Коло і круг

Старікова Є.О.

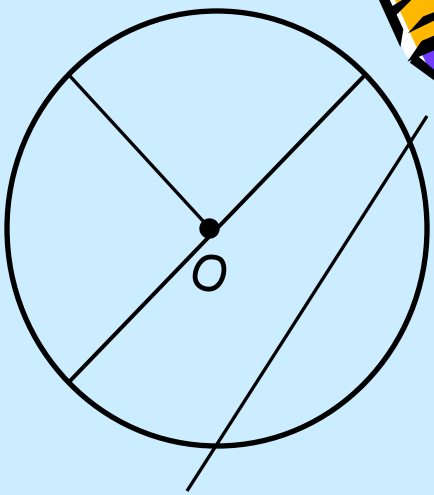
Колом називається геометричне місце точок площини, рівновіддалених від заданої точки.

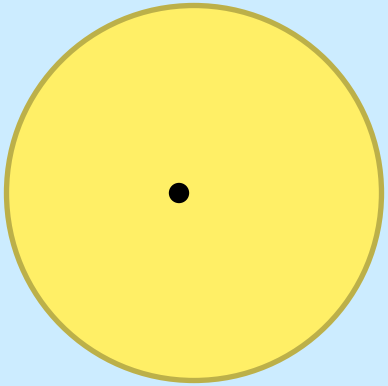
Радіус – це відрізок, який сполучає довільну точку кола з центром кола.

Хорда – це відрізок, який сполучає дві довільні точки кола.

Діаметр – хорда, що проходить через центр кола.

Кругом називають геометричне місце точок, відстань від яких до заданої точки не більша за дане число.



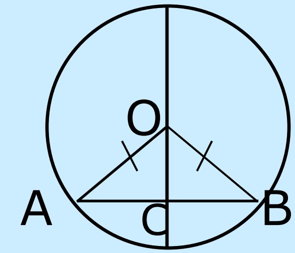


Нехай АВ – хорда кола, ОС ⊥ АВ. Доведемо, що С – середина АВ.

Доведення.

Трикутник АОВ – рівнобедрений, бо його сторона ОА і ОВ є радіусами кола. ОС – висота рівноб. трикутника АОВ, тоді вона є його медіаною, і АС=СВ.

Отже, діаметр кола, перпендикулярний до хорди, ділить її навпіл.

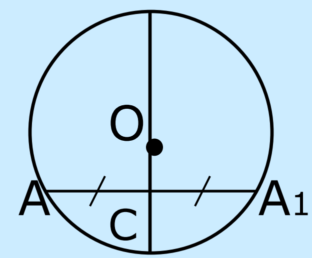


Наслідок.

Будь – який діаметр кола є його віссю симетрії.

Наслідок.

Рівні хорди рівновіддалені від центра кола.

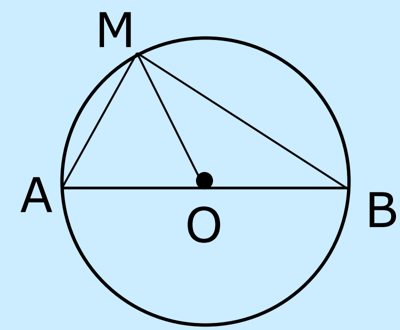


- Нехай АВ – діаметр кола, М – довільна точка, яка не збігається з точками А і В. Доведемо, що $\angle$ АМВ=90°

Доведення.

ОА=ОМ=ОВ як радіуси кола. Тоді трикутники АОМ і ВОМ – рівнобедрені. За властивістю рівнобедрених трикутників: $\angle$ ОМА = = $\angle$ А і $\angle$ ОМВ=$\angle$ В.

$\angle$ АМВ =$\angle$ А+$\angle$ В. Сума кутів трикутника АМВ дорівнює 180°. Маємо 180° =2$\angle$ А+2$\angle$ В. Тоді $\angle$ АМВ = $\angle$ А + $\angle$ В=180°:2=90°

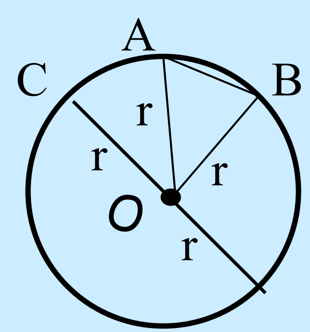


Отже, діаметр з будь – якої точки кола видно під прямим кутом.

- Нехай АВ – довільна хорда кола, а СД – довільний діаметр цього кола. Доведемо, що АВ<СД.

Доведення.

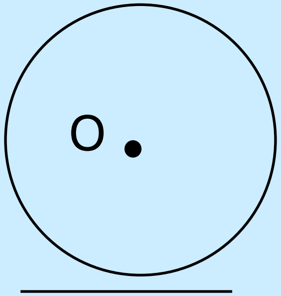
СД = 2r. У трикутнику АОВ сторони АО і ВО – радіуси кола. За нерівністю для сторін трикутника маємо: АО+ОВ>АВ



Діаметр є найбільшою з хорд.

