Способы задания автоматов

Табличный способ задания автомата Мили

Таблица переходов

x\s	…	s_i	…
⋮			
x_k		$\delta(s_i, x_k)$	
⋮			

Таблица выходов

x\s	…	s_i	…
⋮			
x_k		$\lambda(s_i, x_k)$	
⋮			

Графовый способ задания автомата Мили

- Автомат представляется ориентированным графом
  - вершины графа соответствуют состояниям автомата, а дуги – переходам из состояния в состояние.
  - каждая вершина помечается обозначением состояния
  - на каждой дуге указывается пометка вида: входных сигнал/выходной сигнал.

Пример

$X=\{x1, x2\}, Y=\{y1, y2\}, S=\{s1, s2, s3\}$

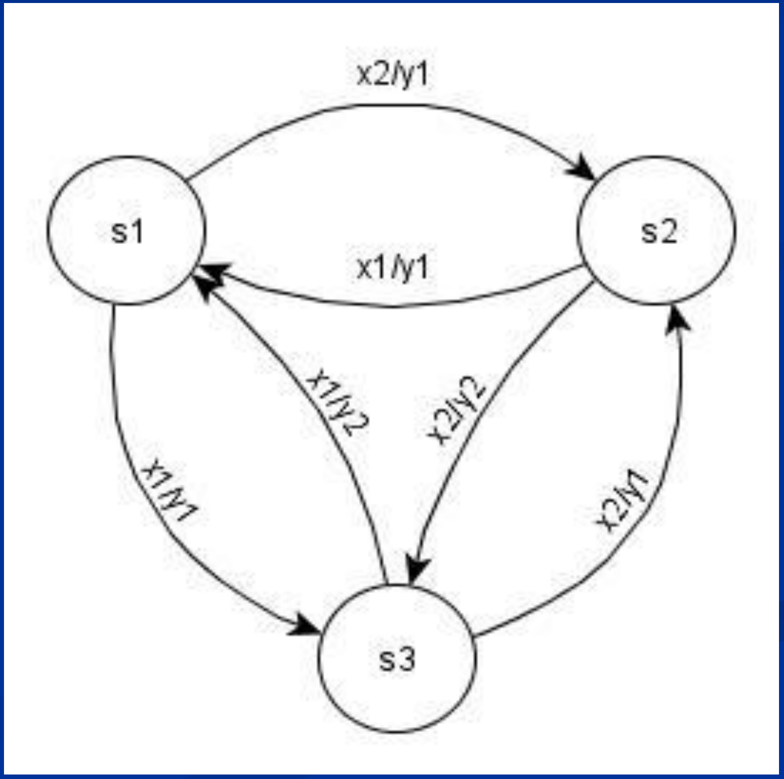
Таблица переходов

x\s	s_1	s_2	s_3
x_1	s_3	s_1	s_1
x_2	s_2	s_3	s_2

Таблица выходов

x\s	s_1	s_2	s_3
x_1	y_1	y_1	y_2
x_2	y_1	y_2	y_1

Граф автомата



Пример автомата

- X = {положительный стимул (1), отрицательный стимул (0)}
- Y = {есть реакция(1), нет реакции (0)}
- S = {есть реакция на последний положительный стимул (1), нет реакции на последний положительный стимул (0)}.
- Функция λ: $X \times S \to Y$

