

Формула суммы n первых членов геометрической прогрессии

Методическая разработка учителя математики

МОУ Коляновская СОШ, Ивановского района, Ивановской области Опалевой ОА

Не в количестве знаний заключается образование, а в полном понимании и искусном применении всего того, что знаешь.

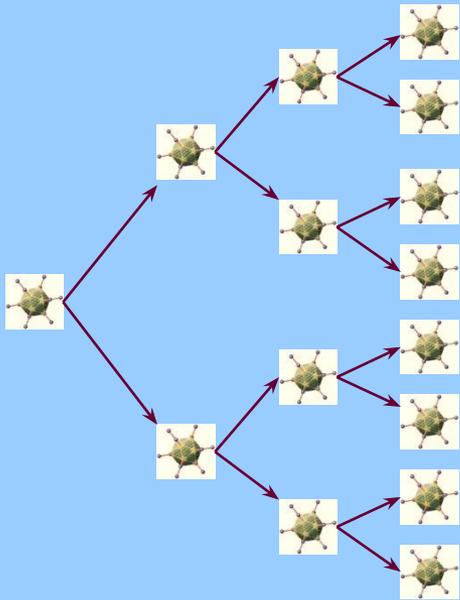
Георг Гегель



Решите устно:

В благоприятных условиях бактерии размножаются так, что на протяжении одной минуты одна из них делится на две.

- а) Сколько бактерий рождено на 3-й минуте от одной исходной?
б) Какова колония, рожденная одной бактерией за 3 минуты?



- а) на 1-ой минуте **2**
на 2-ой минуте **4**
на 3-ей минуте **8**

б) $2+4+8=$ **14**

Кому выгодна сделка?



Приходит как-то раз к одному богатому купцу мужик и предлагает сделку.

«Давай, говорит, в течение месяца я буду приносить тебе каждое утро по 100000 руб, а ты мне взамен в первый день отдашь 1 коп, а в каждый последующий в 2 раза больше. Во второй день- 2 коп, в третий- 4 коп и т.д.»

Подумал купец и подписал договор.



План исследования

1. Вычислить сумму, которую получит купец
2. Узнать сумму, которую получит мужик
3. Сравнить доходы
4. Сделать выводы

Сумма, которую получит купец

$$\begin{aligned} \text{Скупец} &= 100000\text{руб} \times 30\text{дней} = \\ &= 3000000\text{руб} \end{aligned}$$



Сумма, которую получит мужик

1-ый день-	1коп	10-ый день-	512 коп
2-ой день-	2коп	11-ый день-	1024 коп
3-ий день-	4коп	12-ый день-	2048 коп
4-ый день-	8коп	13-ый день-	4096 коп
5-ый день-	16коп	14-ый день-	8192 коп
6-ой день-	32коп	15-ый день-	16384 коп
7-ой день-	64коп	
8-ой день-	128коп		
9-ый день-	256 коп		

Путь не рациональный.

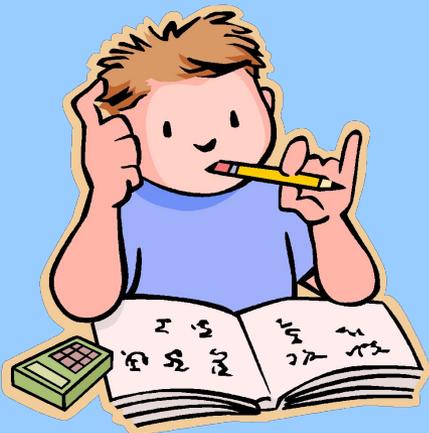
Замечаем, что каждая последующая выплата в 2 раза больше предыдущей.

Вывод

Последовательность чисел 1; 2; 4; 8; 16;...
представляет собой **геометрическую прогрессию**,
у которой $b_1=1$, $q=2$.

Следовательно, необходимо найти сумму первых
30 членов данной геометрической прогрессии.

каким образом???



Выведем формулу для вычисления этой суммы

Обозначим через S_n сумму n первых членов геометрической прогрессии.

$$S_n = b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{n-2} + b_{n-1} + b_n$$

Если $q=1$, тогда $S_n = nb_1$

Если $q \neq 1$, тогда для отыскания S_n выполним некоторые преобразования выражения $S_n q$.

$$\text{Имеем } S_n q = (b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{n-2} + b_{n-1} + b_n)q =$$

$$= b_1 q + b_2 q + b_3 q + \dots + b_{n-2} q + b_{n-1} q + b_n q =$$

$$= b_2 + b_3 + b_4 + \dots + b_{n-1} + b_n + b_n q =$$

$$= (b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{n-2} + b_{n-1} + b_n) + b_n q - b_1 =$$

$$= S_n + b_n q - b_1 =$$

$$= S_n + (b_1 \times q^{n-1})q - b_1.$$

Итак, мы доказали, что $S_n q = S_n + (b_1 \times q^n) - b_1$

$$S_n q - S_n = (b_1 \times q^n) - b_1$$

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

Сумма, которую получит мужик

Дано:

геометрическая прогрессия

$$b_1 = 1$$

$$q = 2$$

Найти:

$$S_{30}$$

Решение:

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$S_{30} = \frac{1 \times (2^{30} - 1)}{2 - 1} = 2^{30} - 1 = 1073741824 - 1 =$$

$$= 1073741823 \text{ коп} = \mathbf{10737418 \text{ руб } 23 \text{ коп}}$$

Сравним доходы

купец получил 3000000 руб



мужик - 10737418 руб 23 коп



разница составляет **7737418 РУБ 23 КОП !!!**

Так кому выгодна эта сделка?



