

WYMIANA CIEPŁA

PLAN WYKŁADÓW

Wykład 3: Ustalone przewodzenie ciepła w ciałach stałych: pręty i żebra

Wymiana ciepła przez pręty

Wymiana ciepła przez żebra

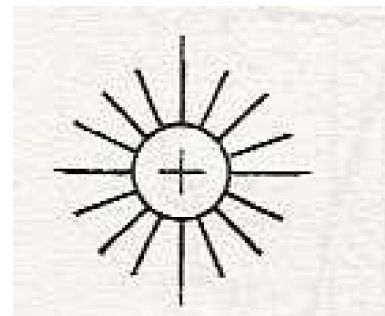
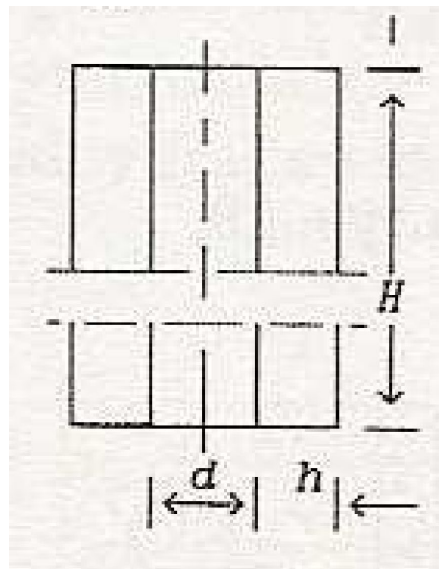
- **Sprawność żeber**
- **Efektywność żebra**

1. Wyprowadzić równanie na sprawność żebra płaskiego
2. Powierzchnia metalu opływana jest z jednej strony cieczą a z drugiej gazem. Którą stronę warto uźebrować i dlaczego?
3. Zastosowanie powierzchni oźebrowanej zwiększa czy zmniejsza opór cieplny?
4. Narysuj schemat powierzchni dowolnie oźebrowanej i przedstaw wzory na opór cieplny i całkowite przenikanie ciepła
5. Na podstawie liczby Biota opisz kiedy można stosować powierzchnie oźebrowane.

2.21. Grzejnik powietrza wykonano w postaci pionowej rury żeliwnej ($\lambda = 55 \text{ W/m}\cdot\text{K}$) o średnicy zewnętrznej $d = 60 \text{ mm}$ i wysokości $H = 1,2 \text{ m}$ (rys.17). Na poboczniccy umocowano $n = 20$ żeber wzdluznych, prostokatnych, o wysokości $h = 50$ i grubości $\delta = 3 \text{ mm}$. Temperatura powierzchni rury (podstawy zebra) wynosi $t_p = 80$, a średnia temperatura podgrzewanego powietrza $t_o = 20^\circ\text{C}$. Współczynnik wnikania ciepła od rury gładkiej $\alpha_2 = 10$, a od żeber i rury ozebrowanej $\alpha'_2 = 7 \text{ W/m}^2\text{K}$.

Obliczyć:

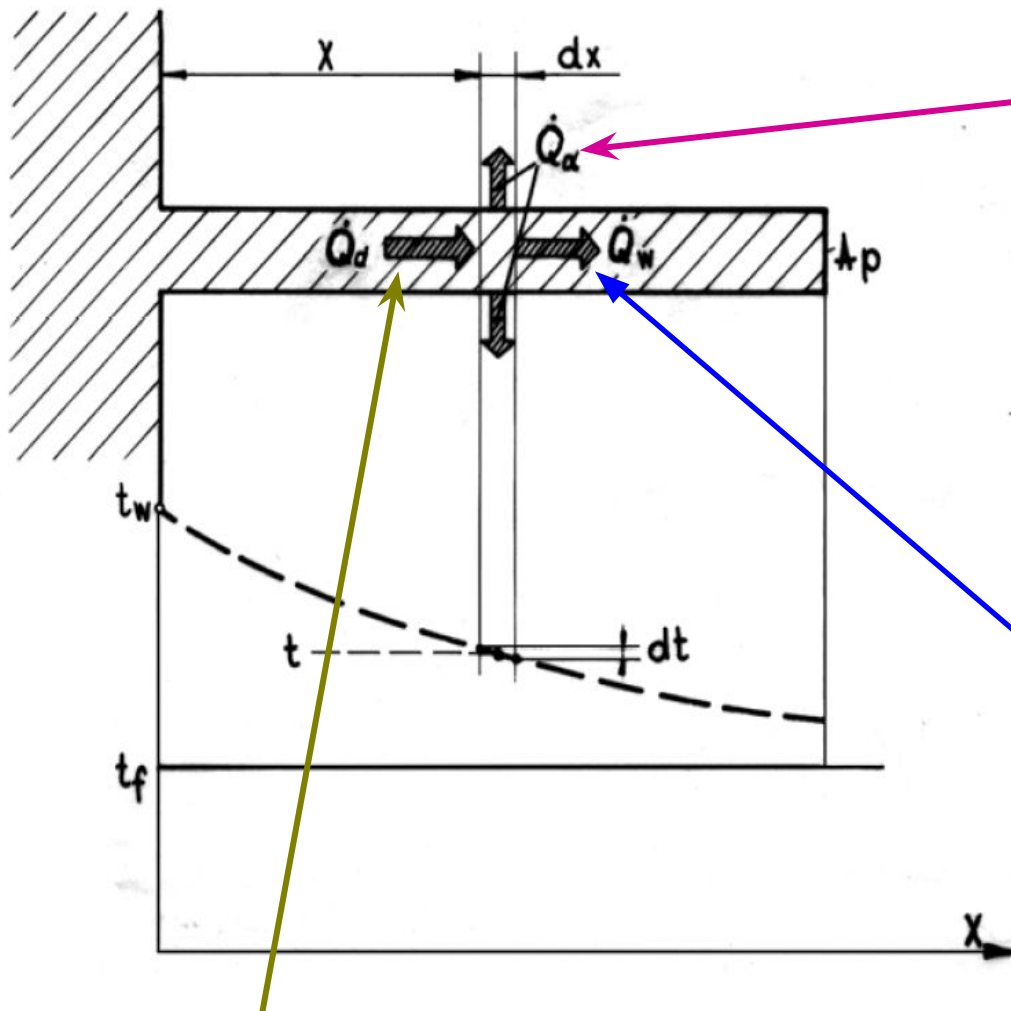
- 1) strumień ciepła \dot{Q} oddawanego przez rurę bez żeber,
- 2) sprawność zebra ε_z i temperaturę t_L jego końca,
- 3) strumień ciepła \dot{Q}_z oddawanego przez rurę ozebrowaną,
- 4) rzeczywiste i efektywne zwiększenie powierzchni na skutek ozebrowania.



