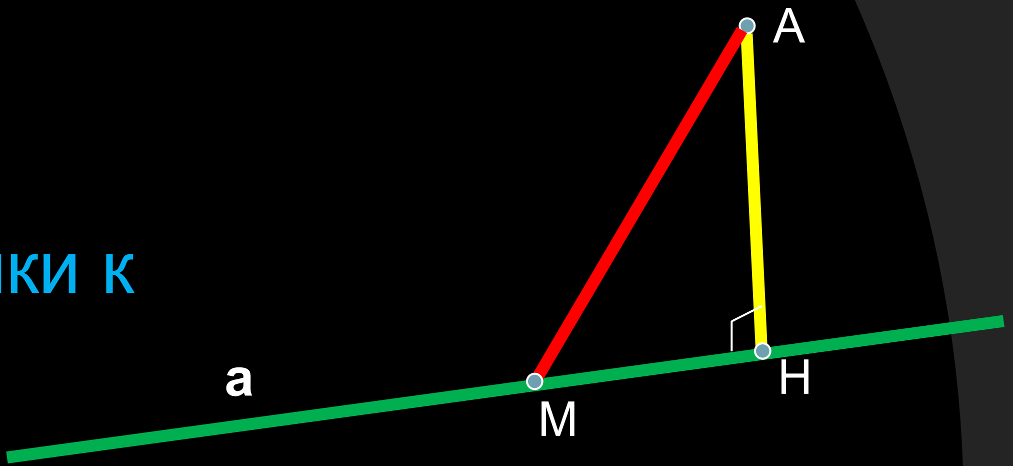
Да.

3. **Сформулируйте признак перпендикулярности прямой и плоскости.**

Если прямая перпендикулярна двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости.

4. Как определяется расстояние от точки до прямой на плоскости?

- Как длина перпендикуляра, проведенного из точки к данной прямой.



5. Как называются отрезки АМ, АН?

АМ – наклонная к прямой а;

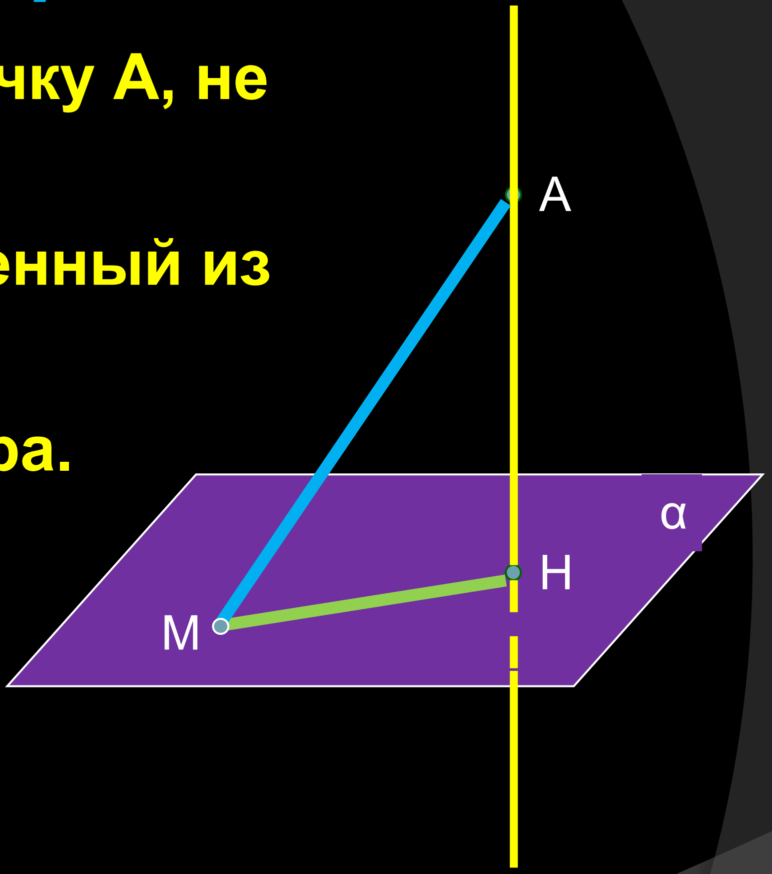
АН – перпендикуляр, проведенный из точки А к прямой а.

Изучение нового материала.

Рассмотрим плоскость α и точку А, не принадлежащую ей.

АН – перпендикуляр, проведенный из точки А к плоскости α,

Н – основание перпендикуляра.



АМ – наклонная, проведенная

из точки А к плоскости α,

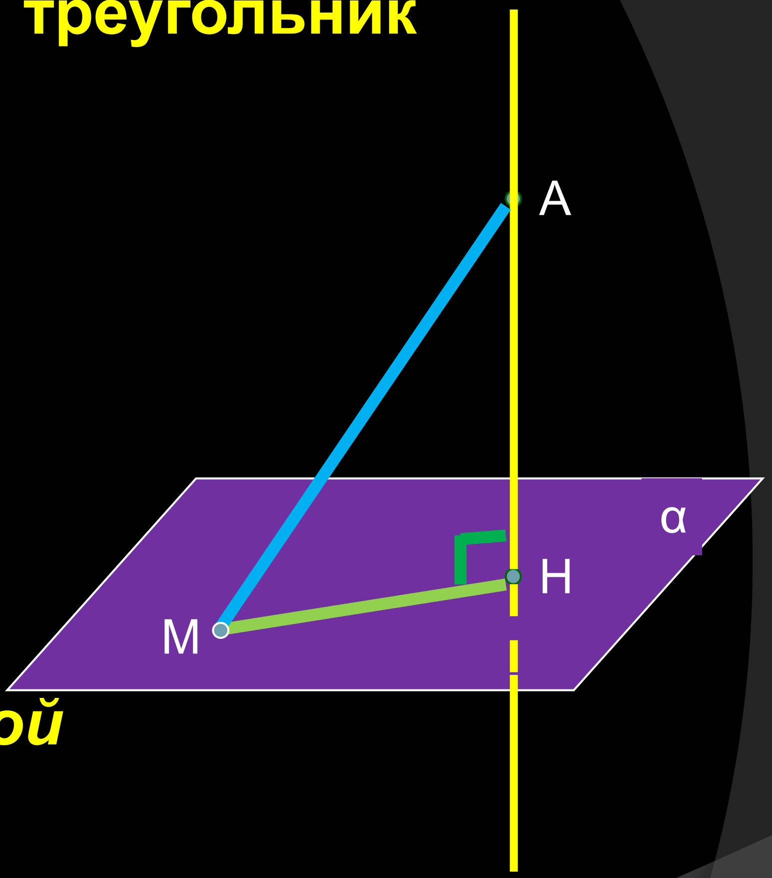
М – основание наклонной.

