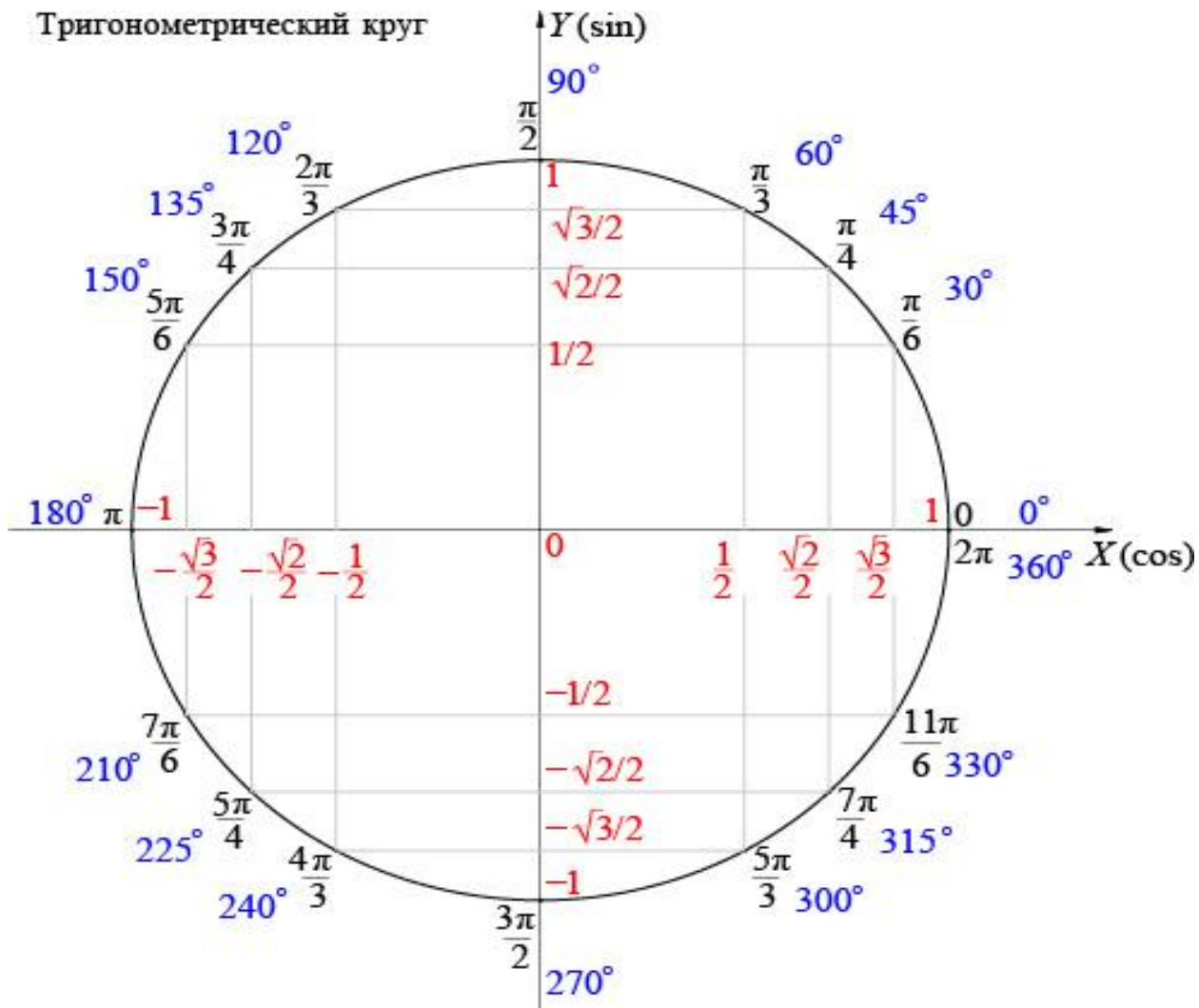


Тригонометрический круг



# ФОРМУЛЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СУММЫ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ В ПРОИЗВЕДЕНИЕ

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \sin \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos\alpha \cos\beta}$$

$$\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos\alpha \cos\beta}$$

$$\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta = \frac{\sin(\beta + \alpha)}{\sin\alpha \sin\beta}$$

$$\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\beta = \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin\alpha \sin\beta}$$

$$\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta = \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos\alpha \sin\beta}$$

$$\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{ctg}\beta = -\frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos\alpha \sin\beta}$$