x	$J_0(x)$	$J_1(x)$	$I_0(x)$	$I_1(x)$	$K_0(x)$	$K_1(x)$
0,0	+1,0000	+0,0000	+1,0000	+0,0000	+∞	+∞
0,1	0,9975	0,0499	1,003	0,0501	2,4271	9,8538
0,2	0,9900	0,0995	1,010	0,1005	1,7527	4,7760
0,3	0,9776	0,1483	1,023	0,1517	1,3725	3,0560
0,4	0,9604	0,1960	1,040	0,2040	1,1145	2,1844
0,5	0,9385	0,2423	1,063	0,2579	0,9244	1,6584
0,6	0,9120	0,2867	1,092	0,3137	0,7775	1,3028
0,7	0,8812	0,3290	1,126	0,3719	0,6605	1,0503
0,8	0,8463	0,3688	1,167	0,4329	0,5653	0,8618
0,9	0,8075	0,4059	1,213	0,4971	0,4867	0,7165
1,0	0,7652	0,4401	1,266	0,5652	0,4210	0,6019
1,1	0,7196	0,4709	1,326	0,6375	0,3656	0,5098
1,2	0,6711	0,4983	1,394	0,7147	0,3185	0,4346
1,3	0,6201	0,5220	1,469	0,7973	0,2782	0,3725
1,4	0,5669	0,5419	1,553	0,8861	0,2437	0,3208
1,5	0,5118	0,5579	1,647	0,9817	0,2138	0,2774
1,6	0,4554	0,5699	1,750	1,085	0,1880	0,2406
1,7	0,3980	0,5778	1,864	1,196	0,1655	0,2094
1,8	0,3400	0,5815	1,990	1,317	0,1459	0,1826
1,9	0,2818	0,5812	2,128	1,448	0,1288	0,1597
2,0	+0,2239	+0,5767	2,280	1,591	0,1139	0,1399
2,1	0,1666	0,5683	2,446	1,745	0,1008	0,1227
2,2	0,1104	0,5560	2,629	1,914	0,08927	0,1079
2,3	0,0555	0,5399	2,830	2,098	0,07914	0,09498
2,4	+0,0025	0,5202	3,049	2,298	0,07022	0,08372
2,5	-0,0484	0,4971	3,290	2,517	0,06235	0,07389
2,6	0,0968	0,4708	3,553	2,755	0,05540	0,06528
2,7	0,1424	0,4416	3,842	3,016	0,04926	0,05774
2,8	0,1850	0,4097	4,157	3,301	0,04382	0,05111
2,9	0,2243	0,3754	4,503	3,613	0,03901	0,04529
3,0	-0,2601	-0,3391	4,881	3,955	0,03474	0,04016
3,1	0,2921	0,3009	5,294	4,326	0,03095	0,03563
3,2	0,3202	0,2613	5,747	4,734	0,02759	0,03164
3,3	0,3443	0,2207	6,243	5,181	0,02461	0,02812
3,4	0,3643	0,1792	6,785	5,670	0,02196	0,02500
3,5	0,3801	0,1374	7,378	6,206	0,01960	0,02224
3,6	0,3918	0,0955	8,028	6,793	0,01750	0,01979
3,7	0,3992	0,0538	8,739	7,436	0,01563	0,01763
3,8	0,4026	+0,0128	9,517	8,140	0,01397	0,01571
3,9	0,4018	-0,0272	10,37	8,913	0,01248	0,01400
4,0	-0,3971	-0,0660	11,30	9,759	0,01116	0,01248
4,1	0,3887	0,1033	12,32	10,69	0,00980	0,01114
4,2	0,3766	0,1386	13,44	11,71	0,008927	0,009938
4,3	0,3610	0,1719	14,67	12,82	0,007988	0,008872
4,4	0,3423	0,2028	16,01	14,05	0,007149	0,007923
4,5	0,3205	0,2311	17,48	15,39	0,006400	0,007078
4,6	0,2961	0,2566	19,09	16,86	0,005730	0,006325
4,7	0,2693	0,2791	20,86	18,48	0,005132	0,005654
4,8	0,2404	0,2985	22,79	20,25	0,004597	0,005055
4,9	0,2097	0,3147	24,91	22,20	0,004119	0,004521
5,0	-0,1776	-0,3276	27,24	24,34	0,003691	0,004045