НМ – проекция наклонной на плоскость α.

Рассмотрим прямоугольный треугольник АМН:

АН – катет; АМ – гипотенуза,

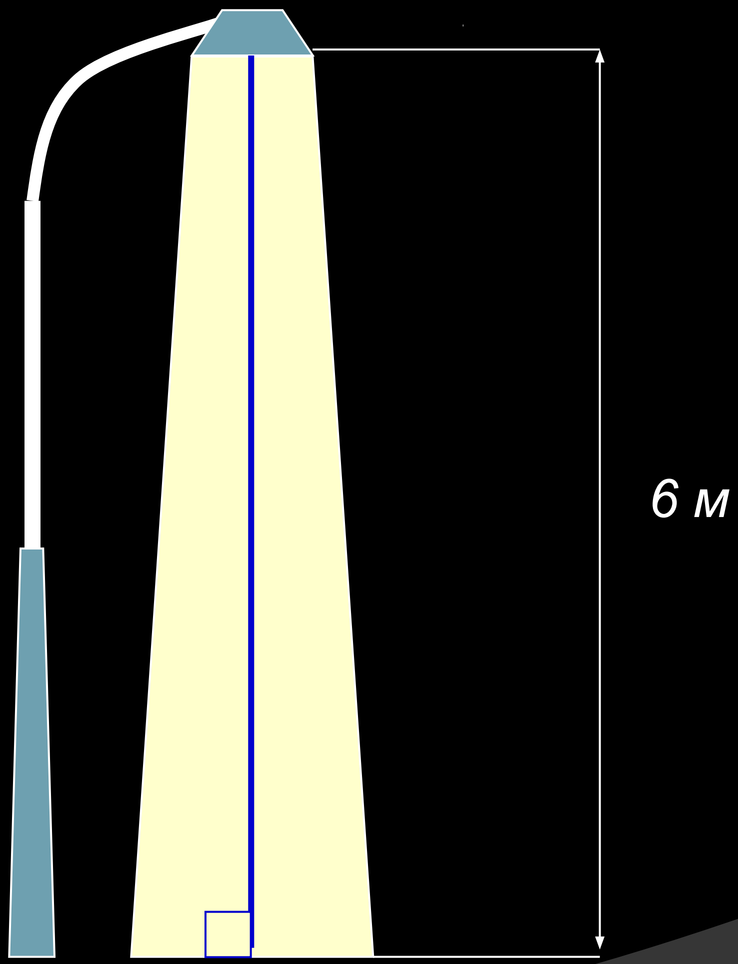
Поэтому АН < АМ.



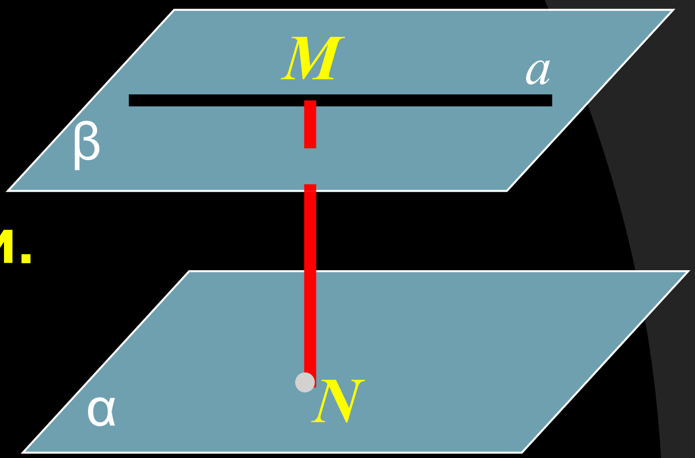
Вывод: *Перпендикуляр, проведенный из данной точки к плоскости, меньше любой наклонной, проведенной из этой же точки к этой плоскости.*

Его длина будет называться расстоянием от точки А до плоскости α.

Расстояние от лампочки до земли…



Если прямая параллельна плоскости, то все точки прямой равноудалены от этой плоскости.



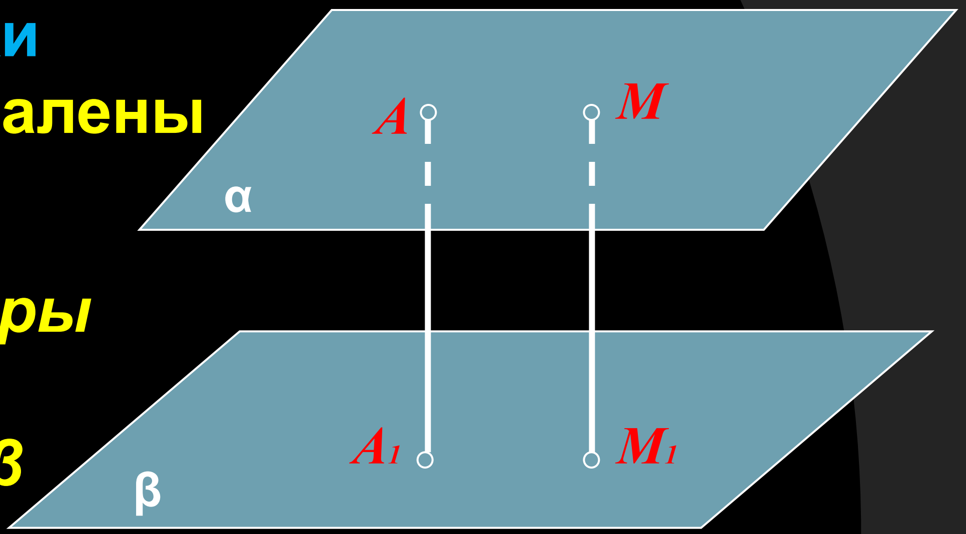
(Доказательство приведено в задаче

№ 144.

Изучить самостоятельно дома)

Расстояние от произвольной точки прямой до плоскости называется расстоянием между прямой и параллельной ей плоскостью.

Если две плоскости параллельны, то все точки одной плоскости равноудалены от другой плоскости.

