

**«Решение рациональных  
уравнений.»**

**Пример 1****Решим уравнение**  $2 - \frac{x+1}{x-1} = 0.$ **Решение****ие**

$$2 - \frac{x+1}{x-1} = 0$$

$$\frac{2(x-1) - (x+1)}{x-1} = 0$$

$$\frac{2x - 2 - x - 1}{x-1} = 0$$

$$\frac{x-3}{x-1} = 0$$

$$x-3 = 0$$

$$x = 3$$

Знаменатель при этом  $x$  не обращается в нуль, следовательно 3 – корень уравнения.

$3 - 1 = 2$  – не равно нулю

**ОТВЕТ: 3**

**Пример 2**

**Решим уравнение**  $\frac{x-1}{x+2} = \frac{x-4}{x-3} - 1.$

**Решен**

ие

$$\frac{x-1}{x+2} = \frac{x-4}{x-3} - 1.$$

$$\frac{x-1}{x+2} - \frac{x-4}{x-3} + 1 = 0$$

$$\frac{(x-1)(x-3) - (x-4)(x+2) + (x+2)(x-3)}{(x+2)(x-3)} = 0$$

**Пример 2**

**Решим уравнение**  $\frac{x-1}{x+2} = \frac{x-4}{x-3} - 1.$

**Решение**

ие

$$\frac{(x-1)(x-3) - (x-4)(x+2) + (x+2)(x-3)}{(x+2)(x-3)} = 0$$

$$\frac{x^2 - 3x - x + 3 - (x^2 + 2x - 4x - 8) + x^2 - 3x + 2x - 6}{(x+2)(x-3)} = 0$$

$$\frac{x^2 - 3x - x + 3 - x^2 - 2x + 4x + 8 + x^2 - 3x + 2x - 6}{(x+2)(x-3)} = 0$$

*A Dreamy World*

A man's dreams are an index to his greatness.

**Пример 2**

**Решим уравнение**  $\frac{x-1}{x+2} = \frac{x-4}{x-3} - 1.$

**Решение**

ие

$$\frac{x^2 - 3x - x + 3 - x^2 - 2x + 4x + 8 + x^2 - 3x + 2x - 6}{(x+2)(x-3)} = 0$$

$$\frac{x^2 - 3x + 5}{(x+2)(x-3)} = 0$$

$$x^2 - 3x + 5 = 0$$

$$D = 9 - 20 < 0$$

**Исходное уравнение не имеет корней, так как числитель равносильного уравнения не имеет корней.**

**ОТВЕТ:** корней нет.

## Прави

ло

Для решения рационального уравнения надо перенести все его члены в левую часть, затем, применяя правила сложения и вычитания алгебраических дробей, записать левую часть как алгебраическую дробь и

Замечание полученное уравнение.

е

Отклонение от высказанного правила может привести к потере корней или к приобретению посторонних корней данного уравнения.

# Наприм

## ер

$$\frac{(x-2)(x-3)}{x-3} = 1,$$

$$\frac{(x-2)(x-3)}{x-3} \overset{x-3}{-1} = 0$$

$$\frac{x^2 - 3x - 2x + 6 - x + 3}{x-3} = 0$$

$$\frac{x^2 - 6x + 9}{x-3} = \frac{(x-3)^2}{x-3} = 0$$

X равное 3 обращает знаменатель в нуль, значит уравнение корней не имеет.

Однако, если бы мы отклонились от правила, сократили дробь в левой части уравнения на  $(x-3)$ ,

$$\frac{(x-2)\cancel{(x-3)}}{\cancel{x-3}} = 1,$$

$$x - 2 = 1$$

$$x = 3$$

Но  $x=3$  не является корнем исходного уравнения – при  $x=3$  левая его часть превращается в выражение, не имеющее смысла. Следовательно при таком «способе решения» мы получили посторонний корень.

№ 383\* (а)

Решить уравнение  $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} = \frac{1}{4}$ ;

Решен

ие  $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} = \frac{1}{4}$ ;

$$\frac{\frac{1}{\underbrace{4(x+2)}}}{x(x+1)} + \frac{\frac{1}{\underbrace{4x}}}{(x+1)(x+2)} - \frac{1}{\underbrace{x(x+1)(x+2)}} = 0;$$

$$\frac{4x + 8 + 4x - x(x^2 + 2x + x + 2)}{4x(x+1)(x+2)} = 0$$

№ 383\* (а)

Решить уравнение  $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} = \frac{1}{4}$ ;

Решение

(продолжение)  

$$\frac{\cancel{4x+8} + \cancel{4x} - x(x^2 + 2x + x + 2)}{4x(x+1)(x+2)} = 0$$

$$\frac{8x + 8 - x^3 - 2x^2 - x^2 - 2x}{4x(x+1)(x+2)} = 0$$

$$\frac{-x^3 - 3x^2 + 6x + 8}{4x(x+1)(x+2)} = 0$$

№ 383\* (а)

Решить уравнение  $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} = \frac{1}{4}$ ;

Решение

(продолжение)

$$\frac{-x^3 - 3x^2 + 6x + 8}{4x(x+1)(x+2)} = 0$$

$$\frac{(2^3 - x^3) + (6x - 3x^2)}{4x(x+1)(x+2)} = 0$$

$$\frac{(2-x)(4+2x+x^2) + 3x(2-x)}{4x(x+1)(x+2)} = 0$$

**№ 383\* (a)**

Решить уравнение  $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} = \frac{1}{4}$ ;

**Решение**

**(продолжение)**

$$\frac{(2-x)(4+2x+x^2) + 3x(2-x)}{4x(x+1)(x+2)} = 0$$

$$\frac{(2-x)(4+2x+x^2+3x)}{4x(x+1)(x+2)} = 0$$

$$\frac{(2-x)(x^2+5x+4)}{4x(x+1)(x+2)} = 0$$

№ 383\* (а)

Решить уравнение  $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} = \frac{1}{4}$ ;

Решение

(продолжение)

$$\frac{(2-x)(x^2 + 5x + 4)}{4x(x+1)(x+2)} = 0$$

$$(2-x)(x^2 + 5x + 4) = 0$$

$$2-x=0$$

$$x_1 = 2;$$

$$x^2 + 5x + 4 = 0$$

$$D = 25 - 16 > 0$$

по теореме обратной теореме Виета, имеем:

$$x_2 = -4; x_3 = -1.$$

**№ 383<sup>\*</sup> (а)**

Решить уравнение  $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} = \frac{1}{4}$ ;

**Решение****(продолжение)**

$$\frac{(2-x)(x^2+5x+4)}{4x(x+1)(x+2)} = 0$$

Проверим удовлетворяют ли  $x_1 = 2$ ;  $x_2 = -4$ ;  $x_3 = -1$ .  
знаменателю алгебраической дроби

$x_3 = -1$  обращают знаменатель в нуль, следовательно он исключается.

а  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = -4$  не обращают знаменатель в нуль.

ОТВЕТ: -4; 2