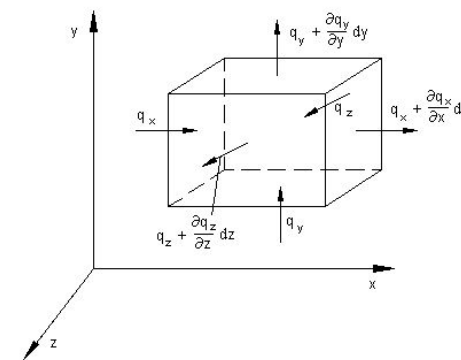
x	$J_0(x)$	$J_1(x)$	$I_0(x)$	$I_1(x)$	$K_0(x)$	$K_1(x)$
5,1	-0,1443	-0,3371	29,79	26,68	0,003308	0,003619
5,2	0,1103	0,3432	32,58	29,25	2966	3239
5,3	0,0758	0,3460	35,65	32,08	2659	2900
5,4	0,0412	0,3453	39,01	35,18	2385	0 2597
5,5	+0,0068	0,3414	42,69	38,59	0,002139	0,002326
5,6	+0,0270	0,3343	46,74	42,33	1918	2083
5,7	0,0599	0,3241	51,17	46,44	1721	1866
5,8	0,0917	0,3110	56,04	50,95	1544	1673
5,9	0,1220	0,2951	61,38	55,90	1386	1499
6,0	+0,1506	+0,2767	67,21	61,33	0,001244	0,001344
6,1	0,1773	0,2559	73,66	67,32	1117	1205
6,2	0,2017	0,2329	80,72	73,89	1003	1081
6,3	0,2238	0,2081	88,46	81,10	0,0009001	0,0009691
6,4	0,2433	0,1816	96,96	89,03	8083	8693
6,5	0,2601	0,1538	106,3	97,73	0,0007259	0,0007799
6,6	0,2740	0,1250	116,5	107,3	6520	6998
6,7	0,2851	0,0953	127,8	117,8	5857	6280
6,8	0,2931	0,0652	140,1	129,4	5262	5636
6,9	0,2981	0,0349	153,7	142,1	4728	5059
7,0	+0,3001	+0,0047	168,8	156,0	0,0004248	0,0004542
7,1	0,2991	+0,0252	185,0	171,4	3817	4078
7,2	0,2951	0,0543	202,9	188,3	3431	3662
7,3	0,2882	0,0826	222,7	206,8	3084	3288
7,4	0,2786	0,1096	244,3	227,2	2772	2953
7,5	0,2663	0,1352	268,2	249,6	0,0002492	0,0002652
7,6	0,2516	0,1592	294,3	274,2	2240	2383
7,7	0,2346	0,1813	323,1	301,3	2014	2141
7,8	0,2154	0,2014	354,7	331,1	1811	1924
7,9	0,1944	0,2192	389,4	363,9	1629	1729
8,0	+0,1717	+0,2346	427,6	399,9	0,0001469	0,0001554
8,1	0,1475	0,2476	469,5	439,5	1317	1396
8,2	0,1222	0,2580	515,6	483,0	1185	1255
8,3	0,0960	0,2657	566,3	531,0	1066	1128
8,4	0,0692	0,2708	621,9	583,7	0,00009588	0,0001014
8,5	0,0419	0,2731	683,2	641,6	0,00008626	0,00009120
8,6	+0,0146	0,2728	750,5	705,4	7761	8200
8,7	-0,0125	0,2697	824,4	775,5	6983	7374
8,8	0,0392	0,2641	905,8	852,7	6283	6631
8,9	0,0653	0,2559	995,2	937,5	5654	5964
9,0	-0,0903	-0,2453	1094	1031	0,00005088	0,00005364
9,1	0,1142	0,2324	1202	1134	4579	4825
9,2	0,1367	0,2174	1321	1247	4121	4340
9,3	0,1577	0,2004	1451	1371	3710	3904
9,4	0,1768	0,1816	1595	1508	3339	3512
9,5	0,1939	0,1613	1753	1658	0,00003006	0,00003160
9,6	0,2090	0,1395	1927	1824	2706	2843
9,7	0,2218	0,1166	2119	2006	2436	2559
9,8	0,2323	0,0928	2329	2207	2193	2302
9,9	0,2403	0,0684	2561	2428	1975	2072
10,0	-0,2469	+0,0431	2816	2671	0,00001778	0,00001865