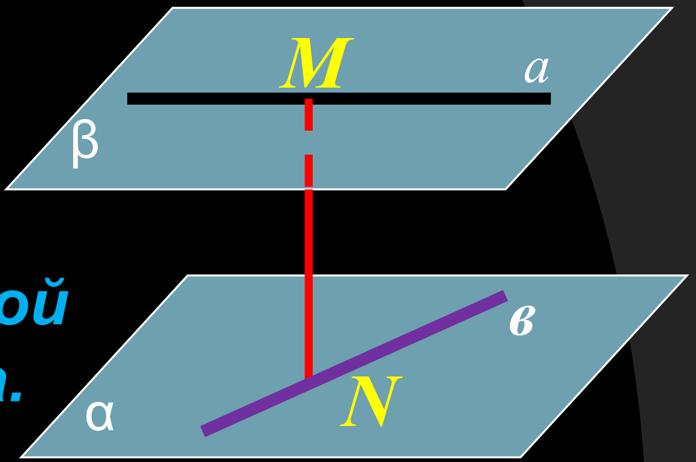


AA1 и MM1 – перпендикуляры из произвольных точек плоскости α к плоскости β

AA1 || MM1 => AA1 = MM1.

Расстоянием между параллельными плоскостями называется расстояние от произвольной точки одной плоскости до другой плоскости.

Если две прямые скрещивающиеся, то через каждую из них проходит плоскость, параллельная другой прямой, и притом только одна.



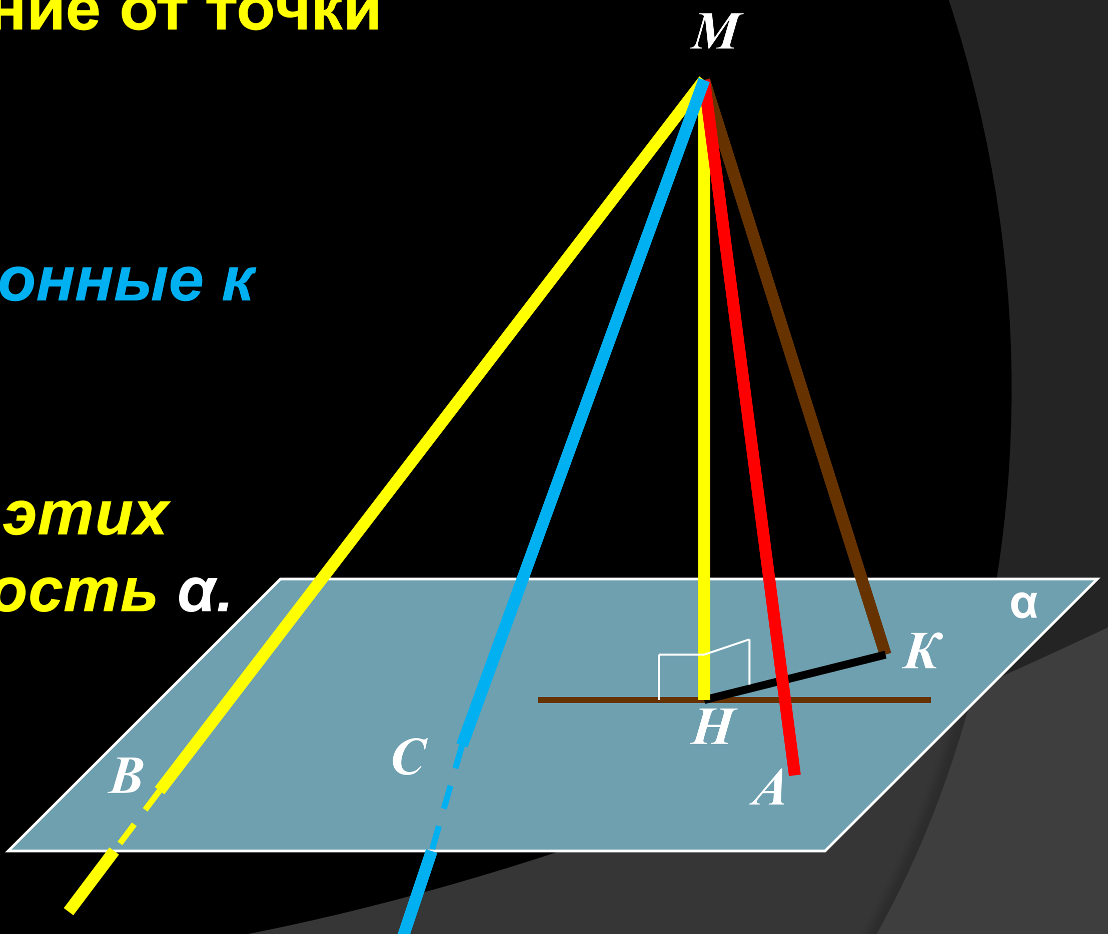
Расстояние между одной из скрещивающихся прямых и плоскостью, проходящей через другую прямую параллельно первой, называется расстоянием между скрещивающимися прямыми, MN.

Подведем итог:

Какой отрезок на чертеже определяет расстояние от точки М до плоскости α?

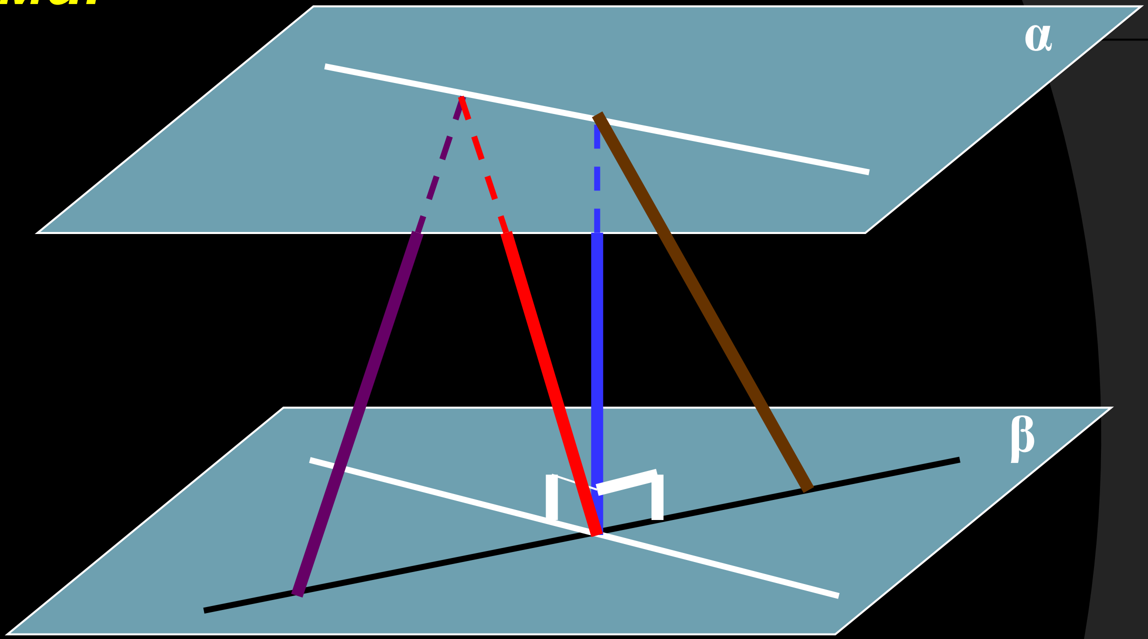
Назовите все наклонные к плоскости α.

