«Неразлучная пара» - показательная и логарифмическая функции

Работу выполнили учащиеся 11 класса МОУГ № 97:

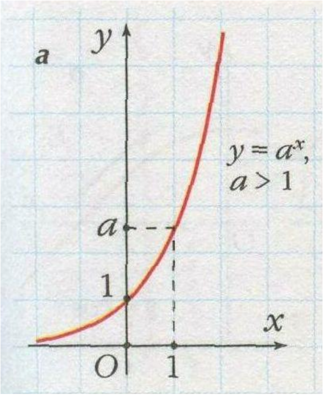
План исследования

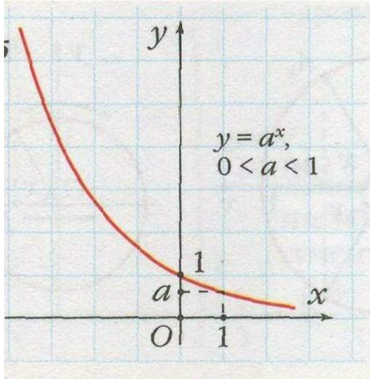
1. Область определения
2. Область значений
3. Промежутки знакопостоянства
4. Монотонность
5. Асимптоты
6. Преобразование графиков
7. Применение свойств функции

Показательная функция

$$y = a^x, a > 0, a \neq 1$$

1. *Область определения* – множество **R** *действительных чисел*
2. *Область значений* – множество $\mathbf{R_+}$ *всех положительных действительных чисел*
3. *При* ***α>1*** *функция* ***возрастает*** *на всей числовой прямой; при* ***0<α<1*** *функция* ***убывает*** *на множестве* **R**



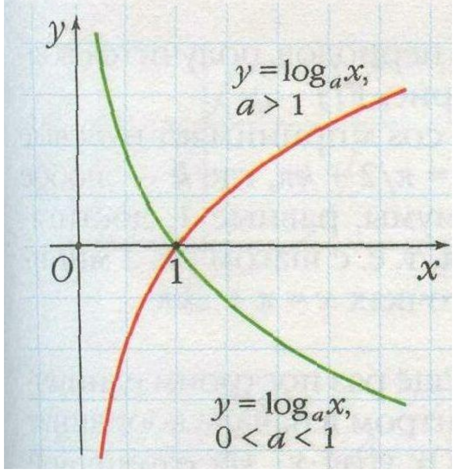


Графиком показательной функции является ***экспоненциальная кривая.***

Логарифмическая функция

$$y = \log_a x, a > 0, a \neq 1$$

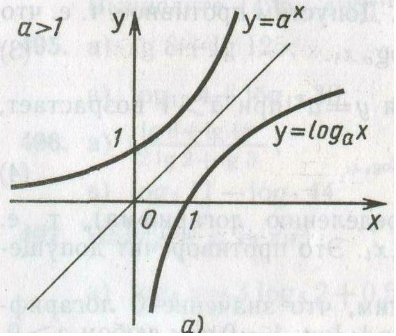
1. <u>*Область определения*</u> *логарифмической функции - множество всех положительных чисел* **R₊**....
2. <u>*Область значений*</u> *логарифмической функции – множество всех действительных чисел.*
3. *При* **a>1** *функция* ***возрастает*** *на всей области определения;* при **0<a<1** *функция* **убывает**.

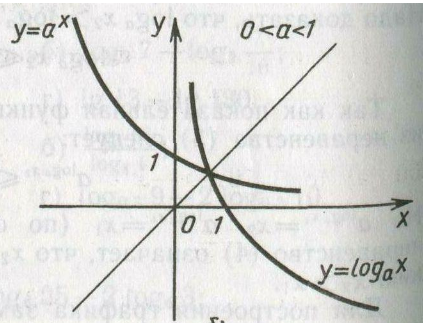


Графиком логарифмической функции является ***логарифмика.***

«Неразлучная пара»

- Графики *показательной* и *логарифмической* функций, имеющих одинаковое основание, **симметричны** относительно прямой **y=x**





Применение свойств функции к решению неравенств

$a>1$	$0<a<1$
$a^{f(x)} \le a^{g(x)} \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow f(x) \le g(x).$	$a^{f(x)} \le a^{g(x)} \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow f(x) \ge g(x).$
$\log_a f(x) \le \log_a g(x) \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \le g(x), \\ f(x) > 0. \end{cases}$	$\log_a f(x) \le \log_a g(x) \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \ge g(x), \\ g(x) > 0. \end{cases}$

Пример. *Решить неравенство* $\log_{1/7}(2x+3) < \log_{1/7}(3x-2)$.

Решение. $\log_{1/7}(2x+3) < \log_{1/7}(3x-2) \Leftrightarrow$

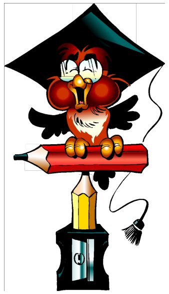
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3 > 3x-2, \\ 3x-2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<5, \\ x>\frac{2}{3}. \end{cases}$$ **Ответ:** $\left(\frac{2}{3}; 5\right)$.

Пример. *Решить неравенство* $5^{x+2} + 5^{x+1} \ge 6$.

Решение. $5^{x+2} + 5^{x+1} \ge 6 \Leftrightarrow 5 \cdot 5^{x+1} + 5^{x+1} \ge 6 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 6 \cdot 5^{x+1} \ge 6 \Leftrightarrow 5^{x+1} \ge 1 \Leftrightarrow 5^{x+1} \ge 5^0.$$

Так как основание показательной функции больше единицы, то $5^{x+1} \ge 5^0 \Leftrightarrow x+1 \ge 0 \Leftrightarrow x \ge -1$. **Ответ.** $[-1; +\infty)$.



Литература

- Математический энциклопедический словарь. М., «Советская энциклопедия», 1988
- Энциклопедический словарь юного математика. Изд.» Педагогика», 1985 г.
- А.Г.Мордкович «Алгебра и начала анализа» 10-11, «Мнемозина», 2000.
- «Математическая энциклопедия». М. Изд.»Советская энциклопедия», 1982 т.3, стр.407, т.4, стр.390
- Алгебра и математический анализ. И.Я.Виленкин, О.С.Иванов-Мусатов, С.И.Шварцбурд. М., «Просвещение», 1998
- «Алгебра и начала анализа» учебник 10-11. Под редакцией А. Н.Колмогоров, М.,»Просвещение», 1997.