WYMIANA CIEPŁA PRZEZ PRĘTY



Ciepło odprowadzane przez
przejmowanie

$$\dot{Q}_\alpha = \alpha \cdot (U \cdot dx) \cdot (T - T_p)$$



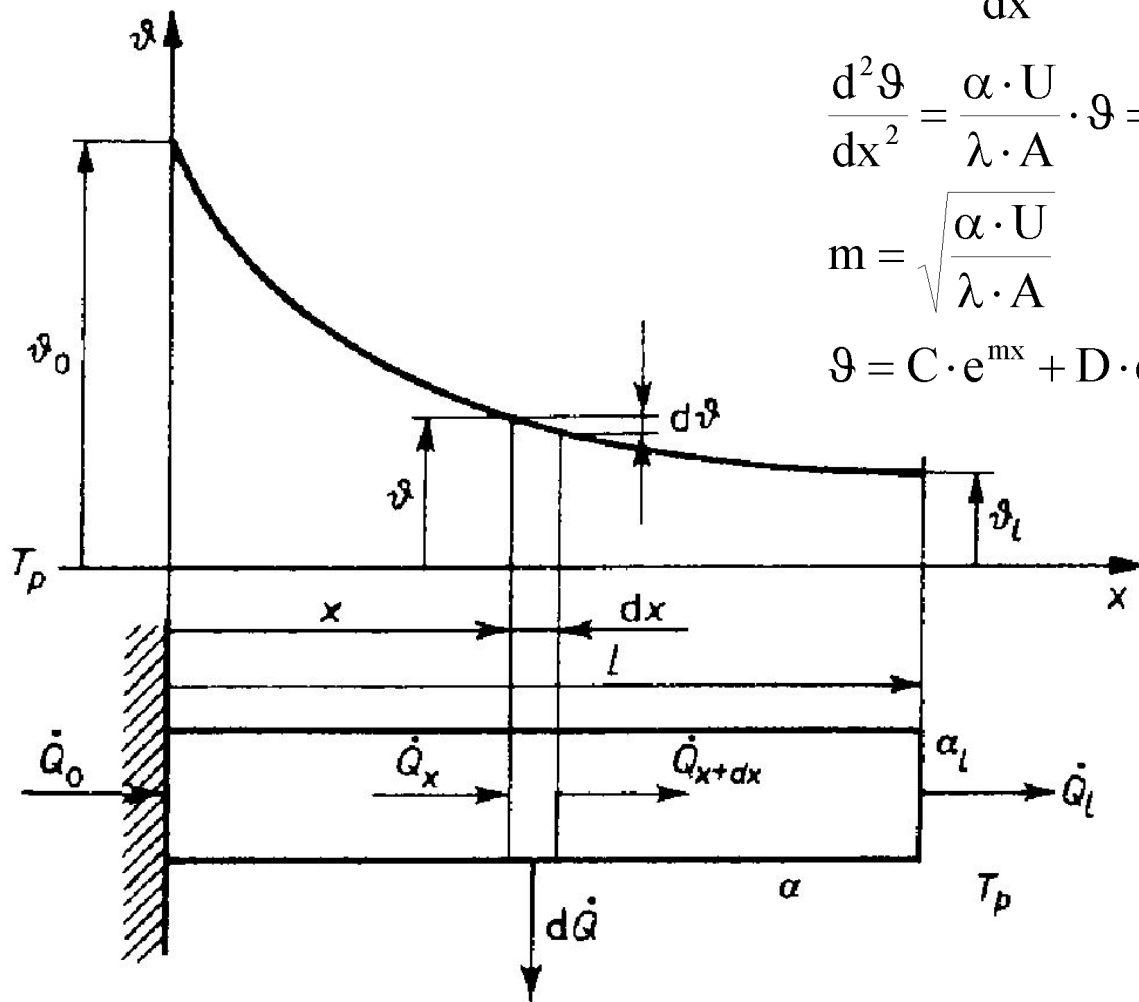
Ciepło doprowadzone do elementu
przez przewodzenie

$$\dot{Q}_D = -\lambda \cdot A_p \cdot \frac{dT}{dx}$$

Ciepło odprowadzane
przez przewodzenie

$$\dot{Q}_w = -\lambda \cdot A_p \frac{d}{dx} \left(T + \frac{dT}{dx} dx \right)$$

