



Гимназия №148 имени Сервантеса

***Сравнение арифметической и
геометрической прогрессий***

Алгебра 9 класс

Учитель Киреева В.И.

Техническая поддержка Бутман А. С.

Данная презентация предназначена для поддержки учебного процесса. Она одновременно является источником информации и средством привлечения внимания.

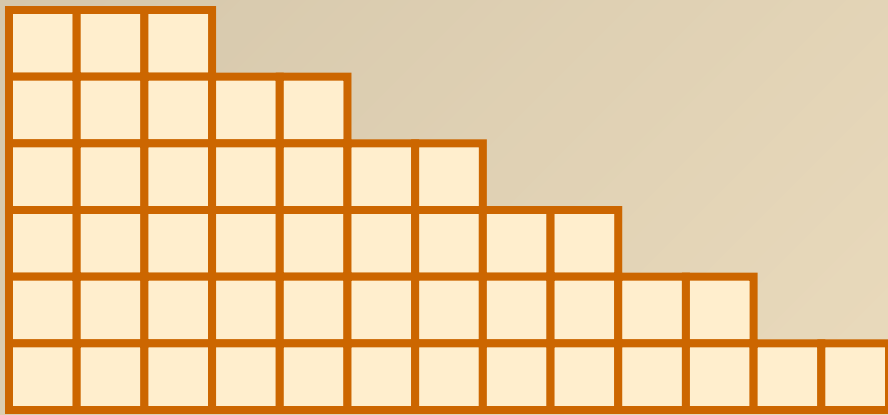
Каждый слайд рассматривается как продолжение предыдущего. Учитель имеет возможность проиллюстрировать с помощью презентации сходства и различия арифметической и геометрической прогрессий на достаточном количестве примеров, вывести характеристические свойства обеих прогрессий, показать на графиках скорость роста каждой из них.

Данная презентация может быть использована для самостоятельного изучения темы.

Сравнение - сопоставление объектов с целью выявления черт **сходства** и **различия** между ними. Суждения, выражающие результат сравнения, служат цели раскрытия содержания понятий сравниваемых объектов.

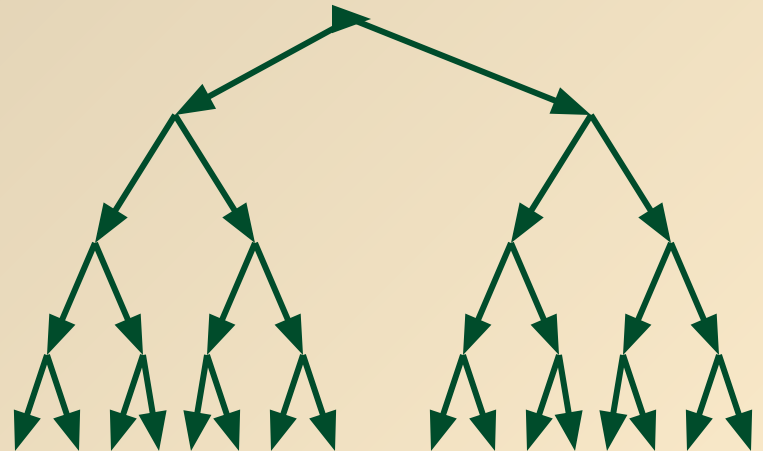
/философский словарь/

Рабочий выложил плитку следующим образом: в первый ряд он положил 3 плитки, во второй 5, и так далее, увеличивая каждый ряд на 2 плитки. Сколько плиток в 7 ряду?



3,5,7,9,11,13,15

В благоприятных условиях бактерии размножаются так, что за одну минуту каждая делится на две. Указать количество бактерий, рожденных одной бактерией за 7 минут.



1,2,4,8,16,32,64

**Сравните между собой последовательности,
по общим свойствам разделите их на группы**

1) 3, 5, 7, 9, 11, ...

2) 4, 8, 16, 32, ...

3) -1, 2, -4, 8, -16, ...

4) 10, 9, 8, 7

5) 6, 2, $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{9}$, ... $\frac{2}{27}$

6) 2, 5, 8, 11, ...

7) 4, -2, 1, - $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, ...

1 группа: 1) 4) 6)

Каждый следующий член последовательности получается прибавлением к предыдущему одного и того же числа.

2 группа: 2) 3) 5) 7)

Каждый следующий член последовательности получается из предыдущего умножением на одно и то же число.

