ИНФОРМАТИКА

Курс лекций и практических занятий

Шеметова А.Д.
Доцент кафедры Прикладной математики

Лекция 3

Системы счисления

Определения

Система счисления – это способ записи **чисел** с помощью специальных знаков – **цифр**.

Числа: 123, 45678, 1010011, CXL

Цифры: 0, 1, 2, … I, V, X, L, …

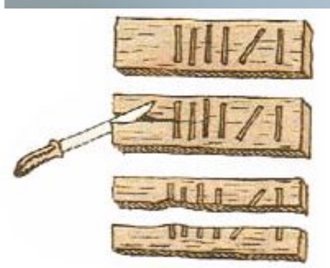
Алфавит – это набор **цифр**. {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

Типы систем счисления:

- **непозиционные** – значение цифры не зависит от ее места *(позиции)* в записи числа;
- **позиционные** – зависит…

Непозиционные системы

Унарная – одна цифра обозначает единицу (1 день, 1 камень, 1 баран, …)



Десятичная египетская система счисления:

чёрта  – 1

хомут  – 10

верёвка  – 100

лотос  – 1000

палец  – 10000

лягушка  – 100000

человек  – 1000000

Непозиционные системы

Римская система счисления:

I – 1 (палец),

V – 5 (раскрытая ладонь, 5 пальцев),

X – 10 (две ладони),

L – 50,

C – 100 (*Centum*),

D – 500 (*Demimille*),

M – 1000 (*Mille*)

Римская система счисления

Правила:

- (обычно) не ставят больше **трех** одинаковых цифр подряд
- если **младшая** цифра (только **одна**!) стоит слева от старш
  она вычитается из суммы (*частично* непозиционная!)

Примеры:

2389 = 2000 + 300 + 80 + 9

MM CCC LXXX IX

2389 = M M C C C L X X X I X

Римская система счисления

Недостатки:

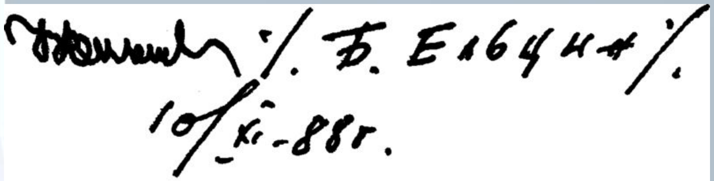
для записи **больших чисел** (>3999) надо вводить новые знаки-цифры (**V, X, L, C, D, M**)

как записать дробные числа?

как выполнять арифметические действ

CCCLIX + CLXXIV =?

Где используется:




ГЛАВА V.

Изслѣдованіе истоковъ Желтой рѣки. (прод.).

Свѣдѣнія о тангутахъ камъ и голыкъ. — Нашъ обратный путь. — Охота за горными баранами. — Опасная случайность. — Вновь на тибетскомъ плато. — Мѣстность по р. Джагынъ-голъ. — Развѣдочныя

Славянская система счисления

алфавитная система счисления (непозиционная)

Это интересно! Первая система счисления

Египетская система счисления — непозиционная система счисления, которая употреблялась в Древнем Египте вплоть до начала X века н.э.
В этой системе цифрами являлись иероглифические символы; они обозначали числа 1, 10, 100 и т. д. до миллиона.

Числа, не являющиеся степенью 10, записывались путём повторения этих цифр. Каждая цифра могла повторяться от 1 до 9 раз. Например, число 345 обозначалось следующим образом:

Фиксированного направления записи чисел не существовало: они могли записываться справа налево или слева направо и даже вертикально.

1 — Каждая единица изображалась отдельной палочкой

10 — Такими путами египтяне связывали коров

100 — Это мерная веревка, которой измеряли земельные участки после разлива Нила.

1000  Цветок лотоса

10000  Поднятый палец - будь внимателен

100 000  головастик

1 000 000 

Увидев такое число, обычный человек очень удивится и воздевет руки к небу

10 000 000 

Египтяне поклонялись богу Ра, богу Солнца и, наверное, так изображали самое большое свое число

Позиционные системы

Позиционная система: значение цифры определяется ее позицией в записи числа.