WYMIANA CIEPŁA PRZEZ PRĘTY



$$-\lambda \cdot A \cdot \frac{d\vartheta}{dx} + \lambda \cdot A \cdot \frac{d}{dx} \left(\vartheta + \frac{d\vartheta}{dx} dx \right) = \alpha \cdot \vartheta \cdot U \cdot dx$$

$$\frac{d^2\vartheta}{dx^2} = \frac{\alpha \cdot U}{\lambda \cdot A} \cdot \vartheta = m^2 \cdot \vartheta$$

$$m = \sqrt{\frac{\alpha \cdot U}{\lambda \cdot A}}$$

$$\vartheta = C \cdot e^{mx} + D \cdot e^{-mx}$$

WYMIANA CIEPŁA PRZEZ PRĘTY I ŻEBRA

1. BARDZO DŁUGIE

$$\vartheta = \vartheta_0 \cdot e^{-mx}$$

$$\dot{Q} = \frac{\alpha \cdot U}{m} \cdot \vartheta_0 = \sqrt{\lambda \cdot \alpha \cdot A \cdot U} \cdot \vartheta_0$$

2. IZOLOWANE NA KOŃCU

$$\frac{\vartheta}{\vartheta_0} = \frac{\cosh m(L-x)}{\cosh mL}$$

$$\dot{Q} = \frac{\alpha \cdot U}{m} \cdot \vartheta_0 \cdot \operatorname{tgh}(mL) = \sqrt{\lambda \cdot \alpha \cdot A \cdot U} \cdot \vartheta_0 \cdot \operatorname{tgh}(mL)$$

3. NIEIZOLOWANE NA KOŃCU

$$P_L = B = \frac{\alpha_L}{m \cdot \lambda}$$

$$\dot{Q} = \lambda \cdot m \cdot A \cdot \vartheta_0 \cdot \frac{B + \operatorname{th}mL}{1 + B \cdot \operatorname{th}mL} = \sqrt{\lambda \cdot \alpha \cdot A \cdot U} \cdot \vartheta_0 \cdot \operatorname{th} \left[m \left(L + \frac{A}{U} \right) \right]$$

$$\vartheta_x = \vartheta_0 \cdot \frac{\operatorname{ch} \left[m \left(\left(L + \frac{A}{U} \right) - x \right) \right]}{\operatorname{ch} \left[m \left(L + \frac{A}{U} \right) \right]}$$

SPRAWNOŚĆ ŻEBER

$$\varepsilon_{\dot{Z}} = \frac{g_m}{g_0}$$

$$\varepsilon_{\dot{Z}P} = \frac{g_m}{g_0} = \frac{\text{th}(mL)}{mL} = \frac{\text{th}(mh)}{mh}$$

$$\varepsilon_{\dot{Z}O} = \frac{g_m}{g_0} = \frac{2\Psi}{(1+\rho) \cdot mL} \quad \text{ŻEBRO OKRĄGŁE}$$

$$\varepsilon_{\dot{Z}t} = \frac{g_m}{g_0} = \frac{\varphi(mL)}{mL} \quad \text{ŻEBRO O PROFILU TRÓJK.}$$

EFEKTYWNOŚĆ ŻEBRA

Strumień ciepła oddanego przez żebro można wyrazić również równaniem Pecleta:

$$\dot{Q}_Z = A \cdot k_{CZ} \cdot \vartheta_0$$

• *Dla żebra płaskiego prostego zaizolowanego na końcu*

$$k_{CZ\dot{Z}} = \lambda \cdot m \cdot \text{th}(mL)$$

• *Dla nieizolowanego na końcu*

$$k_{CZ\dot{Z}} = \lambda \cdot m \cdot \text{th}(mL')$$

• *Dla żebra okrągłego o stałej grubości*

$$k_{CZ\dot{Z}} = \lambda \cdot m \cdot \psi(mL, \rho)$$

• *Dla żebra prostego o profilu trójkątnym*

$$k_{CZ\dot{Z}} = \lambda \cdot m \cdot \varphi(mL)$$

EFEKTYWNOŚĆ ŻEBRA

Po podzieleniu k_{CZ} przez α otrzymuje się:

$$k_{\dot{Z}i} = \frac{k_{CZ}}{\alpha}$$

Wielkość ta wyraża zwiększenie strumienia ciepła w porównaniu ze ścianką nieżebrowaną przy założeniu że temperatura ścianki nie ulegnie zmianie na skutek stosowania żeber dla żebra prostego o stałej grubości jest:

$$k_{\dot{Z}P} = \frac{\lambda \cdot m}{\alpha} \cdot \text{th}(mL) = \sqrt{\frac{2\lambda}{\alpha \cdot \delta}} \cdot \text{th}(mL)$$

W przypadku żebra nieskończenie długiego, po wykorzystaniu liczby Biota ($Bi = \alpha\delta/\lambda$) efektywność żebra wynosi:

$$k_{\dot{Z}P\max} = \sqrt{\frac{2}{Bi}}$$

Wynika stąd wartość krytyczna $Bi_{kr} = 2$. gdy liczba Biota jest większa niż 2 – żebro działa jak izolator. Dla rzeczywistych żeber przyjmujemy, $Bi < 0,1$ i wtedy jest wystarczająca efektywność działania żeber