Арифметическая прогрессия:

последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с одним и тем же числом.

$$\div (a_n)$$

$$\boxed{a_{n+1} = a_n + d} \quad , d - \text{разность прогрессии}$$

$$d = a_{n+1} - a_n$$

Геометрическая прогрессия:

последовательность чисел, отличных от нуля, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, умноженному на одно и то же число, не равное нулю.

$$\ddot{\div} (b_n)$$

$$\boxed{b_{n+1} = b_n \cdot q} \quad , q - \text{знаменатель прогрессии}$$

$$q = \frac{b_{n+1}}{b_n}, q \neq 0$$

Формула n -го члена

Арифметическая прогрессия

$$a_{n+1} = a_n + d$$

$$a_1$$

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_3 = a_2 + d = (a_1 + d) + d = a_1 + 2d$$

$$a_4 = a_3 + d = (a_1 + 2d) + d = a_1 + 3d$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

Геометрическая прогрессия

$$b_{n+1} = b_n \cdot q$$

$$b_1$$

$$b_2 = b_1 \cdot q$$

$$b_3 = b_2 \cdot q = (b_1 \cdot q) \cdot q = b_1 \cdot q^2$$

$$b_4 = b_3 \cdot q = (b_1 \cdot q^2) \cdot q = b_1 \cdot q^3$$

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

Арифметическая прогрессия

Дано: 3; 5; 7; 9; ...

Найти: $a_{20}=?$

Решение:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_1=3; \quad d=2; \quad n=20$$

$$a_{20}=3+(20-1) \cdot 2=3+19 \cdot 2=41$$

Ответ: $a_{20}=41$

Геометрическая прогрессия

Дано: \dots (b_n),

$$b_3=18, \quad b_6=-486$$

Найти: $b_1=?$ $q=?$

Решение: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$

$$\begin{cases} 18 = b_1 \cdot q^2 \\ -486 = b_1 \cdot q^5 \end{cases}$$

$$q^3 = -27 \quad q = -3$$

$$b_1 = 18 : 9 \quad b_1 = 2$$

Ответ: $b_1=2$; $q=-3$

Задача: Известны телевизионные интеллектуальные игры, где за верные ответы участнику по определенным правилам начисляется выигрыш:

1) условие

1 500р

2 1000р

3 1500р

4 2000р

5 2500р

$a_1=500; d=500$

2) условие

1 500р

2 1000р

3 2000р

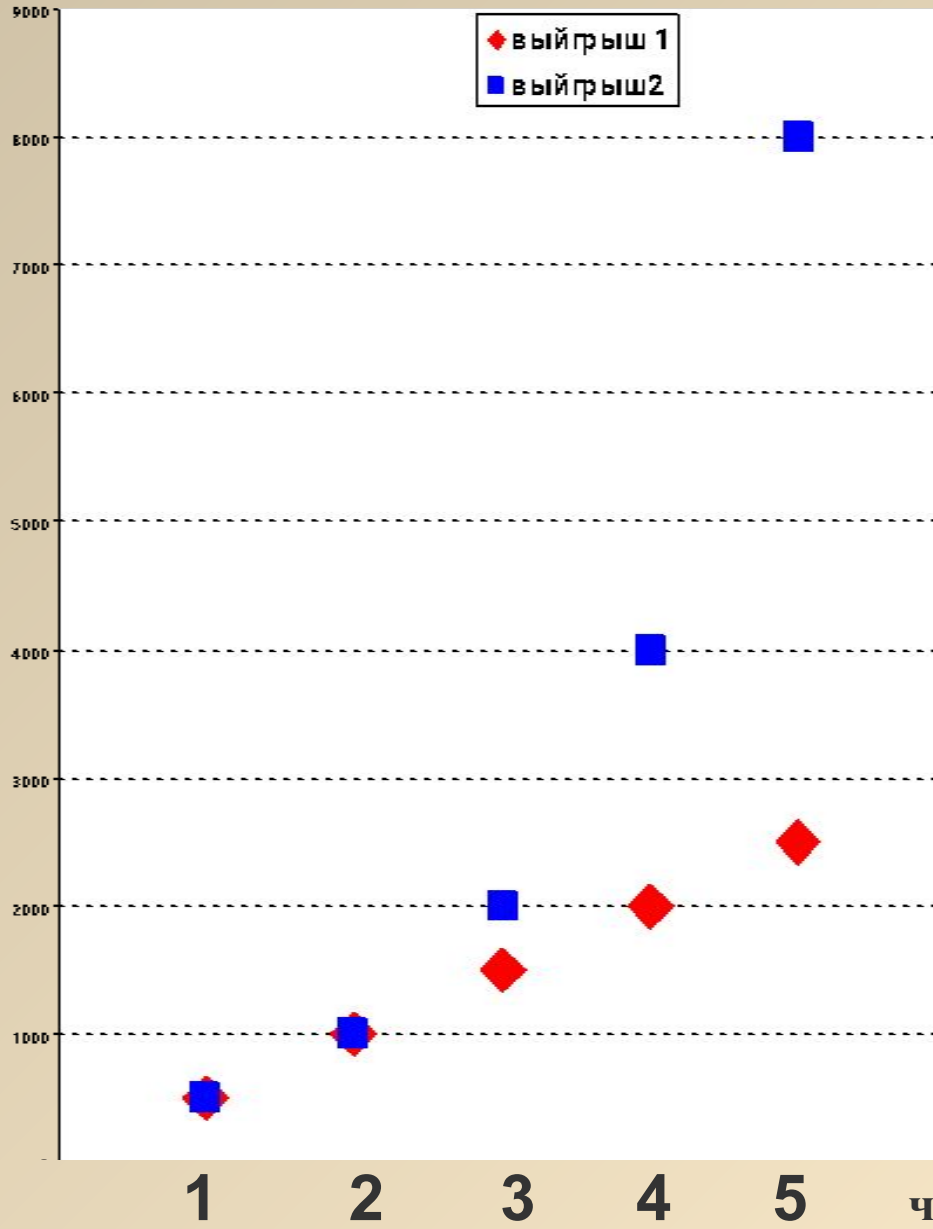
4 4000р

5 8000р

$b_1=500; q=2$

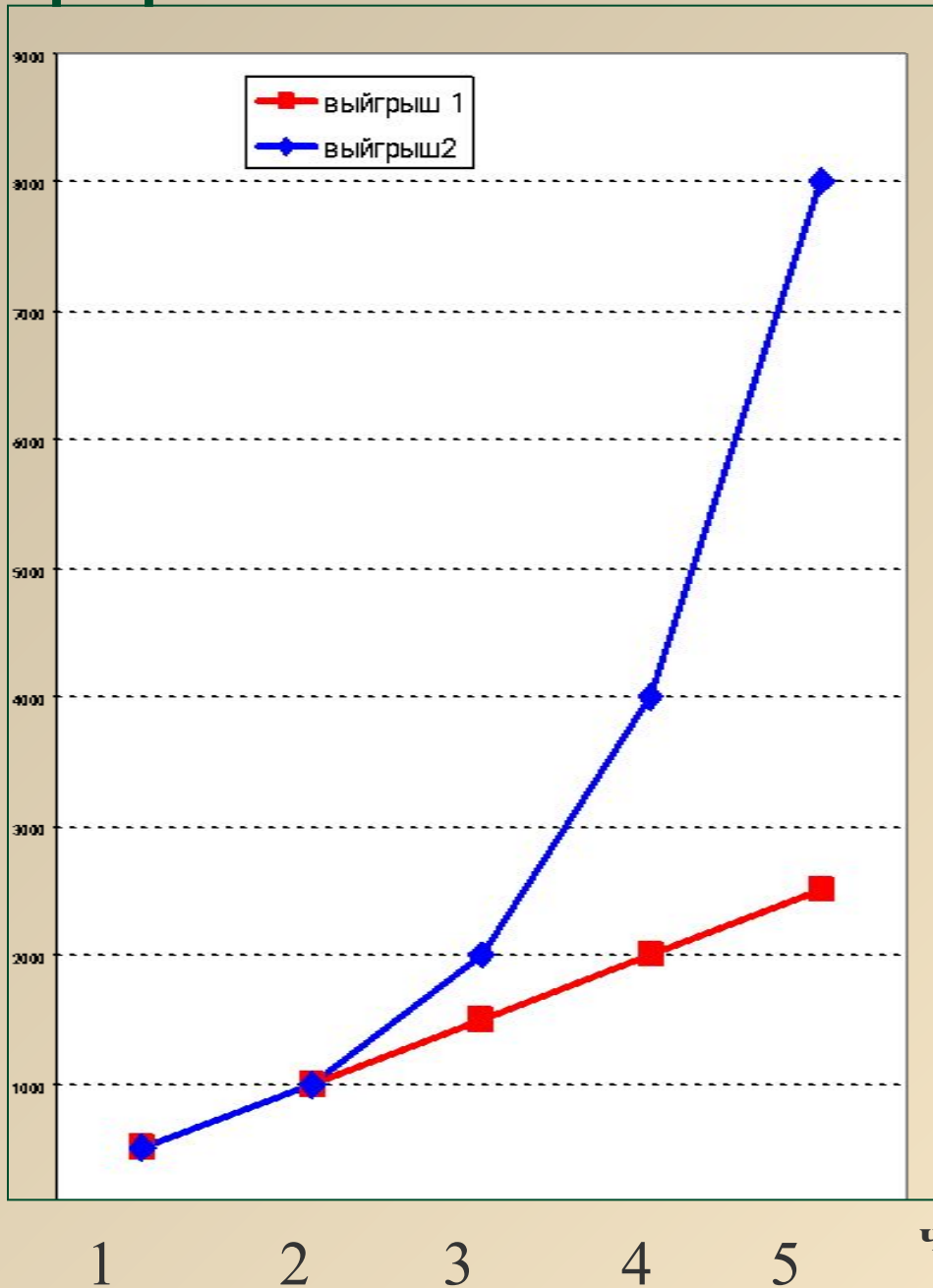
Точечная диаграмма

сумма в рублях



График

сумма в рублях



Разность двух рядом стоящих членов остается одна и та же, вследствие чего члены прогрессии возрастают равномерно. Все точки лежат на одной прямой => прогрессия может быть задана формулой

$$a_n = kn + b,$$

где $k=d, b= a_1 - d$

График



Разность двух рядом стоящих членов на каждом следующем шаге возрастает, вследствие чего скорость роста геометрической прогрессии все время увеличивается и точки, соответствующие её членам резко уходят «вверх». Все они лежат на кривой, которая называется экспонента.

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

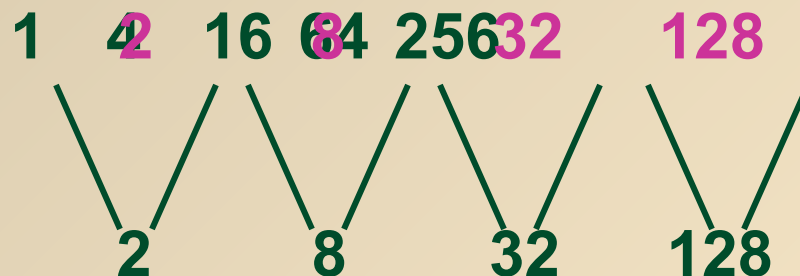
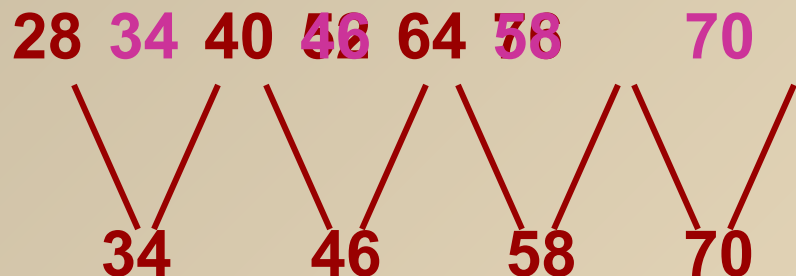
Арифметическая прогрессия

Геометрическая прогрессия

Характеристическое свойство

÷ 28, 34, 40, 46, 52, 58, 64, 70 ...