Десятичная система:

первоначально – счет на пальцах

изобретена в Индии, заимствована арабами, завезена в Европу

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Основание (количество цифр): **10**

сотни десятки единицы

2 1 0 **разряды**

$$378 = 3\cdot10^2 + 7\cdot10^1 + 8\cdot10^0$$

300 70 8

Другие позиционные системы:

- **двоичная**, восьмеричная, **шестнадцатеричная** (информатика)
- двенадцатеричная (1 фут = 12 дюймов, 1 шиллинг = 12 пенсов)
- двадцатеричная (1 франк = 20 су)
- шестидесятеричная (1 минута = 60 секунд, 1 час = 60 минут)

Соответствие цифр некоторых систем счисления

Основание системы счисления	2	8	10	16
Зеленые ячейки — цифры системы счисления, желтые - числа.	0	0	0	0
	1	1	1	1
	10	2	2	2
	11	3	3	3
	100	4	4	4
	101	5	5	5
	110	6	6	6
	111	7	7	7
	1000	10	8	8
	1001	11	9	9
	1010	12	10	A
	1011	13	11	B
	1100	14	12	C
	1101	15	13	D
	1110	16	14	E
	1111	17	15	F

Перевод целых чисел

Двоичная система:

Алфавит: 0, 1

Основание (количество цифр): **2**

10 → 2

19 | 2
18 | 9 | 2
1 | 8 | 4 | 2
1 | 4 | 2 | 2
0 | 2 | 1 | 2
0 | 0 | 0
1

$$19 = 10011_2$$

2 → 10

4 3 2 1 0 **разряды**

$$10011_2 = 1\cdot 2^4 + \cancel{0\cdot 2^3} + \cancel{0\cdot 2^2} + 1\cdot 2^1 + 1\cdot 2^0$$

$$= 16 + 2 + 1 = 19$$

Перевод дробных чисел

10 → 2

$$0,375 = 0,011_2$$

$$\begin{array}{r} 0,375 \\ \times \quad 2 \\ \hline \boxed{0},750 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,75 \\ \times \quad 2 \\ \hline \boxed{1},50 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,5 \\ \times \quad 2 \\ \hline \boxed{1},0 \end{array}$$

$0,7 = ?$

$0,7 = 0,1\mathbf{0110}0110\ldots$

$= 0,1(0110)_2$

2 → 10

2 1 0 -1 -2 -3

$$101,011_2 = 1\cdot 2^2 + 1\cdot 2^0 + 1\cdot 2^{-2} + 1\cdot 2^{-3}$$

$$= 4 + 1 + 0,25 + 0,125 = 5,375$$

Арифметические операции

сложение

$0+0=0 \quad 0+1=1$

$1+0=1 \quad 1+1=10_2$

$1+1+1=11_2$

вычитание

$0-0=0 \quad 1-1=0$

$1-0=1 \quad 10_2-1=1$

$$
\begin{array}{r}
11111 \\
10110_2 \\
+\ 111011_2 \\
\hline
1010001_2
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r}
\cdot\cdot \\
1000101_2 \\
-\ 11011_2 \\
\hline
0101010_2
\end{array}
$$

Арифметические операции

умножение

$$
\begin{array}{r}
10101_2 \\
\times \quad 101_2 \\
\hline
10101_2 \\
+\,10101_2 \quad \\
\hline
\boxed{1101001_2}
\end{array}
$$

деление

$$
\begin{array}{r|l}
10101_2 & 111_2 \\
\cline{2-2}
-\;111_2 \quad & \boxed{11_2} \\
\cline{1-1}
111_2 & \\
-\,111_2 & \\
\cline{1-1}
0 &
\end{array}
$$

Плюсы и минусы двоичной системы

+

- нужны устройства только с **двумя устойчивыми состояниями** (есть ток — нет тока, намагничен — не намагничен и т.п.);
- **надежность** и помехоустойчивость двоичных кодов
- выполнение операций с двоичными числами для компьютера намного проще, чем с десятичными

−

- двоичные числа имеют **много разрядов;**
- запись числа в двоичной системе **однородна**, то есть содержит только нули и единицы; поэтому человеку сложно ее воспринимать.

