



**Наименование дисциплины**  
**ВСП.01**  
**«Основы авиационной техники»**

Для курса 3  
6 семестр

ВУС-141100 «Применение авиационных средств РЭБ»  
ВУС-541100 Эксплуатация и ремонт бортовых авиационных средств  
радиоэлектронной борьбы»

полковник запаса Ренкавик Владимир Алексеевич



## Раздел 1

# «Основы построения объектов подавления авиационных средств радиоэлектронной борьбы»

## Тема №1

# «Основы радиотехнических методов получения и передачи информации»



## Лекция 1.3 «Метод спектрального анализа сигналов и помех»

### Вопросы:

1. Спектральный анализ детерминированных периодических сигналов.
2. Спектральный анализ детерминированных непериодических сигналов.



Исследуемый сигнал:  $s(t)$

система взаимосвязанных функций времени – базис:

$$v_0(t), v_1(t), v_2(t), \dots, v_i(t), \dots \quad (1)$$

$$\int_{t_1}^{t_2} v_i(t)v_k(t)dt = \begin{cases} 1, & i = k \\ 0, & i \neq k \end{cases} \quad (2)$$

$$[t_1, t_2] \quad s(t)$$

Обобщенный ряд Фурье:  $s(t) = \sum_{i=0}^{+\infty} c_i v_i(t)$  (3)

$$c_k = \int_{t_1}^{t_2} s(t)v_k(t)dt \quad (4)$$



Представление детерминированных сигналов в виде постоянной составляющей и суммы гармонических колебаний с кратными частотами называется **спектральным разложением**.

## 1.1. Периодические импульсные сигналы

При спектральном представлении периодических сигналов наиболее удобен ортонормированный базис гармонических функций вида:

$$\sqrt{\frac{1}{T}}, \sqrt{\frac{2}{T}} \cos \omega_1 t, \sqrt{\frac{2}{T}} \sin \omega_1 t, \dots, \sqrt{\frac{2}{T}} \cos n\omega_1 t, \sqrt{\frac{2}{T}} \sin n\omega_1 t \quad (5)$$

$$\omega_1 = 2\pi/T \text{ - частота следования импульсов периодического сигнала} \\ [-T/2, T/2]$$



Тригонометрическая форма ряда Фурье:  $s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} (a_n \cos n\omega_1 t + b_n \sin n\omega_1 t)$  (6)

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) dt$$
 (7)

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cos n\omega_1 t dt$$
 (8)

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \sin n\omega_1 t dt$$
 (9)

Составляющую с частотой  $\omega_1$  принято называть первой (основной) гармоникой

Составляющие с частотами  $n\omega_1$  ( $n \geq 1$ ) – принято называть высшими гармониками периодического сигнала

Эквивалентная форма ряда Фурье:  $s(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} A_n \cos(n\omega_1 t + \varphi_n)$  (10)

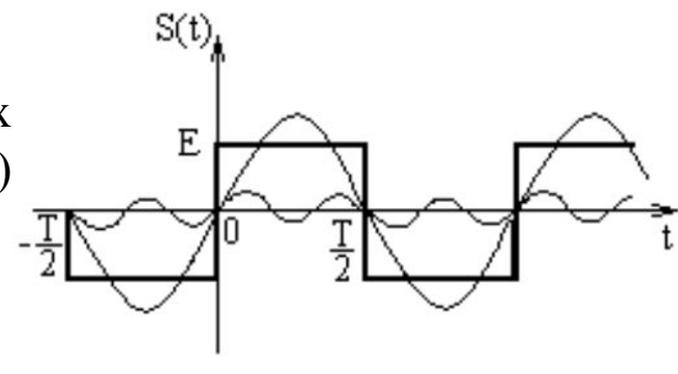
$$A_0 = a_0/2 \quad A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad \varphi_n = -\arctg(b_n / a_n)$$

Комплексная форма ряда Фурье:  $s(t) = \sum_{n=1}^{+\infty} C_n e^{jn\omega_1 t}$  (11)

$$C_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) e^{-jn\omega_1 t} dt - \text{комплексная амплитуда } n\text{-ой гармоники}$$
 (12)

## 1.2. Биполярные прямоугольные видеоимпульсы (меандр)

Рис. 1. Временная диаграмма биполярных прямоугольных импульсов (меандра)





$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \sin n\omega_1 t dt = \frac{4E}{T} \int_0^{T/2} \sin n\omega_1 t dt = \frac{4E}{nT\omega_1} \left( -\cos n\omega_1 t \right) \Big|_0^{T/2} \quad (13)$$

Учитывая, что  $\omega_1 = 2\pi/T$  получим: 
$$b_n = \frac{2E}{n\pi} (1 - \cos(n\pi)) \quad (14)$$