÷÷ 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, ...



Вставьте между каждыми двумя членами верхнего ряда их среднее арифметическое.

Вставьте между каждыми двумя членами верхнего ряда их среднее геометрическое.

$$a_k = \frac{a_{k-1} + a_{k+1}}{2}$$

$$a_k = \frac{a_{k-m} + a_{k+m}}{2}$$

$$b_k = \sqrt{b_{k-1} \cdot b_{k+1}}$$

$$b_k = \sqrt{b_{k-m} \cdot b_{k+m}}$$

Индийский царь Шерам призвал к себе изобретателя шахмат, ученого Сету, и предложил, чтобы он сам выбрал себе награду за создание интересной и мудрой игры. Царя изумила скромность просьбы, услышанной им от изобретателя: тот попросил выдать ему за первую клетку шахматной доски одно пшеничное зерно, за вторую - два, за третью - еще в два раза больше и т.д. Сколько зерен должен получить изобретатель шахмат?

1 кл. – 1

2 кл. - 2

3 кл. - 4

35 кл. - 17 179 869 184

64 кл.- 9 223 372 036 854 775 808

Общее число зерен: 18 446 744 073 709 551 615

Масса такого числа зерен больше триллиона тонн. Это заведомо превосходит количество пшеницы, собранной человечеством до настоящего времени.



Спасибо за урок