Двоично-десятичная система

BCD = ***binary coded decimals*** (десятичные цифры в двоичном коде)

10 → BCD

$$9024{,}19 = 1001\ 0000\ 0010\ 0100,\ 0001\ 1001_{BCD}$$

9 0 2 4 , 1 9

BCD → 10

$$1\ \ 0101\ \ 0011,\ \ 0111\ \ 1_{BCD} =$$

$$0001\ 0101\ 0011,\ 0111\ 1000_{BCD} = 153{,}78$$

Запись числа в BCD не совпадает с двоичной!

$$10101{,}1_{BCD} = 15{,}8$$

$$10101{,}1_{2} = 16 + 4 + 1 + 0{,}5 = 21{,}5$$

Восьмеричная система

Основание (количество цифр): **8**

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

10 → 8

$$
\begin{array}{r|l}
101 & 8 \\
\underline{96} & \\
\boxed{5} & \begin{array}{r|l} 12 & 8 \\ \underline{8} & \\ \boxed{4} & \begin{array}{r|l} 1 & 8 \\ \underline{0} & 0 \\ \boxed{1} & \end{array} \end{array}
\end{array}
$$

$$101 = 145_8$$

система счисления

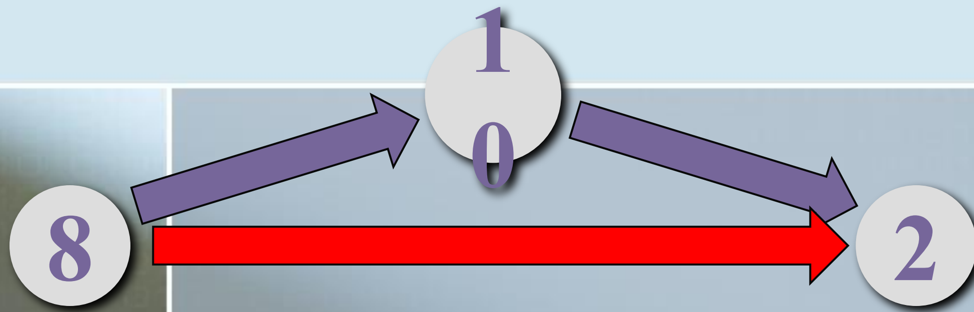
8 → 10

2 1 0 **разряды**

$$145_8 = 1\cdot 8^2 + 4\cdot 8^1 + 5\cdot 8^0$$

$$= 64 + 32 + 5 = 101$$

Перевод в двоичную и обратно



- трудоемко
- 2 действия

$$8 = 2^3$$

Каждая восьмеричная цифра может быть записана как три двоичных (*триада*)!

$$1725_8 = \underbrace{001}_{1}\;\;\underbrace{111}_{7}\;\;\underbrace{010}_{2}\;\;\underbrace{101}_{5}\,{}_2$$

Перевод из двоичной системы

$$1001011101111_2$$

Шаг 1. Разбить на триады, начиная справа:

$$001\ 001\ 011\ 101\ 111_2$$

Шаг 2. Каждую триаду записать одной восьмеричной цифрой:

$$001\ 001\ 011\ 101\ 111_2$$

1 1 3 5 7

Ответ: $1001011101111_2 = 11357_8$

Шестнадцатеричная система

Основание (количество цифр): **16**

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, **A**, **B**, **C**, **D**, **E**, **F**

10 11 12 13 14 15

10 → 16

$$\begin{array}{r|l} 107 & 16 \\ \hline \underline{96} & 6 \\ 11 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 6 & 16 \\ \hline \underline{0} & 0 \\ 6 & \end{array}$$