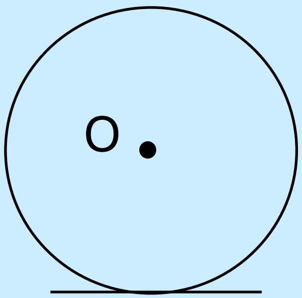
Очевидно, що відносне положення прямої і кола може бути лише таким:

- Пряма і коло не мають спільних точок – не перетинаються;



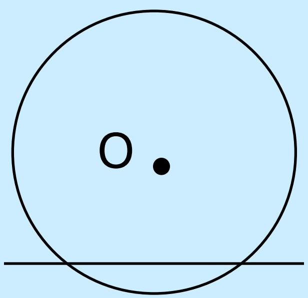
- Пряма і коло мають одну спільну точку – дотикаються;

Дотичною *називають пряму, яка має одну спільну точку з колом*

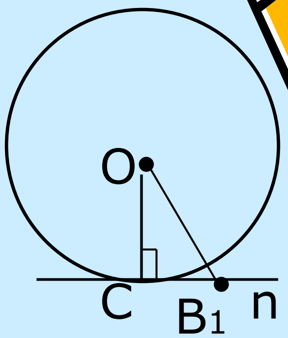


- Пряма і коло мають дві спільні точки – перетинаються;

Січною *називають пряму яка має дві спільні точки з колом*



Радіус, проведений у точку дотику, перпендикулярний до дотичної.



Доведення.

Нехай точка C – єдина спільна точка кола і прямої n.

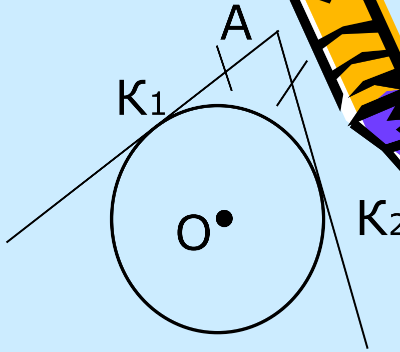
Тоді OC=R. Будь-яка інша точка A прямої n лежить поза колом, і OA>R.

OC – найменший з відрізків, який сполучає т. O з точками заданої прямої. Але таким відрізком є перпендикуляр, проведений з т. O до прямої , і єдиний. Тоді OC $\perp$ n.

Наслідок.

Відстань від центра кола до дотичної дорівнює радіусу кола.

Нехай АСі $АК_2$ – дотичні до кола, точки $К_1$ і $К_2$ – точки їх дотику. Доведемо, що $АК_1 = АК_2$.



Доведення.

$ОК_1$ і $ОК_2$ - радіуси, проведені в точки дотику. Тоді $\angle ОК_1А = \angle ОК_2С = 90^\circ$.

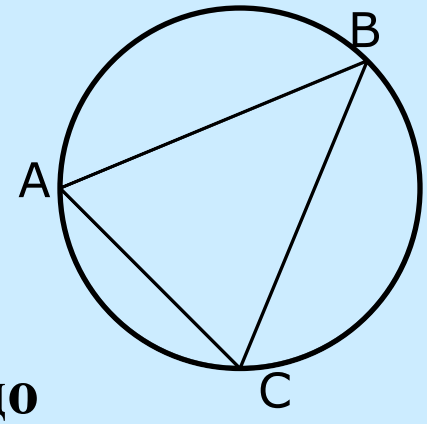
У трикутниках $АК_1О$ і $АК_2О$ сторона АО – спільна, $ОК_1 = К_2О = R$. Тоді $\Delta АК_1О = \Delta АК_2О$, і

$АК_1 = АК_2$ як сторони рівних трикутників, що лежать проти рівних кутів.

Отже, відрізки дотичних, проведених з однієї точки до кола, що обмежені цією точкою і точками дотику, рівні між собою.

Описане і вписане кола трикутника

Коло називають *описаним* навколо трикутника, якщо воно проходить через усі його вершини.



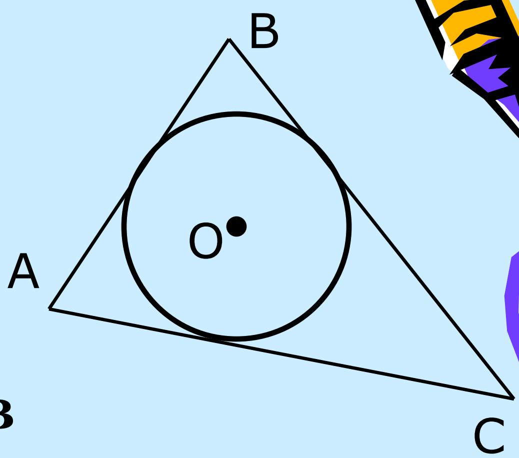
- Навколо будь – якого трикутника можна описати коло.

- Через три точки, що не лежать на одній прямій, можна провести коло і до того ж тільки одне.