  0,0→0

  0,1→0

  1,0→1

  1,1→0
- Функция δ: $X \times S \to S$

  0,0→0

  0,1→1

  1,0→1

  1,1→0

Пример

Таблица переходов

x\s	0	1
0	0	1
1	1	0

\+

Таблица выходов

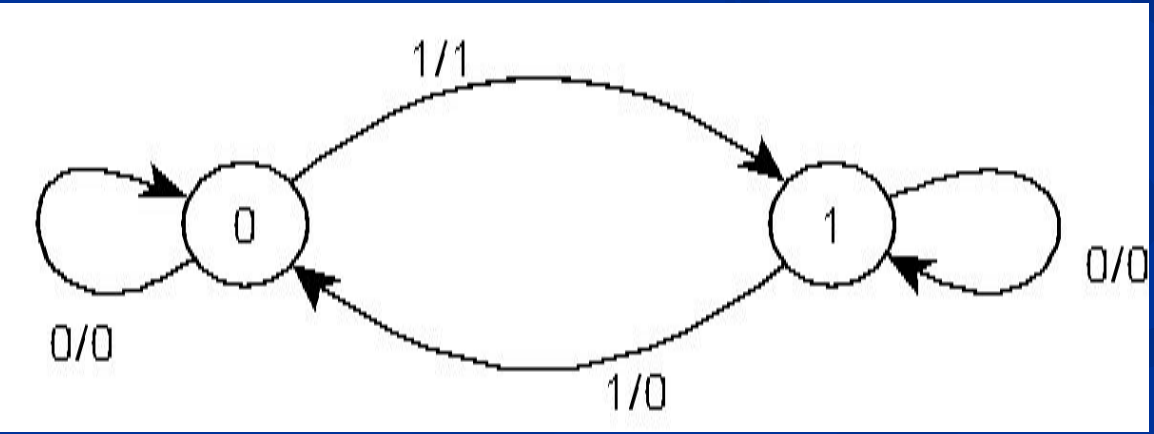
x\s	0	1
0	0	0
1	1	0

=

Таблица переходов-выходов

x\s	0	1
0	0/0	1/0
1	1/1	0/0

Граф автомата



Табличный способ задания автомата Мура

Таблица переходов-выходов

	…	$\lambda(s_i, x_k)$	…
x\s	…	$\mathbf{s_i}$	…
⋮			
$\mathbf{x_k}$		$\delta(s_i, x_k)$	
⋮			

Графовый способ задания автомата Мура

- Автомат представляется ориентированным графом
  - вершины графа соответствуют состояниям автомата, а дуги – переходам из состояния в состояние.
  - каждая вершина помечается обозначением состояние/выходной сигнал
  - на каждой дуге указывается входных сигнал.