Назовите проекции этих наклонных на плоскость α.



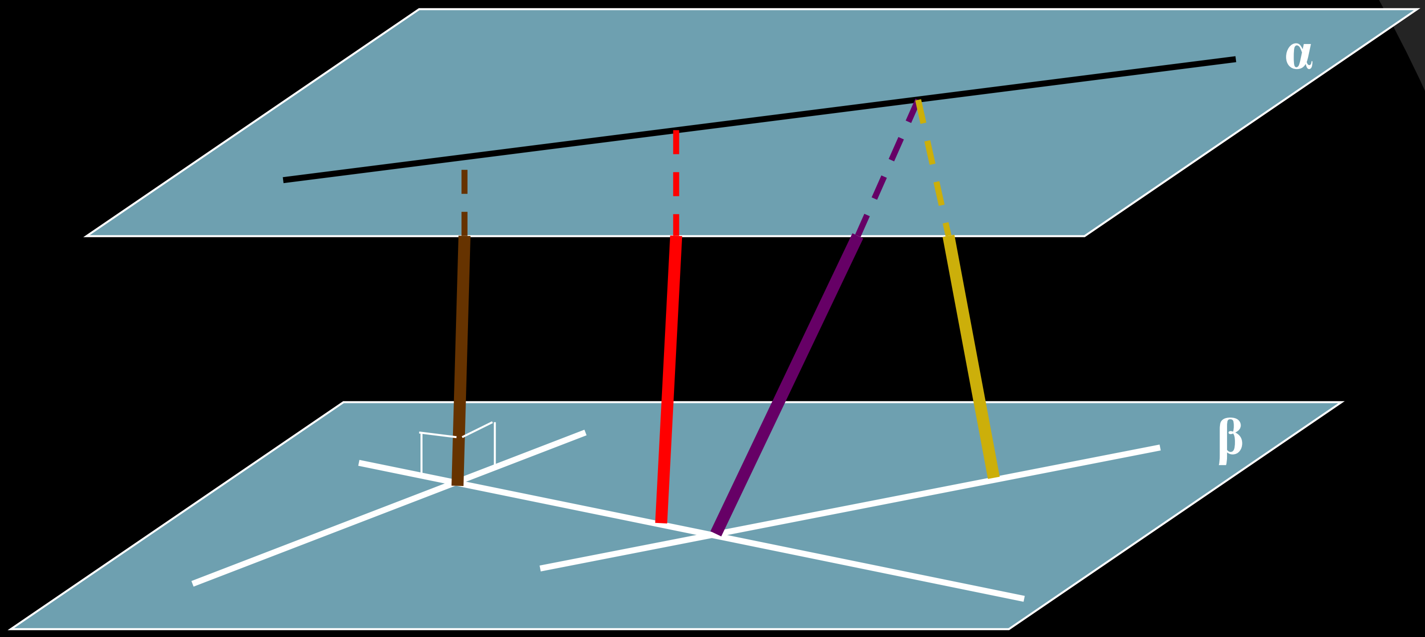
α || β.

Назовите цвет линии, определяющей расстояние между плоскостями.



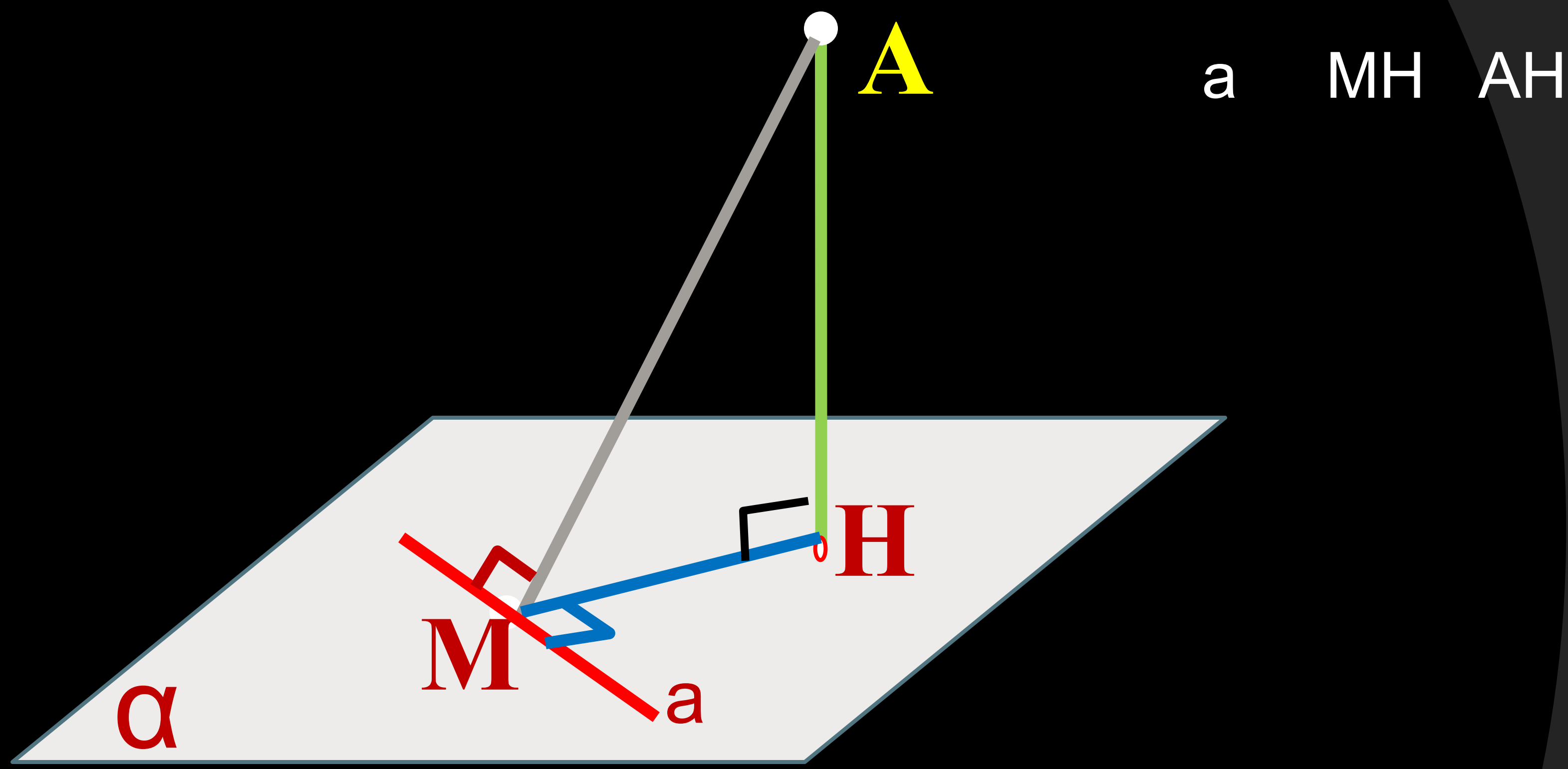
Закончите предложение.