- **Три серединних перпендикуляри сторін трикутника перетинаються в одній точці.**

Описане і вписане кола трикутника

Коло називають *вписаним* у трикутник, якщо воно дотикається до всіх його сторін.



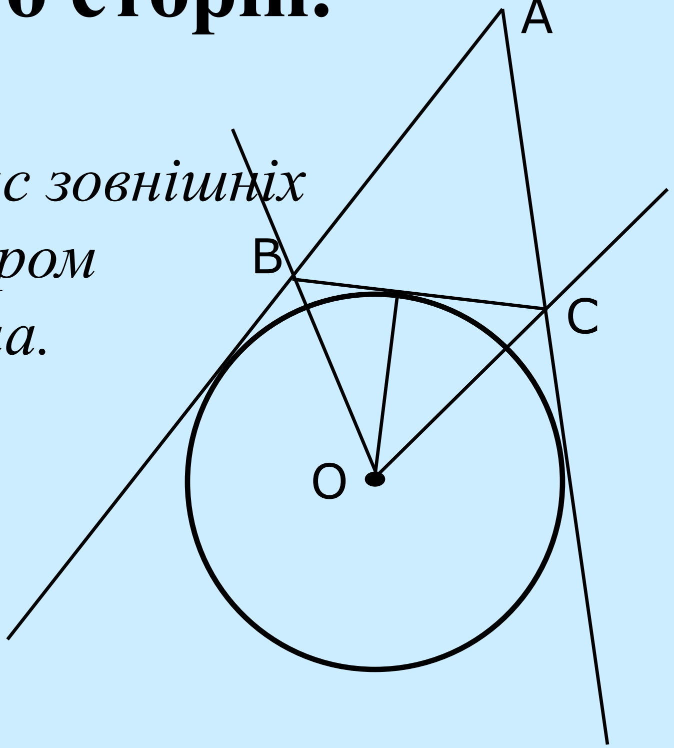
- У будь – який трикутник можна вписати коло і до того ж тільки одне.

- Бісектриси трикутника перетинаються в одній точці.

- Центр кола, вписаного в трикутник, - це точка перетину його бісектрис.

Коло називається зовнівписаним колом трикутника, якщо воно дотикається до однієї зі сторін трикутника і продовжень двох інших його сторін.

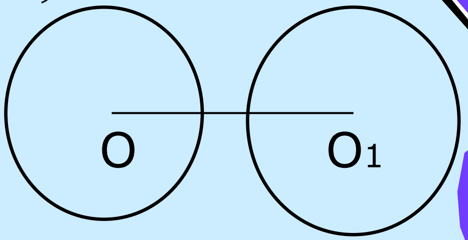
Перетин бісектрис зовнішніх кутів B і C є центром зовнівписаного кола.



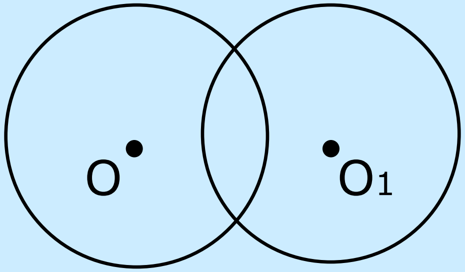
Взаємне розміщення двох кіл

- Два кола не перетинаються.

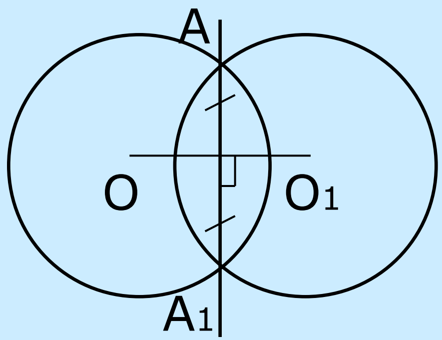
Два кола називається *концентричними*, якщо вони мають спільний центр.



- Два кола перетинаються, якщо вони мають дві спільні точки.

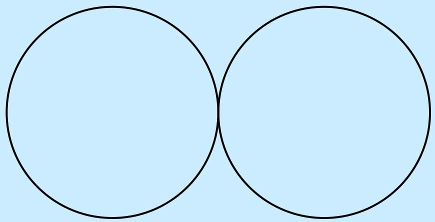


Якщо два кола мають спільні точки поза лінією центрів, то ці точки симетричні відносно лінії центрів.

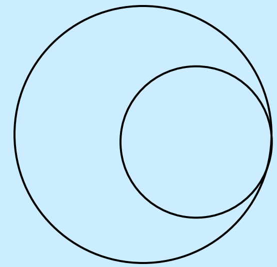


Спільна хорда двох кіл, що перетинаються, перпендикулярна до лінії центрів і ділиться нею навпіл.

- Два кола називаються дотичними, якщо вони мають одну спільну точку.



Зовнішній дотик



Внутрішній дотик

Якщо кола дотикаються, то точка дотику лежить на лінії центрів.

Два кола мають спільну дотичну в точці дотику.

Дякую за увагу