CELOWOŚĆ STOSOWANIA ŻEBER

Stosowanie żeber jest celowe tylko w przypadku, gdy przez użebrowanie powierzchni osiąga się zwiększenie STRUMIENIA PRZEJMOWANEGO CIEPŁA. Aby określić to kryterium należy przyrównać do zera pochodną:

$$\frac{d\dot{Q}_0}{dh} \Rightarrow d\dot{Q}_0 = \left(\lambda \cdot m \cdot A \cdot \vartheta_0 \cdot \frac{B + thmh}{1 + B \cdot thmh} \right) dh$$

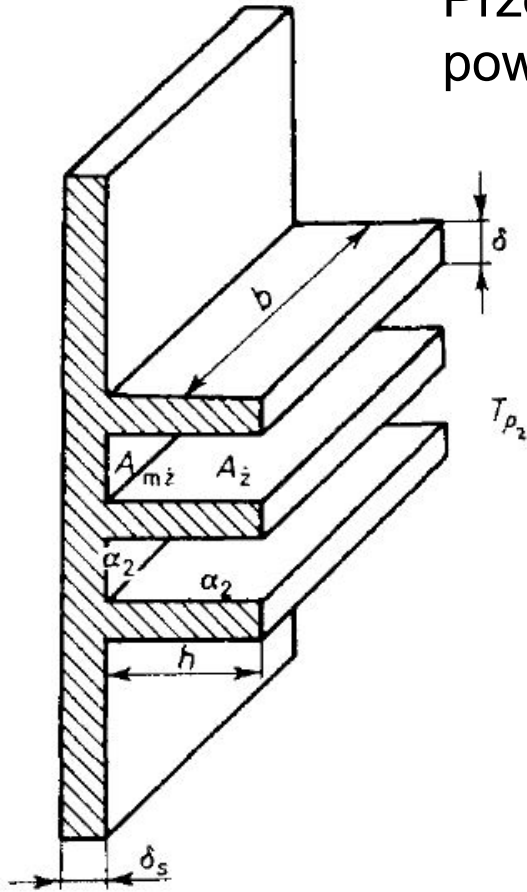
$$B^2 = \frac{\alpha \cdot \delta}{2\lambda} = 1 \Rightarrow Bi = \frac{\alpha \cdot \delta}{\lambda} < 2$$

W rzeczywistości temperatura żebra zmienia się tak z jego wysokością, jak i grubością. Współczynniki przyjmowania ciepła od bocznych powierzchni żeber nie są stałe, a średnia ich wartość maleje w miarę wzrostu wysokości żebra. W związku z tym w praktyce jest celowe stosowanie żeber płaskich o przekroju prostokątnym, gdy:

$$Bi = \frac{\alpha \cdot \delta}{\lambda} < 0,4$$

WYMIANA CIEPŁA PRZEZ ŻEBRA

Przenikanie ciepła przez płaską ścianę z jedną powierzchnią uźebrowaną.



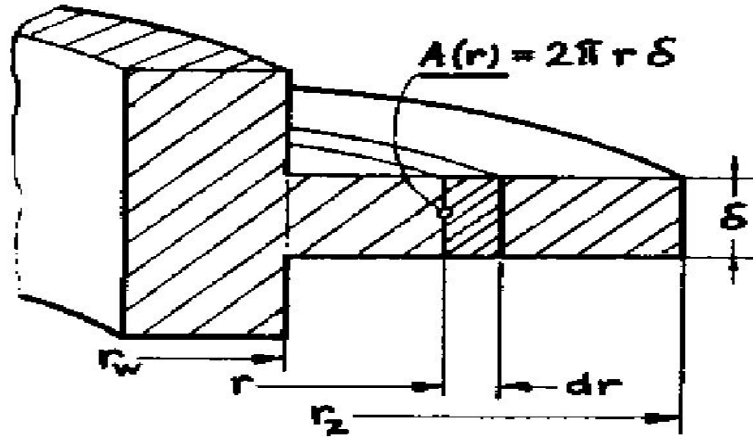
$$\dot{Q} = K_C (T_{P1} - T_{P2})$$

$$\frac{1}{K_C} = R_C = \frac{1}{A_1 \cdot \alpha_1} + \frac{\delta_s}{A_1 \cdot \lambda} + \frac{1}{(A_{mz} + \eta_z A_z) \cdot \alpha_2} \approx$$

$$\approx \frac{1}{A_1 \cdot \alpha_1} + \frac{\delta_s}{A_1 \cdot \lambda} + \frac{1}{(\eta_z A_z) \cdot \alpha_2}$$

$$\dot{Q} = \frac{(T_{P1} - T_{P2})}{\frac{1}{A_1 \cdot \alpha_1} + \frac{\delta_s}{A_1 \cdot \lambda} + \frac{1}{(\eta_z A_z) \cdot \alpha_2}}$$