Задача №2

Решение: рассмотрим геометрическую прогрессию b_n , где $b_1 = 0,25$, $g = 2$, $n = 24$.

Воспользуемся формулой нахождения суммы n первых членов геометрической прогрессии

Сумма эта равна

$$S_n = \frac{b_1(g^n - 1)}{g - 1}, \quad g \neq 1.$$

$$S_{24} = \frac{\frac{1}{4}(2^{24} - 1)}{1} = \frac{1}{4}((2^6)^4 - 1) = 2^{-2}(2^{24} - 1) = 4194303 \frac{3}{4} \text{ (коп),}$$

т.е. около 42 тыс. руб.

При таких условиях не обидно дать и лошадь в придачу.



Проверь себя

1 вариант

Обязательная часть.

Дана геометрическая прогрессия

1) $b_1 = -4$, $q = 2$. Найти S_5 

2) $b_1 = 4$, $b_2 = 16$. Найти S_6 

Дополнительная часть.

3) Упростите выражение, применив формулу суммы n первых членов геометрической прогрессии:

$$1 + x + x^2 + x^3 + x^4 =$$

$$x \neq 1$$

2 вариант

Обязательная часть.

Дана геометрическая прогрессия

1) $b_1 = -9$, $q = 2$. Найти S_6

2) $b_1 = 3$, $b_2 = 9$. Найти S_5

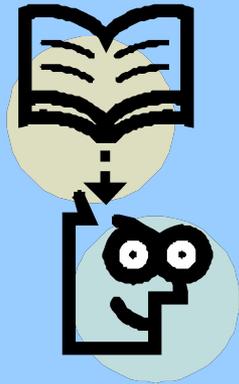
Дополнительная часть.

3) Упростите выражение, применив формулу суммы n первых членов геометрической прогрессии:

$$1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 =$$

$$x \neq 1$$





$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

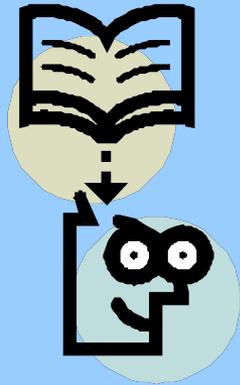
1 вариант

$$S_5 = \frac{-4(2^5 - 1)}{2 - 1} = -124$$

2 вариант

$$S_6 = \frac{-9(2^6 - 1)}{2 - 1} = -567$$





$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

1 вариант

$$q = \frac{16}{4} = 4$$

$$S_6 = \frac{4(4^6 - 1)}{4 - 1} = 5460$$

2 вариант

$$q = \frac{9}{3} = 3$$

$$S_5 = \frac{3(3^5 - 1)}{3 - 1} = 363$$



Рефлексия

Подошёл к концу наш урок. Давайте подведем итоги.

У вас у каждого на парте лежат смайлики, поднимите, пожалуйста, тот, который расскажет о вашем настроении после урока, о впечатлении от урока. Кто из вас выскажет мнение о пройденном уроке, вот фразы, с которых вы можете начать...

сегодня я узнал...

я научился...

у меня получилось ...

я смог...

меня удивило...

урок дал мне для жизни...

мне захотелось...

было интересно...

было трудно...

я выполнял задания...

я понял, что...

теперь я могу...

я научился...

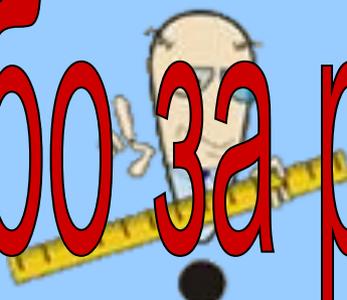
у меня получилось ...

меня удивило...

урок дал мне для жизни...

мне захотелось...

спасибо за работу



Домашняя работа:

П. 16 (2 часть)

№ 16.27(а, в)

№ 16.29 (а, в)

Творческое задание: используя задачник Л.Магницкого, интернет-ресурсы или другую литературу подобрать пример практической задачи, при решении которой требуется формула суммы n первых членов геометрической прогрессии, оформить условие и решение.

Литература, интернет-ресурсы

Алгебра.9класс.Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений/ (А.Г.Мордкович и др.);под редакцией А.Г.Мордковича.-11-е изд., стер.-М.:Мнемозина, 2009.-255 с.: ил.

<http://festival.1september.ru/articles/566227/> - задачи

[_ http://pedsovet.su/load/34-1-0-13641](http://pedsovet.su/load/34-1-0-13641)

<http://pedsovet.su/load/34-1-0-13641>_ физкультминутка

<http://images.yandex.ru/yandsearch?text=%D0%B1%D0%B0%D0%BA%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%B8%D1%8F%20%D1%80%D0%B8%D1%81%D1%83%D0%BD%D0%BE%D0%BA&stype=image>-рисунок бактерии

http://images.yandex.ru/yandsearch?text=%D1%80%D0%B8%D1%81%D1%83%D0%BD%D0%BE%D0%BA+%D0%BA%D1%83%D0%BF%D1%86%D0%B0&rpt=image&img_url=www.chitalnya.ru%2Fupload%2F433%2F6015582582913339.jpg&ed=1-рисунки



**Повторяем
за
КОЛОБКОМ!**