B

$$107 = 6B_{16}$$

система счисления

16 → 10

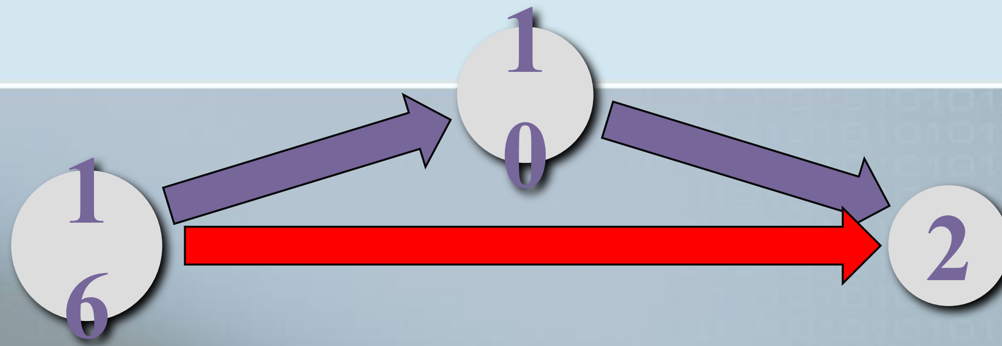
C

2 1 0 **разряды**

$$1C5_{16} = 1\cdot 16^2 + 12\cdot 16^1 + 5\cdot 16^0$$

$$= 256 + 192 + 5 = 453$$

Перевод в двоичную систему



$$16 = 2^4$$

Каждая шестнадцатеричная цифра может быть записана как четыре двоичных (*тетрада*)!

$$7F1A_{16} = \underbrace{0111}_{7}\ \underbrace{1111}_{F}\ \underbrace{0001}_{1}\ \underbrace{1010}_{A}{}_2$$

Перевод из двоичной системы

$$1001011101111_2$$

Шаг 1. Разбить на тетрады, начиная справа:

$$0001\ 0010\ 1110\ 1111_2$$

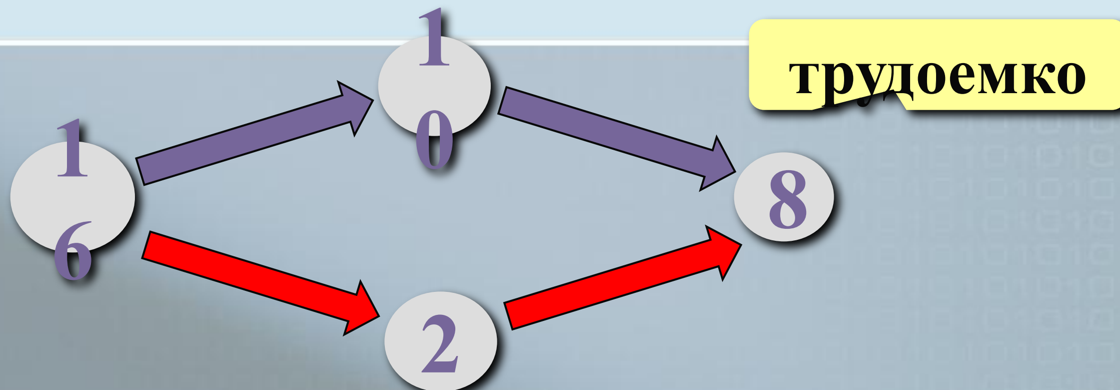
Шаг 2. Каждую тетраду записать одной шестнадцатеричной цифрой:

$$0001\ 0010\ 1110\ 1111_2$$

1 2 E F

Ответ: $1001011101111_2 = 12EF_{16}$

Перевод в восьмеричную и обратно



Шаг 1. Перевести в двоичную систему:

$$3DEA_{16} = 11\ 1101\ 1110\ 1010_2$$

Шаг 2. Разбить на триады:

$$0 11\ 110\ 111\ 101\ 010_2$$

Шаг 3. Триада – одна восьмеричная цифра:

$$3DEA_{16} = 36752_8$$

Спасибо за внимание