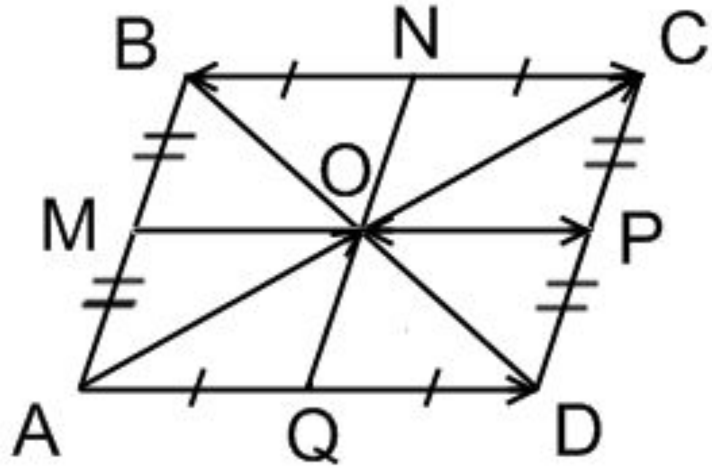
Тема: «Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам»

Устная работа



Дано:

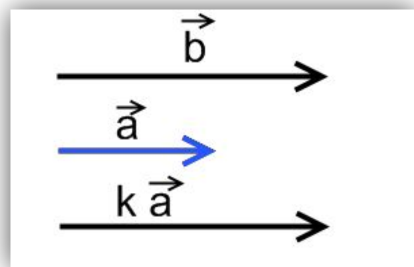
ABCD – параллелограмм;

Выразить:

1. $\overrightarrow{AC}$ через $\overrightarrow{AO}$;
2. $\overrightarrow{NC}$ через $\overrightarrow{BC}$;
3. $\overrightarrow{NB}$ через $\overrightarrow{AD}$;
4. $\overrightarrow{MP}$ через $\overrightarrow{PO}$;

Лемма: если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарны и $\vec{a} \neq \vec{0}$, то существует такое число k, что $\vec{b} = k\vec{a}$.

1-ый случай



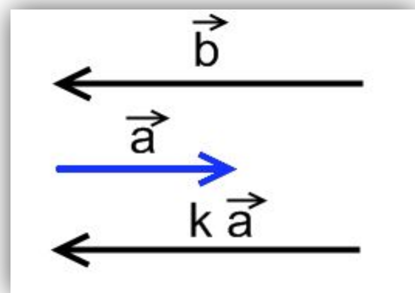
$$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}, k = \frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|}$$

т.к. $k \geq 0$, то $k\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$

$$|k\vec{a}| = |k||\vec{a}| = \frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|}|\vec{a}| = |\vec{b}|$$

Поэтому $\vec{b} = k\vec{a}$.

2-ой случай



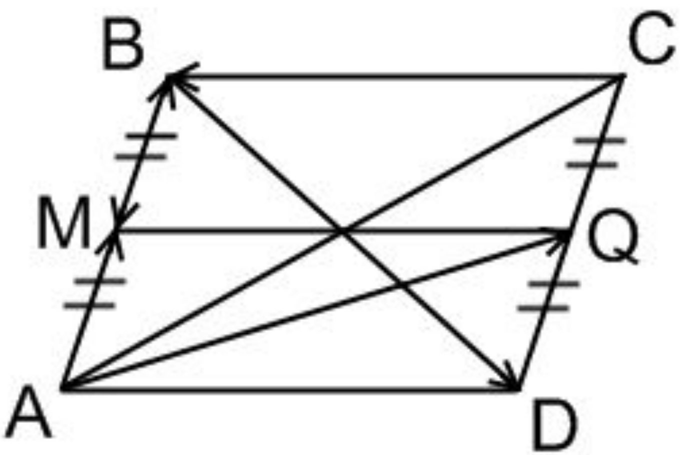
$$\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}, k = -\frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|}$$

т.к. $k < 0$, то $k\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$

$$|k\vec{a}| = |k||\vec{a}| = \frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|}|\vec{a}| = |\vec{b}|$$

Поэтому $\vec{b} = k\vec{a}$.

Устная работа



Дано:

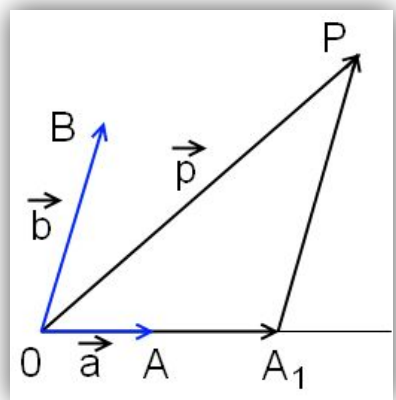
ABCD – параллелограмм;

Выразить:

1. $\overrightarrow{AC}$ через $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AD}$;
2. $\overrightarrow{AC}$ через $\overrightarrow{AM}$ и $\overrightarrow{AQ}$;
3. $\overrightarrow{BD}$ через $\overrightarrow{BN}$ и $\overrightarrow{CB}$;
4. $\overrightarrow{BC}$ через $\overrightarrow{BD}$ и $\overrightarrow{BM}$;

Если $\vec{p} = x\vec{a} + y\vec{b}$, то вектор $\vec{p}$ разложен по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$. x и y – некоторые числа.

Теорема: любой вектор можно разложить по двум данным неколлинеарным векторам, причем коэффициенты разложения определяются единственным образом.



Дано: $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Доказать:

I. $\vec{p} = x\vec{a} + y\vec{b}$;

II. x и y определяются единственным образом;

Доказательство:

I. 1) $\vec{p}$ коллинеарен $\vec{b}$, тогда по лемме $\vec{p} = y\vec{b} \Longrightarrow \vec{p} = 0\vec{a} + y\vec{b}$.

2) $\vec{p}$ не коллинеарен $\vec{a}$, $\vec{b}$. Отложим $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OP} = \vec{p}$.

$PA_1 \parallel OB$, по правилу треугольника $\vec{p} = \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{A_1P}$, но $\overrightarrow{OA_1}$ коллинеарен $\vec{a}$, $\overrightarrow{A_1P}$ коллинеарен $\vec{b}$, то $\overrightarrow{OA_1} = x\vec{a}$, $\overrightarrow{A_1P} = y\vec{b}$, тогда $\vec{p} = x\vec{a} + y\vec{b}$;

II. Пусть имеется $\vec{p} = x\vec{a} + y\vec{b}$ и $\vec{p} = x_1\vec{a} + y_1\vec{b}$,

тогда $\vec{0} = (x - x_1)\vec{a} + (y - y_1)\vec{b} \Longrightarrow x - x_1 = 0$ и $y - y_1 = 0$.

Допустим, что $x - x_1 \neq 0$, тогда $\vec{a} = -\frac{y-y_1}{x-x_1}\vec{b} \Longrightarrow \vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарны, а это противоречит условию.

Закрепление

Решить задачи №911 (а, б), 912 (б, в), 915 (по готовому чертежу), 916 (а, б).

Задание на дом

Изучить материал пункта 86; решить задачи №911 (в, г), 912 (ж, е, з), 916 (а, г).

Литература

1. Афанасьева, Т.Л. Геометрия. 9 класс: поурочные планы по учебнику Л.С. Атанасяна и др. «Геометрия 7-9 классы» / Т.Л. Афанасьева, Л.А. Талина. – Волгоград: Учитель, 2007. - 132 с.
2. Атанасян, Л.С. Геометрия, 7-9 : Учеб. Для общеобразоват. Учреждений / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. – 14-е изд. – М.: Просвещение, 2004. – 384 с.