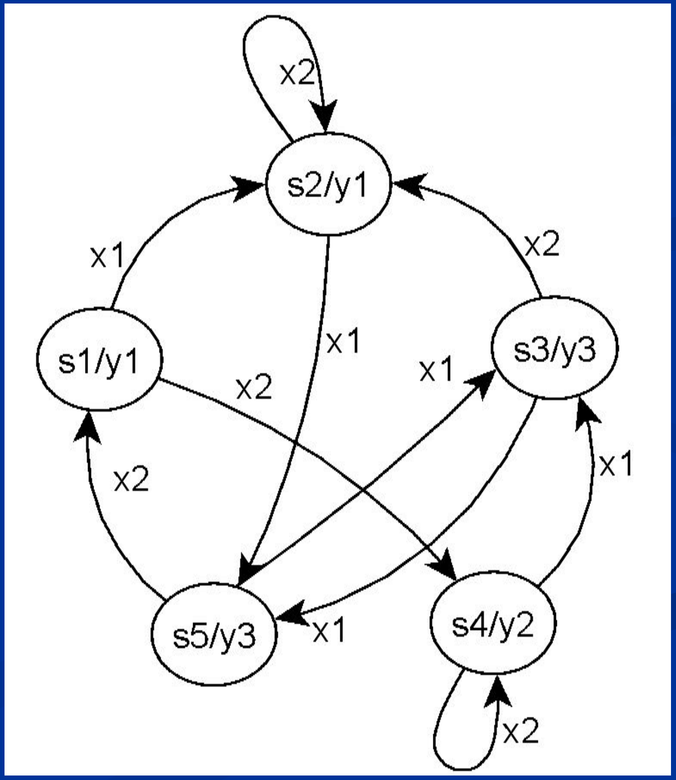
Пример

X={x1, x2}, Y={y1, y2, y3}, S={s1, s2, s3 ,s4, s5}

Таблица переходов-
выходов

	y1	y1	y3	y2	y3
x\s	s1	s2	s3	s4	s5
x1	s2	s5	s5	s3	s3
x2	s4	s2	s2	s4	s1

Граф автомата

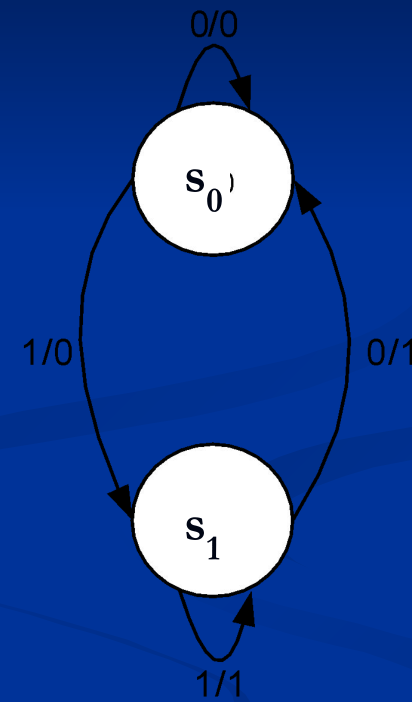


Автомат для задержки двоичного сигнала на один такт

$X=\{0, 1\}$,
$Y=\{0,1\}$.
$S=\{s_0, s_1\}$, *где*
s_0 – состояние, в котором автомат «помнит» 0,
s_1 – состояние, в котором автомат «помнит» 1.

x\s	s_0	s_1
0	s_0	s_0
1	s_1	s_1

x\s	s_0	s_1
0	0	1
1	0	1

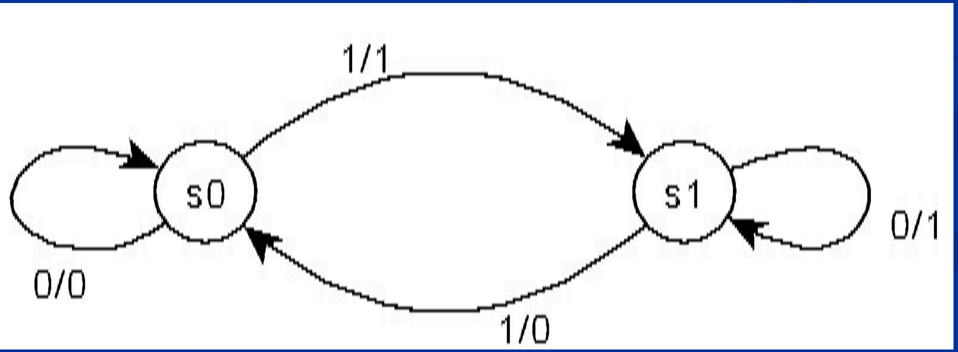


Автомат для проверки двоичной последовательности на четность

X={0, 1},
Y={0,1}, где
0 - четное количество единиц на входе
1 - нечетное количество единиц на входе.
S={s_0, s_1}, *где*
s_0 – состояние, в котором автомат «помнит» что поступило четное количество единиц,
s_1 – состояние, в котором автомат «помнит», что поступило нечетное количество единиц