Расстоянием между прямой и параллельной ей плоскостью называется …



Назовите цвет линии, определяющей расстояние между скрещивающимися прямыми.

Теорема о трех перпендикулярах:



Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ее проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной.

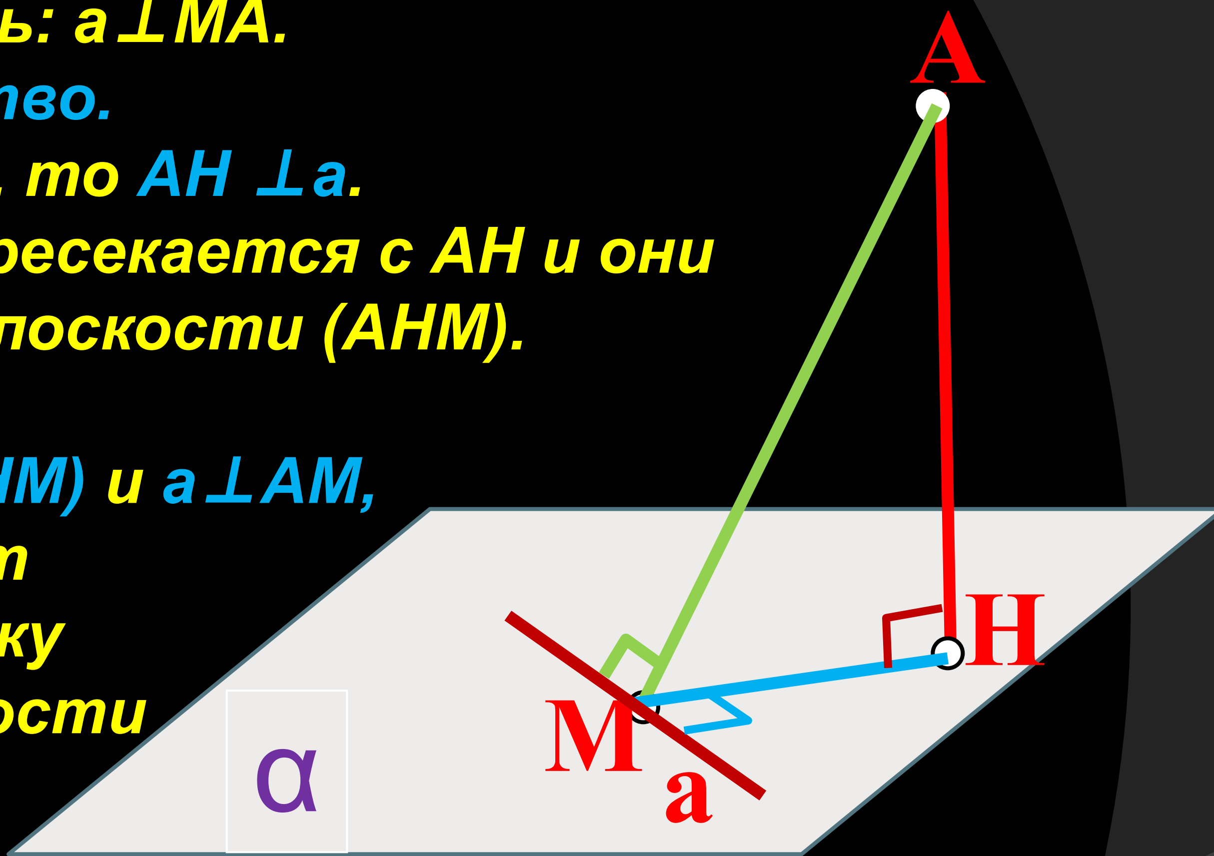
Дано: $AH \perp \alpha$ AM- наклонная, HM-проекция

$a \perp MH$. Доказать: $a \perp MA$.

Доказательство.

1. Так как $AH \perp \alpha$, то $AH \perp a$.
2. $a \perp MH$, MH пересекается с AH и они лежат в одной плоскости (AHM).

3. Значит, $a \perp (AHM)$ и $a \perp AM$, AM принадлежит (AHM) (по признаку перпендикулярности прямой и плоскости).

