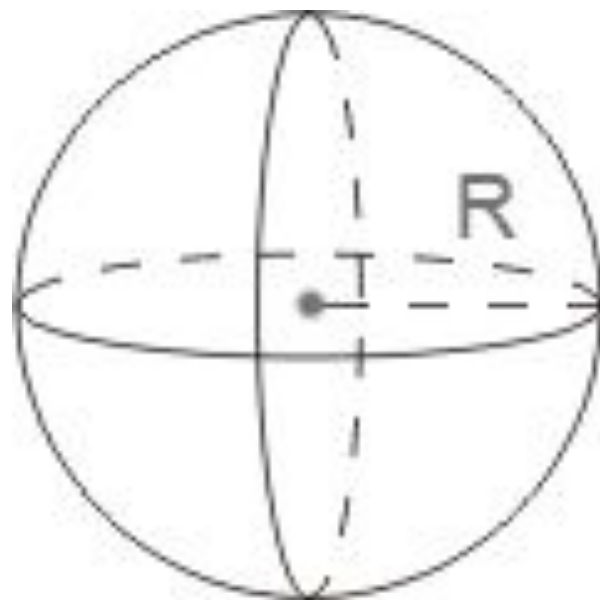
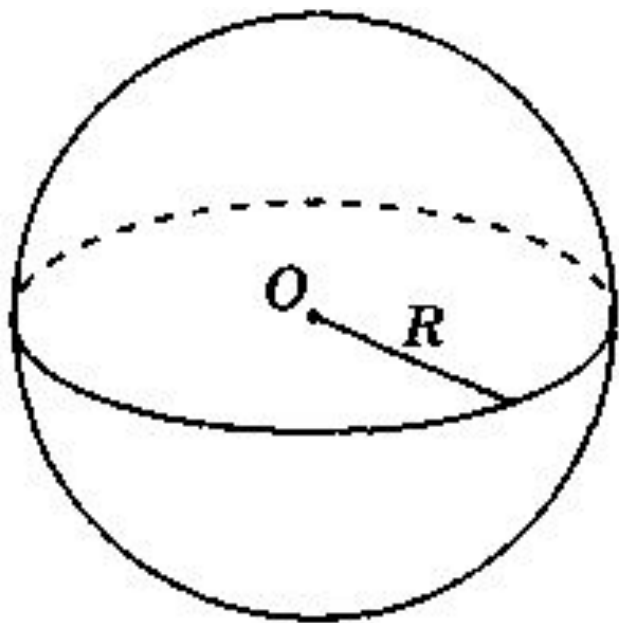


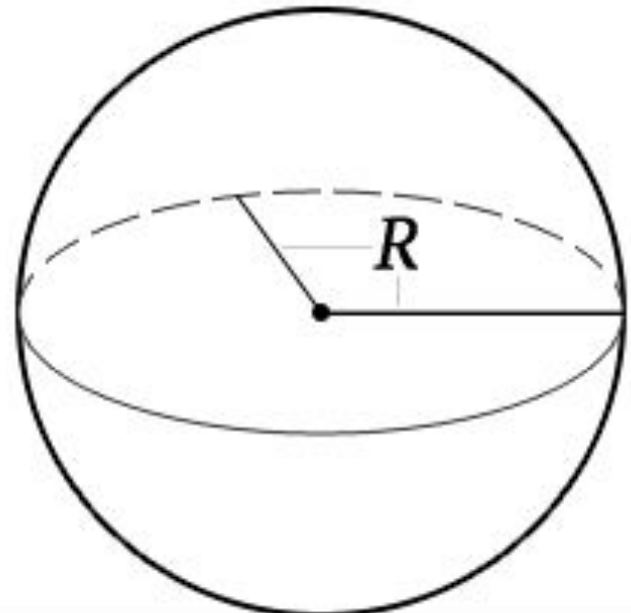
ОБ'ЄМ КУЛІ



Куля - геометричне тіло, обмежене поверхнею, всі точки якої знаходяться на рівній відстані від центру. Ця відстань називається радіусом кулі.



Об'єм — місткість геометричного тіла, тобто частини простору, обмеженої однією або декількома замкнутими поверхнями. Об'єм виражається числом кубічних одиниць, що поміщаються в певній ємкості.