PRZYPADKI SZCZEGÓLNE DLA OKRĄGŁE ŻEBRO PŁASKIE



Dla żebra okrągłego o stałej grubości pole powierzchni izotermicznej $A = 2\pi r\delta$ a pole powierzchni przejmowania ciepła $dF = 4\pi r dr$

$$\lambda \cdot \frac{d}{dr} \left(A \frac{d\vartheta}{dr} \right) dr = \alpha \cdot \vartheta \cdot dF$$

$$2\pi\lambda\delta \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\vartheta}{dr} \right) dr = 4\pi\alpha\vartheta dr$$

$$\frac{d^2\vartheta}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\vartheta}{dr} - \frac{2\alpha}{\lambda\delta} \vartheta = 0$$

$$\vartheta(r) = C_1 \cdot I_0(mr) + C_2 K_0(mr)$$

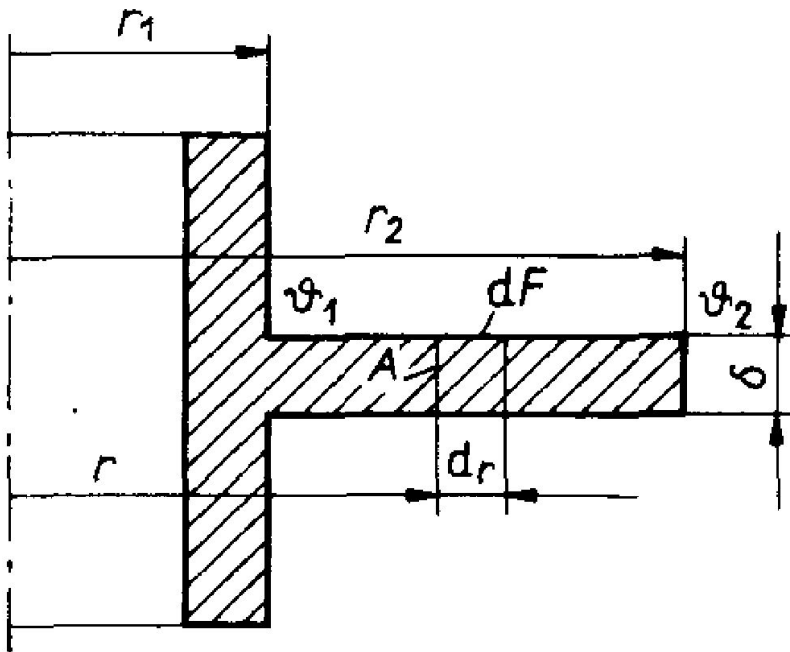
$$\dot{Q} = \vartheta_0 \cdot A_w \cdot \lambda \cdot m \cdot \psi$$

$$A_w = 2\pi r_w \delta$$

$$\psi = \frac{I_1(m \cdot r_z) \cdot K_1(m \cdot r_w) - I_1(m \cdot r_w) \cdot K_1(m \cdot r_z)}{I_0(m \cdot r_w) \cdot K_1(m \cdot r_z) - I_1(m \cdot r_z) \cdot K_0(m \cdot r_w)}$$

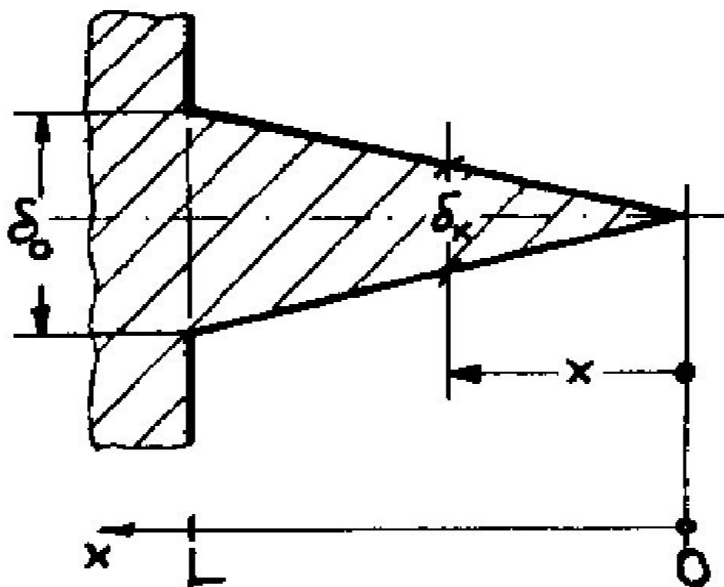
$$L = r_z - r_w; \quad \rho = \frac{r_z}{r_w}; \quad r' = r + \frac{\delta}{2}; \quad L' = L + \frac{\delta}{2}$$

$$m \cdot r_w = \frac{mL}{\rho - 1}; \quad m \cdot r_z = \frac{mL\rho}{\rho - 1}$$