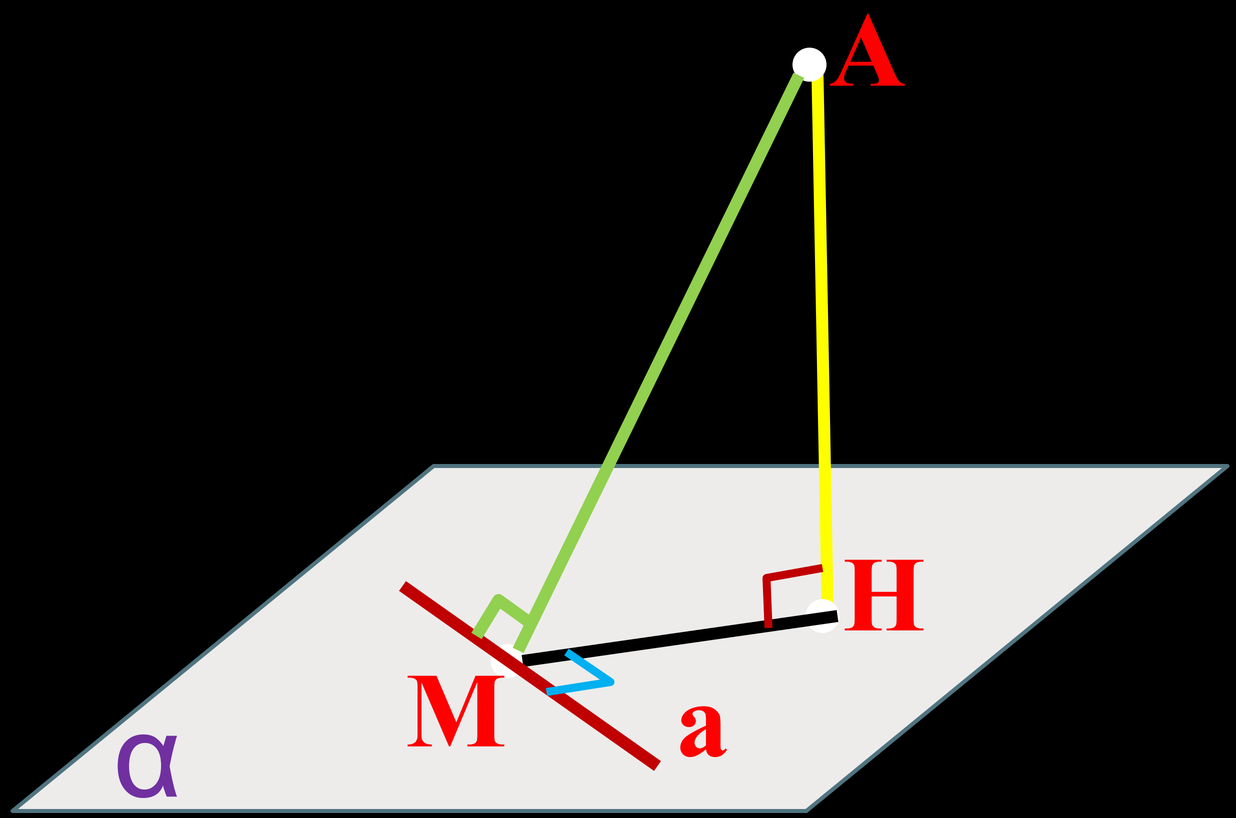


О каких трех перпендикулярах идет речь в теореме?

a   HM AM

Теорема обратная к теореме о трех перпендикулярах:

a AH MH



Прямая, ***проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ней,*** ***перпендикулярна и к проекции наклонной на плоскость.*** ***(Доказательство разобрать самостоятельно дома: задача 153, стр.45).***

Применение знаний в стандартной ситуации

Решение задач.

Задача №139 (устно).

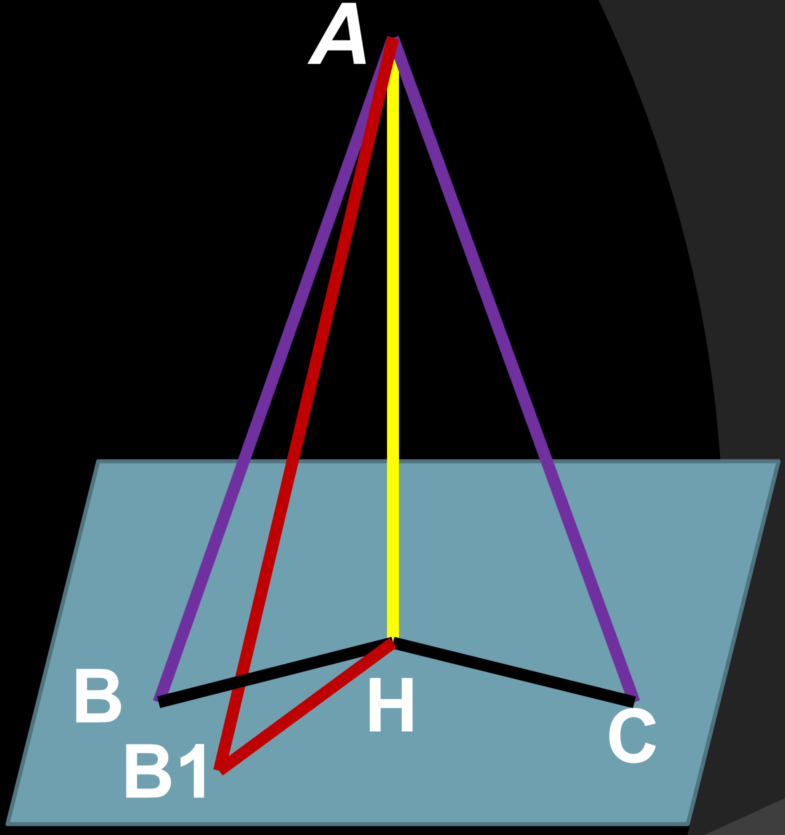
Из некоторой точки проведены две наклонные.

Докажите, что:

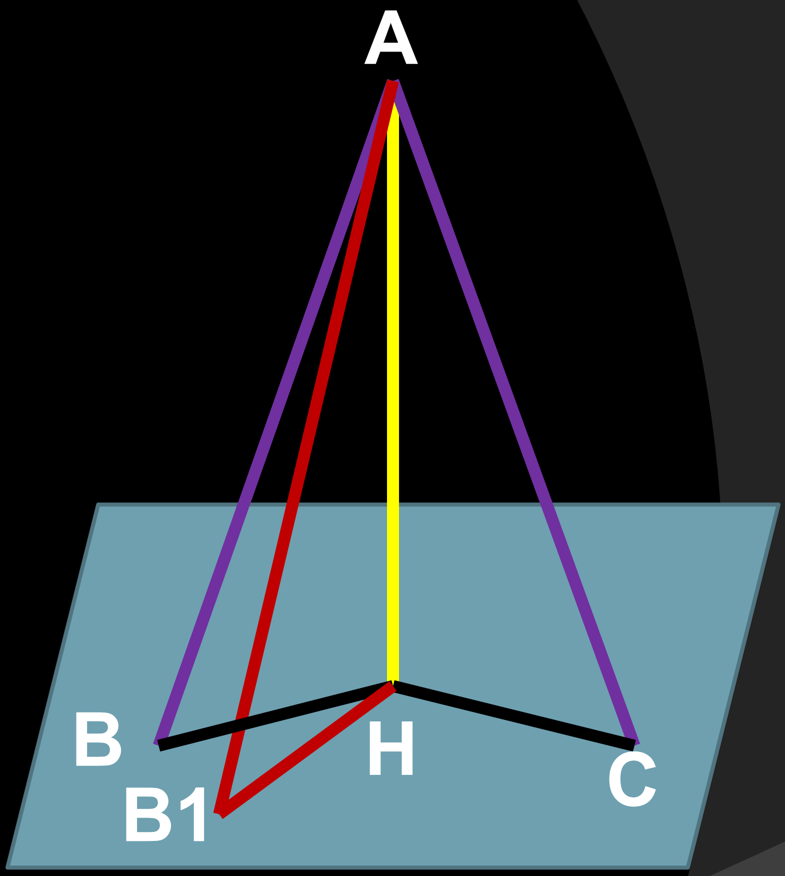
а) если наклонные равны, то равны и их проекции;

б) если проекции наклонных равны, то равны наклонные;

в) если наклонные не равны, то большая наклонная имеет большую проекцию.