При  $n = 2, 4, \dots$   $b_n = 0$

При  $n = 1, 3, \dots$   $b_n = \frac{4E}{n\pi}$

В результате спектральное представление меандра будет иметь вид:

$$s(t) = \frac{4E}{\pi} \left( \sin \omega_1 t + \frac{1}{3} \sin 3\omega_1 t + \frac{1}{5} \sin 5\omega_1 t + \dots \right) \quad (15)$$

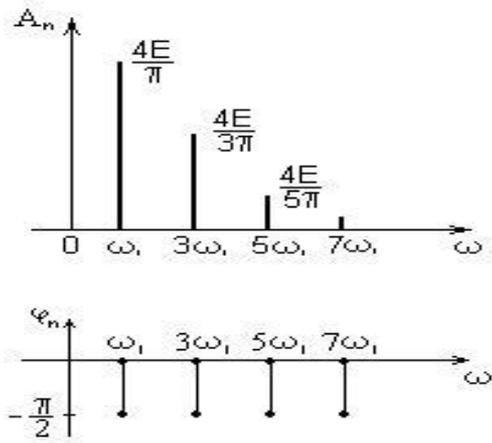


Рис. 2. Амплитудно-частотный и фазо-частотный спектр меандра

## 1.3. Последовательность униполярных прямоугольных видеоимпульсов

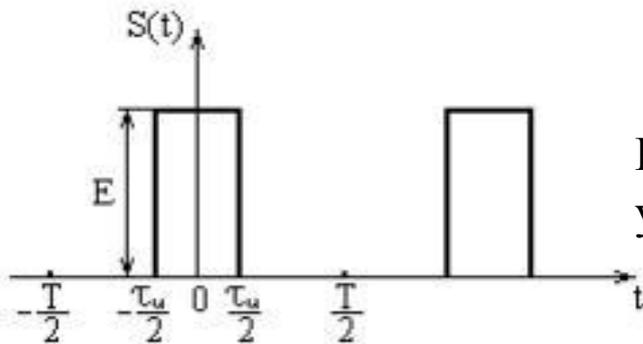


Рис. 3. Временная диаграмма последовательности униполярных прямоугольных видеоимпульсов



Амплитуды косинусоидальных составляющих:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{\tau_u}{2}}^{\frac{\tau_u}{2}} s(t) \cos n\omega_1 t dt = \frac{4E}{T} \int_0^{\frac{\tau_u}{2}} \cos\left(\frac{2\pi n}{T} t\right) dt = \frac{2E}{\pi n} \sin \frac{\pi n \tau_u}{T}$$
$$q = \frac{T}{\tau_u} \quad a_n = \frac{2E}{q} \frac{\sin\left(\frac{n\omega_1 \tau_u}{2}\right)}{\frac{n\omega_1 \tau_u}{2}} \quad (16)$$

постоянная составляющая:  $\frac{a_0}{2} = \frac{1}{T} \int_{-\frac{\tau_u}{2}}^{\frac{\tau_u}{2}} s(t) dt = \frac{\tau_u E}{T}$  (17)

сам сигнал запишется в виде:

$$s(t) = \frac{\tau_u E}{T} + \frac{2E}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi \tau_u}{T} \cos n\omega_1 t \quad (18)$$

При этом количество спектральных составляющих в одном лепестке определяется как:  $n = 2q + 1$

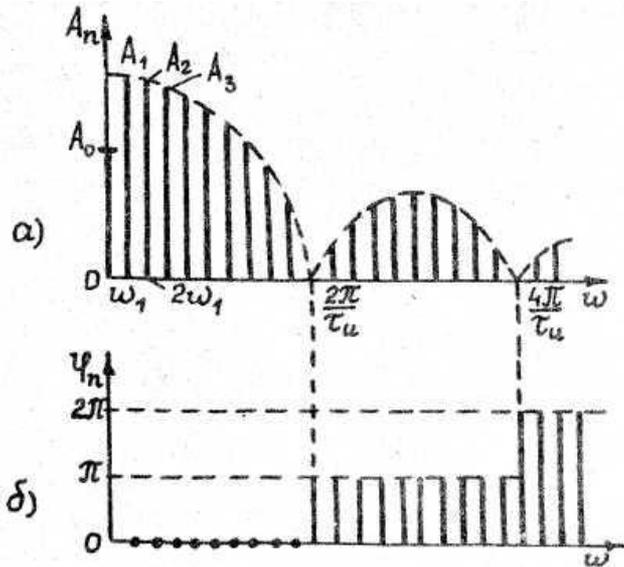


Рис. 4. Амплитудно-частотный и фазо-частотный спектр последовательности униполярных прямоугольных видеоимпульсов