## УПРОСТИТЕ ВЫРАЖЕНИЕ

- ⊙ а)  $\frac{\sin 2\alpha + \sin 6\alpha}{\cos 2\alpha + \cos 6\alpha}$
- ⊙ б)  $\frac{\cos 2\alpha - \cos 4\alpha}{\cos 2\alpha + \cos 4\alpha}$
- ⊙ в)  $\frac{2 \sin 40^\circ + \cos 70^\circ}{\cos 20^\circ}$
- ⊙ г)  $\frac{3 \cos 5^\circ}{\sin 35^\circ + \cos 65^\circ}$
- ⊙ д)  $\frac{\sin \alpha + \sin 3\alpha + \sin 5\alpha + \sin 7\alpha}{\cos \alpha + \cos 3\alpha + \cos 5\alpha + \cos 7\alpha}$
- ⊙ е)  $\frac{\sin \alpha + \sin 2\alpha + \sin 3\alpha}{\cos \alpha + \cos 2\alpha + \cos 3\alpha}$

# ФОРМУЛЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПРОИЗВЕДЕНИЯ В СУММУ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ.

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)]$$

## УПРОСТИТЕ ВЫРАЖЕНИЕ

- а)  $2 \sin \alpha \sin 2\alpha + \cos 3\alpha$
- б)  $\sin \alpha - 2 \sin\left(\frac{\alpha}{2} - 15^\circ\right) \cos\left(\frac{\alpha}{2} + 15^\circ\right)$
- в)  $2\sqrt{2} \left( \sin 83^\circ \sin 38^\circ - \frac{1}{2} \sin 31^\circ \right)$
- г)  $6\sqrt{2} \left( \sin 28^\circ \sin 17^\circ - \frac{1}{2} \sin 79^\circ \right)$
- д)  $2 \sin(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta) - \cos 2\alpha$
- е)  $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$

## ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad \operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{ctg} \alpha}$$

## ФОРМУЛЫ ТРОЙНОГО УГЛА

$$\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$$

$$\cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$$

$$\operatorname{tg} 3\alpha = \frac{3 \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg}^3 \alpha}{1 - 3 \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad \operatorname{ctg} 3\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^3 \alpha - 3 \operatorname{ctg} \alpha}{3 \operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}$$



## ФОРМУЛЫ ПОЛОВИННОГО УГЛА

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}} = \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

## ФОРМУЛЫ ПониЖЕНИЯ СТЕПЕНИ

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

## УПРОСТИТЕ ВЫРАЖЕНИЕ

а)  $\frac{1 + \cos 4\alpha}{1 - \cos 4\alpha} - \operatorname{ctg}^2 2\alpha + 3$

б)  $\frac{1 - \cos 8\alpha}{1 + \cos 8\alpha} - \operatorname{tg}^2 4\alpha + 2$

в)  $\frac{1 - \cos 2\alpha + \sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha + \sin 2\alpha} \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right)$

г)  $\frac{2}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha}$

д)  $(\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha) \sin 2\alpha$

е)  $\frac{\sin 2\alpha - 2 \sin \alpha}{\cos \alpha - 1}$

## ВЫЧИСЛИТЕ

⊙ а)  $\cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8}$

⊙ б)  $2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}$

⊙ в)  $\cos^4 \frac{5\pi}{12} - \sin^4 \frac{5\pi}{12}$

⊙ г)  $\left( \cos \frac{\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12} \right) \cdot \left( \cos^3 \frac{\pi}{12} + \sin^3 \frac{\pi}{12} \right)$

⊙ д)  $2 \cos^2(45^\circ - \alpha) - \sin 2\alpha$

## УПРОСТИТЕ ВЫРАЖЕНИЕ

- ⊙ а)  $\frac{1 - \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha}$
- ⊙ б)  $\frac{1 + \cos 2\alpha}{1 - \cos 2\alpha}$
- ⊙ в)  $\operatorname{ctg} \alpha (1 - \cos 2\alpha)$
- ⊙ г)  $\frac{\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha + \cos^2 \alpha}{2(1 - \cos \alpha)}$
- ⊙ д)  $\frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha} \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} - \cos^2 \alpha$