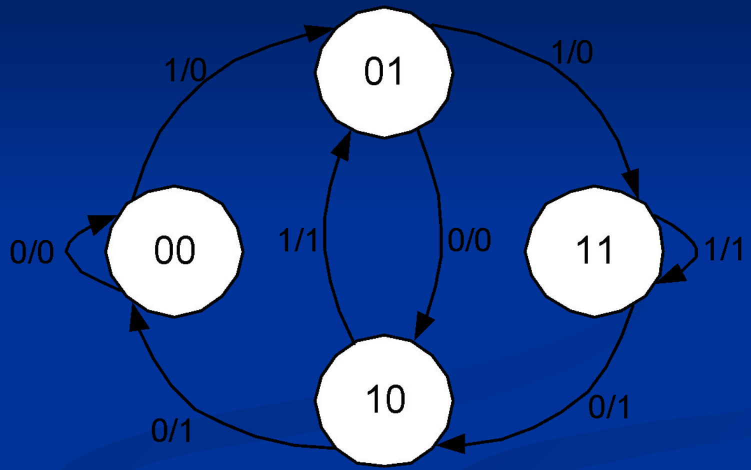
x\s	s_0	s_1
0	s_0	s_1
1	s_1	s_0

x\s	s_0	s_1
0	0	1
1	1	0



Автомат для задержки сигнала на два такта

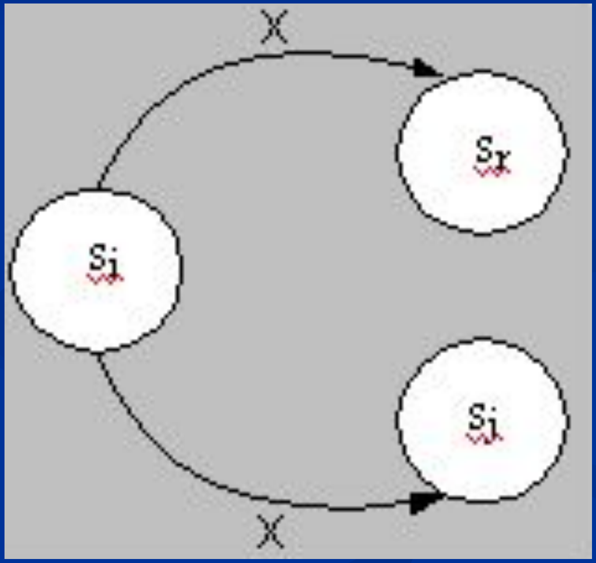
- Автомат имеет четыре состояния, закодированных двумя двоичными разрядами:
  - s0 = 00;
  - s1 = 01;
  - s2 = 10;
  - s3 = 11.
- Первая цифра кода состояния показывает, какой сигнал выдает автомат
- Вторая цифра кода показывает, под действием какого сигнала автомат приходит в данное состояние.



Конечный детерминированный автомат (КДА)

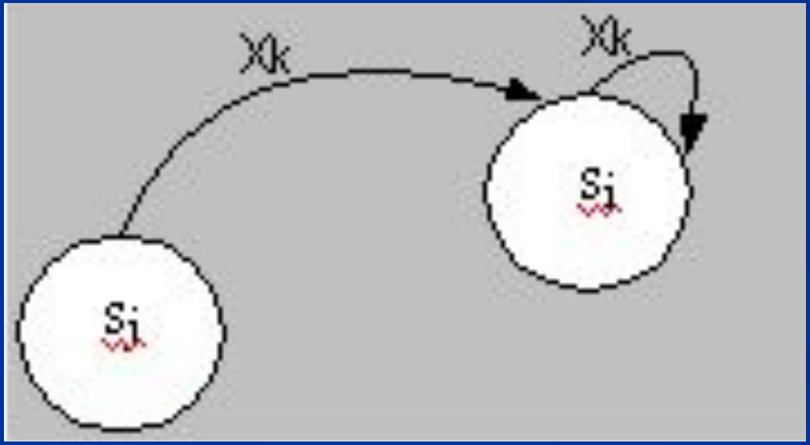
- *КДА* – конечный автомат, в котором имеется полная определенность переходов из всех состояний в зависимости от входных сигналов
- Иными словами, под действием одного и того же сигнала КДА не может переходить из любого рассматриваемого состояния в различные состояния.

Пример недерминированности



Устойчивость состояния

- Состояние автомата s_i называется *устойчивым*, если для любого входного сигнала x_k, такого, что $\delta(s_j, x_k) = s_i$, справедливо соотношение: $\delta(s_i, x_k) = s_i$, где s_j – состояние, предшествующее s_i.
- Иными словами, автомат не изменяет своего состояния при повторении на следующем такте сигнала, приведшего его в состояние s_i.