Для рассматриваемого сигнала ширина спектра определяется выражением:

$$\Delta f_c \approx \frac{1}{2\tau_u} \quad (19)$$

## 2. Спектральный анализ детерминированных непериодических сигналов

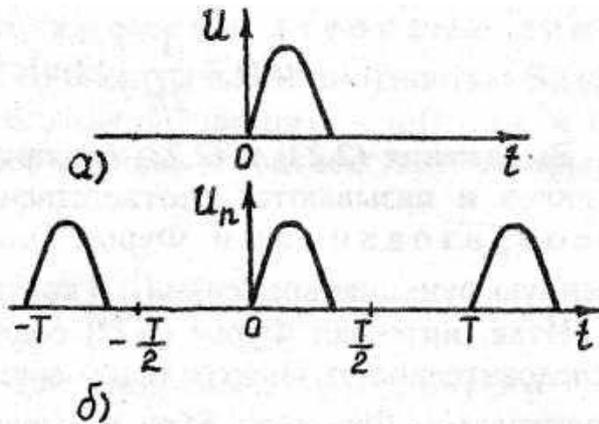


Рис. 5. Временная диаграмма  
одиночного импульса (а) и  
его периодического продолжения (б)

Сигнал описывается с помощью прямого и обратного преобразования Фурье:

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) e^{-j\omega t} dt \quad (20)$$

$$s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (21)$$

## 2.1. Одиночный прямоугольный видеоимпульс

$$U(t) = \begin{cases} U; \text{при } -\frac{\tau_u}{2} \leq t \leq \frac{\tau_u}{2} \\ 0; \text{при } t > \frac{\tau_u}{2} \text{ и } t < -\frac{\tau_u}{2} \end{cases}$$

Тогда:  $S(\omega) = \int_{-\frac{\tau_u}{2}}^{\frac{\tau_u}{2}} U e^{-j\omega t} dt$

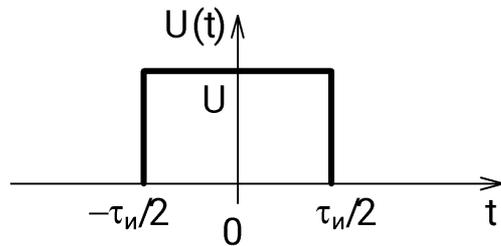


Рис. 6. Временная диаграмма одиночного прямоугольного видеоимпульса

После преобразований получим выражение:

$$S(\omega) = 2U\tau_u \frac{\sin\left(\frac{\omega\tau_u}{2}\right)}{\frac{\omega\tau_u}{2}}$$

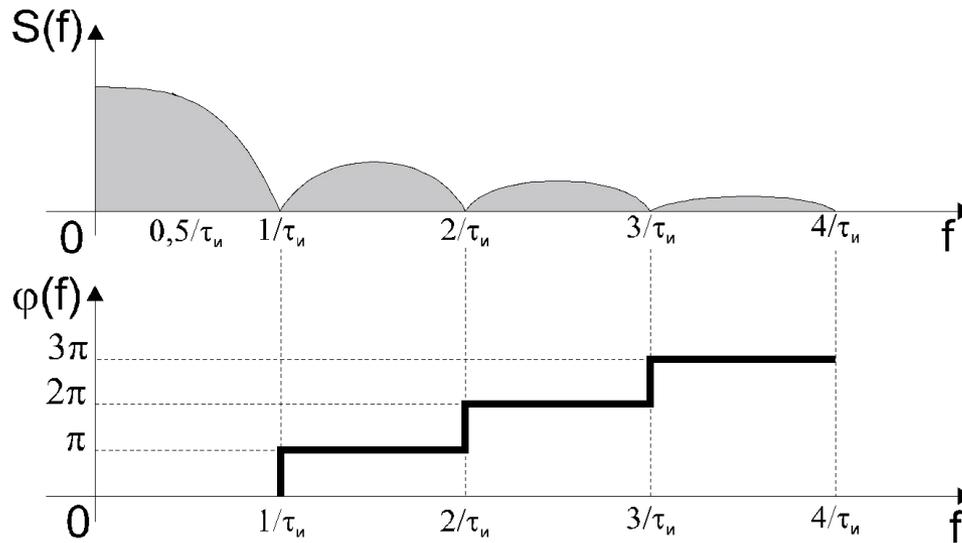


Рис. 7. Амплитудно-частотный и фазо-частотный спектры одиночного прямоугольного видеоимпульса

$$A_n = B; A \quad S(\omega) = \frac{B}{\Gamma\omega}; \frac{A}{\Gamma\omega}$$



# Задание на самостоятельную работу:

**Изучить теоретический материал, используя следующую литературу:**

[1] с. 10-15;

[5] с. 48-59; 63-74;

[3] с. 21-29.