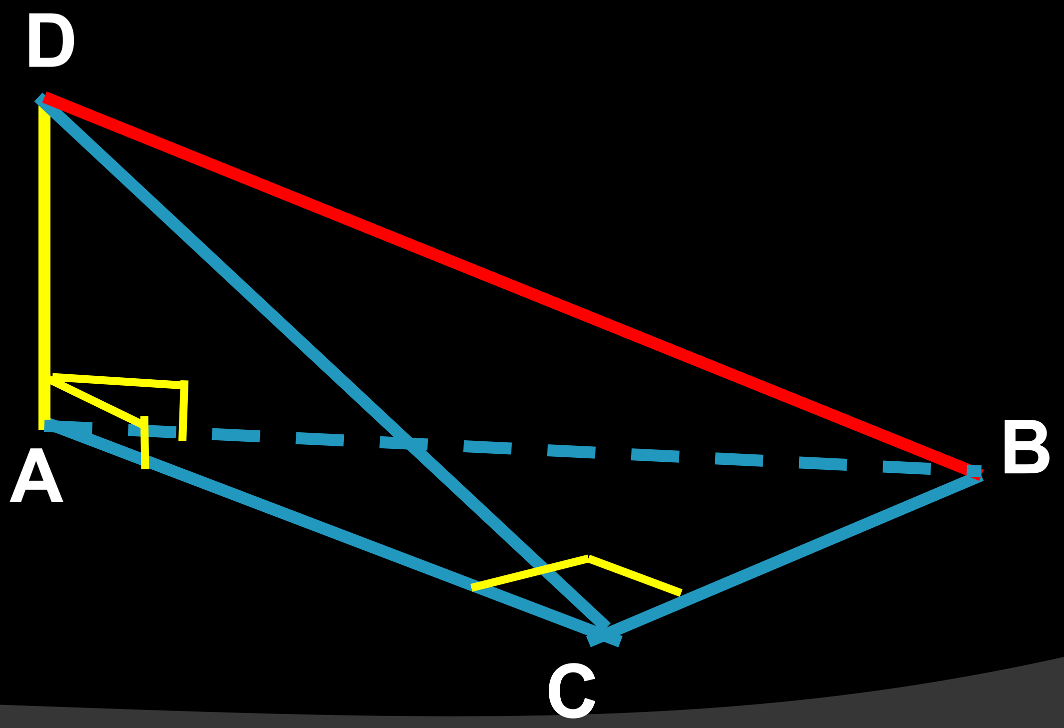


Дано: АН$\perp$ α, AB, AC – наклонные;
а) АВ=АС; б)ВН=НС; в) АВ1>АС.
Доказать: а) ВН=НС; б) АВ=АС;
в)В1Н>СН.
Доказательство:
1. Рассмотрим треугольники АВН и АСН, АН-…
а) АВ=АС… $\Rightarrow$треугольники…,
Значит, ВН=… ;
б) эти треугольники равны,
но уже по двум… $\Rightarrow$ АВ=АС;
в) АВ1>АС . По теореме
Пифагора В1Н=$\sqrt{AB1^2 - AH^2}$;
НС=$\sqrt{AC^2 - AH^2}$; $B1A^2 > CA^2 \Rightarrow AB1^2 - AH^2 > AC^2 - AH^2 \Rightarrow$
$\Rightarrow$ В1Н>СН.



Задача№145

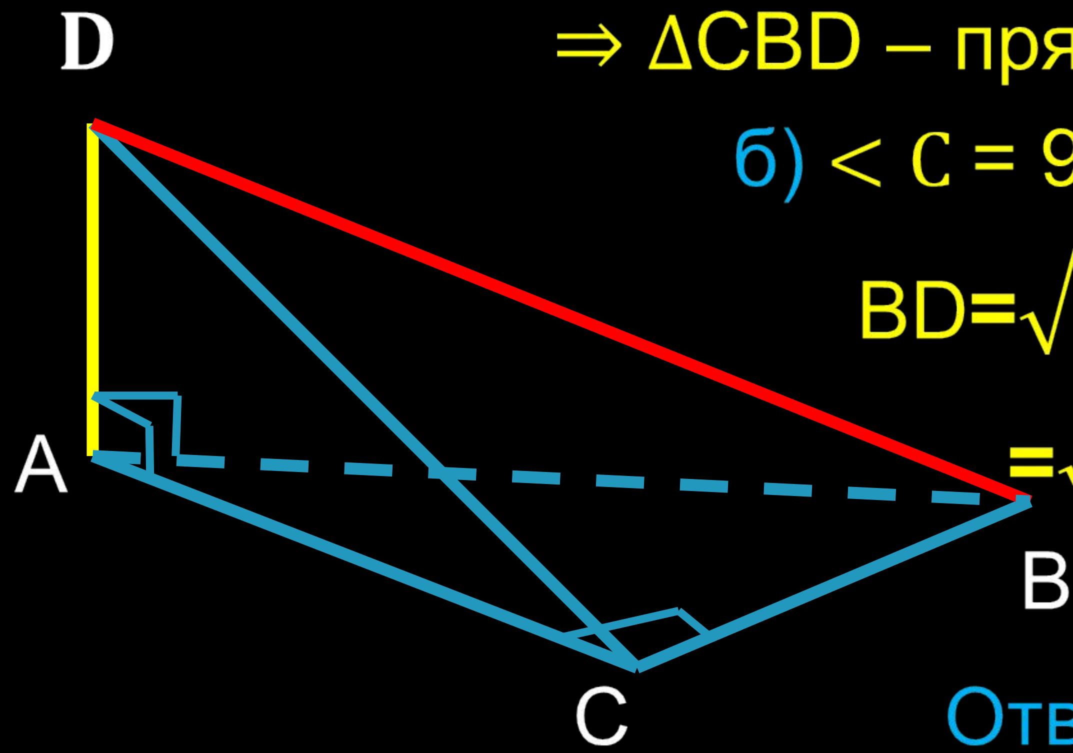
Дано: ΔABC, $< C = 90^o$,
$AD \perp (ABC)$.
Доказать: а) ΔCBD – прямоугольный;
б) найти BD, если BC=a, DC=b.



Задача№145

- Решение.