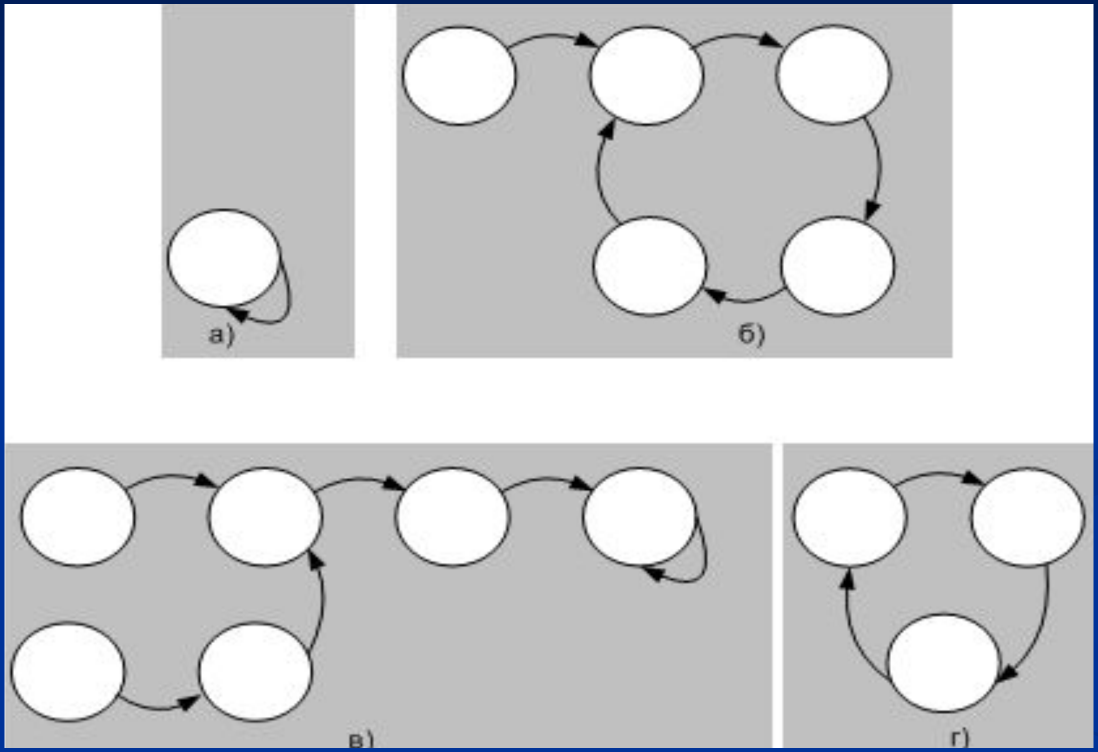
Синхронные и асинхронные автоматы

- Автомат называется *асинхронным*, если каждое его состояние $s_i \in S$ $(i = 1, \dots, n)$ устойчиво;
- Устойчивость состояний в асинхронных автоматах достигается введением специальных сигналов синхронизации.
- Если в автомате есть хотя бы одно неустойчивое состояние, он называется *синхронным*.

Изолированный синхронный автомат

- *Изолированный (автономный)* автомат – автомат, на входе которого присутствует сигнал, имеющий постоянное значение, что эквивалентно "отключению" входа.
- Если изолированный КДА является синхронным, переходы из одного состояния в другое возможны, но при этом исключены разветвления путей.
- Следовательно, изолированный КДА неизбежно должен попасть в состояние, в котором уже находился ранее, и на диаграммах переходов обязательно будет присутствовать поглощающее состояние или цикл.

Примеры изолированного синхронного КДА



- Длина цикла, измеренная числом дуг на диаграмме, не превышает числа состояний,
- Длина пути, перед вхождение в цикл не превышает числа состояний.

Проблема умножения

- **Теорема.** *Никакой конечный автомат не может перемножать пары чисел с произвольно большим числом разрядов.*
- Доказательство.
  - Предположим противное: существует автомат А, перемножающий пары двоичных чисел с произвольно большим числом разрядов (система счисления может быть любой без ограничения общности).
  - Используем для опровержения последнего утверждения частный случай: оба сомножителя равны 2^n .
  - В этом случае каждый из сомножителей содержит единицу, за которой следуют n нулей;
  - Результат умножения ($2^n \times 2^n = 2^{2n}$) содержит единицу и $2n$ нулей.

Проблема умножения

- Пусть пары разрядов сомножителей подаются последовательно, начиная с младших разрядов
- Чтобы автомат правильно работал, он должен после прекращения подачи сомножителей
  - добавить к уже выработанным $n + 1$ нулям еще $n - 1$ нулей,
  - добавить в заключение единицу.
- После прекращения подачи сомножителей автомат будет работать как изолированный.

Проблема умножения

- Если изолированный автомат A имеет k состояний и способен выработать на выходе подряд n нулей, где $n > k$, то это означает, что он находится в поглощающем состоянии или вошел в цикл.
- Следовательно, он уже не сможет выработать единицу.
- Так как всегда возможно сделать значение n таким, что $n-1>k$, правильный результат при выполнении указанного неравенства не будет получен и, следовательно, предположение о существовании автомата A приводит к противоречию.

Теорема доказана.