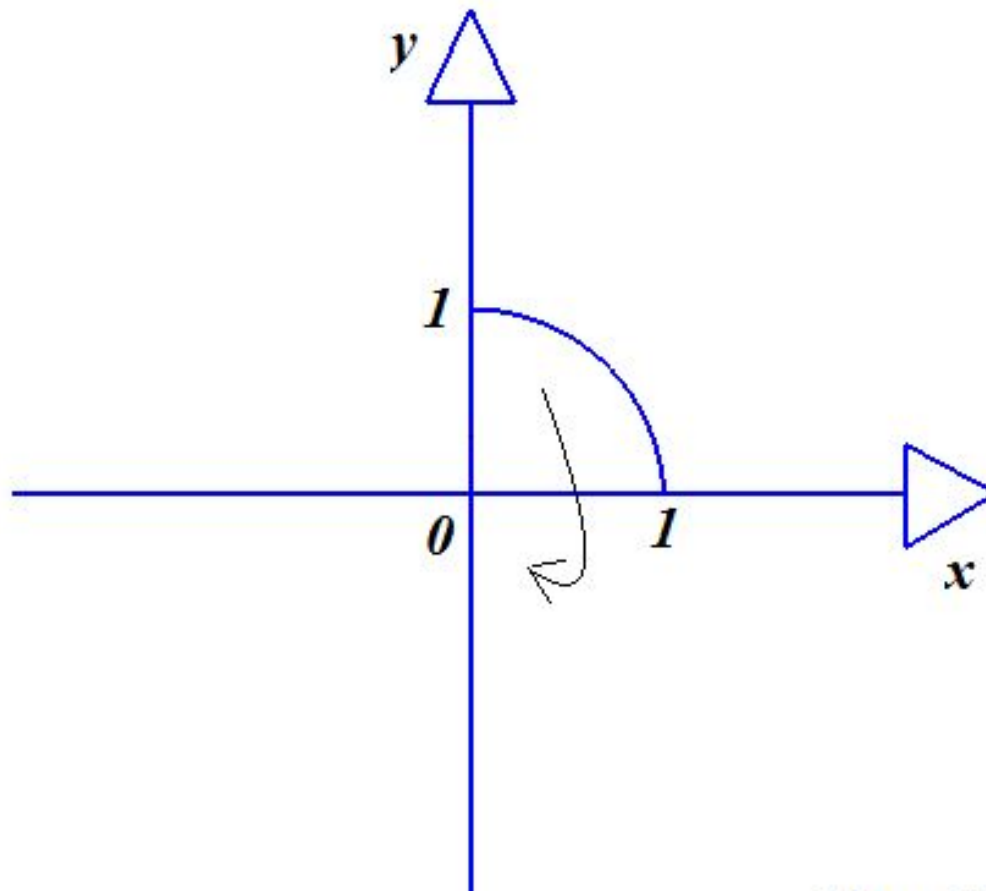


Об'єм кулі можна знайти за формулою:

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

Де **R** - радіус кулі

Об'єм кулі, формула для обчислення якого вказано вище, виведений за допомогою інтегрування. Розберемося по пунктам. Розглядаємо коло в двомірній площині, адже, як було сказано вище, саме коло лежить в основі побудови кулі. Використовуємо тільки його четверту частину.



Беремо коло з одиничним радіусом і центром на початку координат. Рівняння такого кола виглядає наступним чином: $X^2 + Y^2 = R^2$. Виражаємо звідси Y :
 $Y^2 = R^2 - X^2$.

$$y = \sqrt{R^2 - X^2}$$

Обов'язково відзначимо, що отримана невід'ємна функція, безперервна і щербатий на відрізку $X (0, R)$, адже значення X в тому випадку, коли ми розглядаємо чверть кола, лежить від нуля до значення радіуса, тобто до одиниці. Наступне, що ми робимо, це звертаємо нашу чверть кола навколо осі абсцис. В результаті ми отримаємо полушар. Щоб визначити його об'єм, звернемося до методів інтегрування.

$$\frac{1}{2}V = \pi \int_0^R (R^2 - x^2) dx = \pi \cdot \left(R^2 x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^R = \pi \cdot \left(R^3 - \frac{R^3}{3} \right) = \frac{2}{3} \pi R^3$$

Так як це об'єм лише півкулі, збільшимо результат в два рази, звідки отримуємо, що об'єм кулі дорівнює:

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

Якщо необхідно знайти об'єм кулі через його діаметр, пам'ятаємо про те, що радіус - це половина діаметру, і підставляємо це значення в вищевказану формулу. Також формулою об'єму кулі можна зробити через площу його межує поверхні - сфери. Нагадаємо, що площа сфери обчислюється за формулою $S = 4r^2$, проінтегрувавши яку теж прийдемо до вищевказаної формули об'єму кулі. З цих формул можна виразити радіус, якщо в умові завдання є значення об'єму.