а) AC-проекция CD, BC⊥AC ⇒ BC⊥CD (ТТП) ⇒ ΔCBD – прямоугольный



б) < C = 90°,

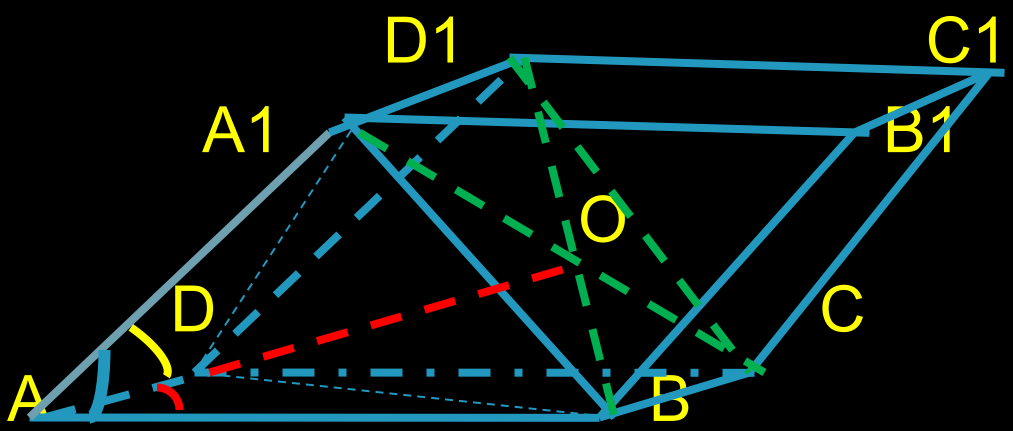
BD=$\sqrt{BC^2 + CD^2}$ =

=$\sqrt{a^2 + b^2}$.

Ответ:$\sqrt{a^2 + b^2}$.

Решение задачи из ЕГЭ (типа С2).

- Все грани призмы ABCDA1B1C1D1-равные ромбы со стороной, равной 2. Углы BAD, BAA1, DAA1равны 60° каждый. Найдите расстояние от точки D до плоскости BCD1.



Решение задачи:

1. Докажем, что DO- искомое расстояние. ABCDA1B1C1D1-параллелепипед (все грани-параллелограммы).
2. Рассмотрим треугольники BAD, AA1D, AA1B. Они равносторонние. Значит,

   BD=DA1=BA1=2.
3. BA1D1C1-параллелограмм (BC|| A1D1, BC=A1D1). BD1 и A1C-диагонали, точкой О делятся пополам.
4. DO-медиана и высота в равнобедренных треугольниках CDA1 и BDD1. Значит DO ⊥A1C, BD1.

5. Длину DO находим из прямоугольного треугольника DOB, зная гипотенузу DB и катет BO. Находим BO как радиус описанной окружности около квадрата BA1D1C : $2/\sqrt{2} = \sqrt{2}$.

BA1D1C –квадрат, так как равны как проекции наклонных отрезки DB,DD1,

DA1,DC .

6. В треугольнике DOB DO= $\sqrt{2}$.

Ответ: $\sqrt{2}$.

(Работа с тестом)

- **Отвечая на вопросы тестовых заданий (два варианта), установить истинность или ложность высказывания, поставив в таблице соответственно знаки «+» или**

«-».

- **После чего проверим ответы по ключу.**

1. **Верно ли, что** две прямые, параллельные одной плоскости, перпендикулярны (две прямые, перпендикулярные к одной плоскости, параллельны)?

2. **Может ли** прямая, перпендикулярная к плоскости, быть скрещивающейся с прямой, лежащей в этой плоскости (прямая, перпендикулярная к плоскости, быть параллельна прямой, лежащей в этой плоскости)?

3. **Верно ли, что прямая перпендикулярна к плоскости, если** она перпендикулярна к двум прямым этой плоскости (она перпендикулярна к двум прямым, параллельным этой плоскости)?

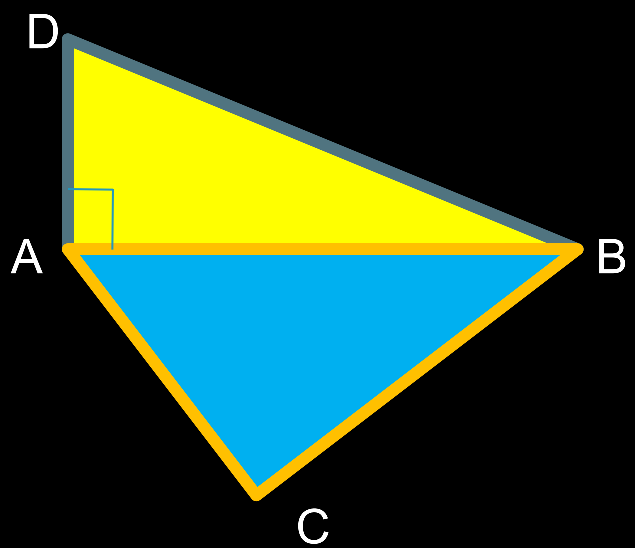
4. **Могут ли** две скрещивающиеся прямые быть перпендикулярными к одной плоскости (две пересекающиеся прямые быть перпендикулярными к одной плоскости)?

5. **Верно ли, что** любая из трех взаимно перпендикулярных прямых перпендикулярна к плоскости двух других прямых (две прямые в пространстве, перпендикулярные к третьей прямой, параллельны)?

Критерии оценок
5 правильных ответов – «5»
4 правильных ответа – «4»
3 правильных ответа – «3»

	1	2	3	4	5
I вариант	-	+	-	-	+
II вариант	+	-	-	-	-

Подведение итогов



Дано: $AD \perp (ABC)$

Каково взаимное расположение прямых CB и BD ?

Ответ обоснуйте.

Домашнее задание

1. № 143, 140 (№144, №153 решены в учебнике, самостоятельно разобрать).

2. Ответить на вопросы пп 19, 20. Найти в Интернете другие способы доказательства теоремы о трех перпендикулярах.

3. Дополнительная задача: (С2 из ЕГЭ 2014). В кубе ABCD A1B1C1D1 найдите угол между плоскостями AB1C и CB1D1.

Источники:

Литература:

1. Учебник Геометрия 10-11, Л.С. Атанасян; В.Ф. Бутузов, Просвещение, Москва.2009;
2. Поурочные разработки по геометрии 10-11,В.А. Яровенко, Москва, Вако,2010.
3. Рабочие программы по учебнику Л.С.Атанасяна. Геометрия 10-11 классы.(Базовый уровень. Дифференцированный подход), Н.А. Ким, Волгоград,Учитель,2012.
4. Интернет ресурсы: сайт http://uztest.ru http://www.gdz.name/
5. Как сделать презентацию к уроку?, С.Л. Островский, Д.Ю. Усенков, Фестиваль педагогических идей «Открытый урок», Первое сентября,2012.