PRZYPADKI SZCZEGÓLNE DLA ŻEBRO PROSTE O PROFILU TRÓJKĄTNYM

Dla żeber o zmiennym profilu wygodnie jest odwrócić oś x, wówczas profil żebra:



$$\delta_x = \delta_0 \cdot \frac{x}{L}$$

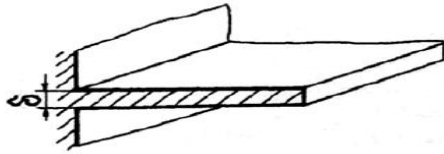
$$\vartheta(x) = \vartheta_0 \cdot \frac{I_0(2m\sqrt{Lx})}{I_0(2mL)}$$

$$\vartheta(x=0) = \frac{\vartheta_0}{I_0(2mL)}$$

$$\Phi = \vartheta_0 \cdot \delta_0 \cdot \lambda \cdot m \cdot \varphi(mL)$$

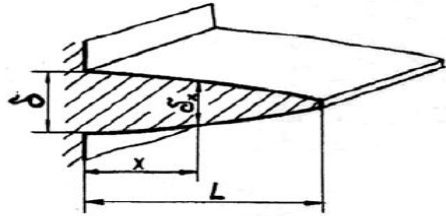
$$\varphi(mL) = \frac{I_1(2mL)}{I_0(2mL)}$$

ŻEBRA PROSTE



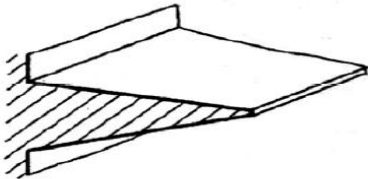
O PROFILU PROSTOKĄTNYM

$$\delta_x = \delta$$



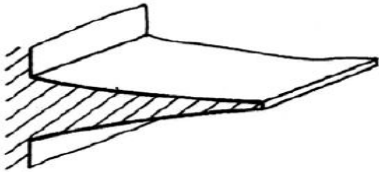
O PROFILU WYPUKŁYM

$$\delta_x = \delta \cdot \left(\frac{x}{L}\right)^{\frac{1}{2}}$$



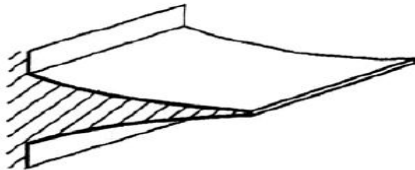
O PROFILU TRÓJKĄTNYM

$$\delta_x = \delta \cdot \frac{x}{L}$$



O PROFILU PARABOLICZNYM
WKŁĘŚLYM

$$\delta_x = \delta \cdot \left(\frac{x}{L}\right)^{\frac{3}{2}}$$



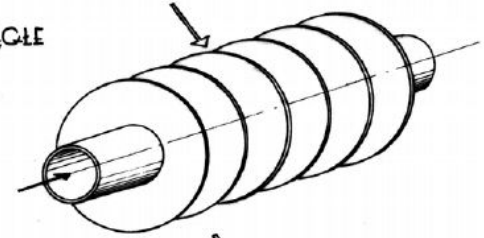
O PROFILU PARABOLICZNYM
WKŁĘŚLYM - OPTYMALNYM

$$\delta_x = \delta \cdot \left(\frac{x}{L}\right)^2$$

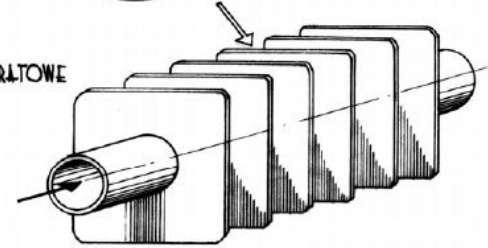
ZAPEWNIĄCYM:

$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{A_p} = \text{CONST.}$$

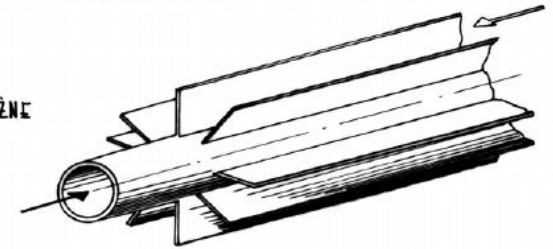
ŻEBRA OKRĄGŁE



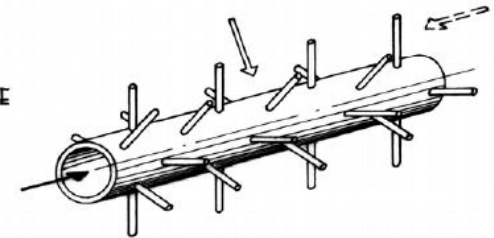
ŻEBRA KWADRATOWE



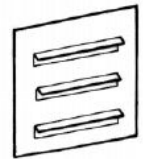
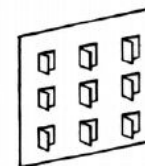
ŻEBRA WZDUŻNE



ŻEBRA IGŁOWE

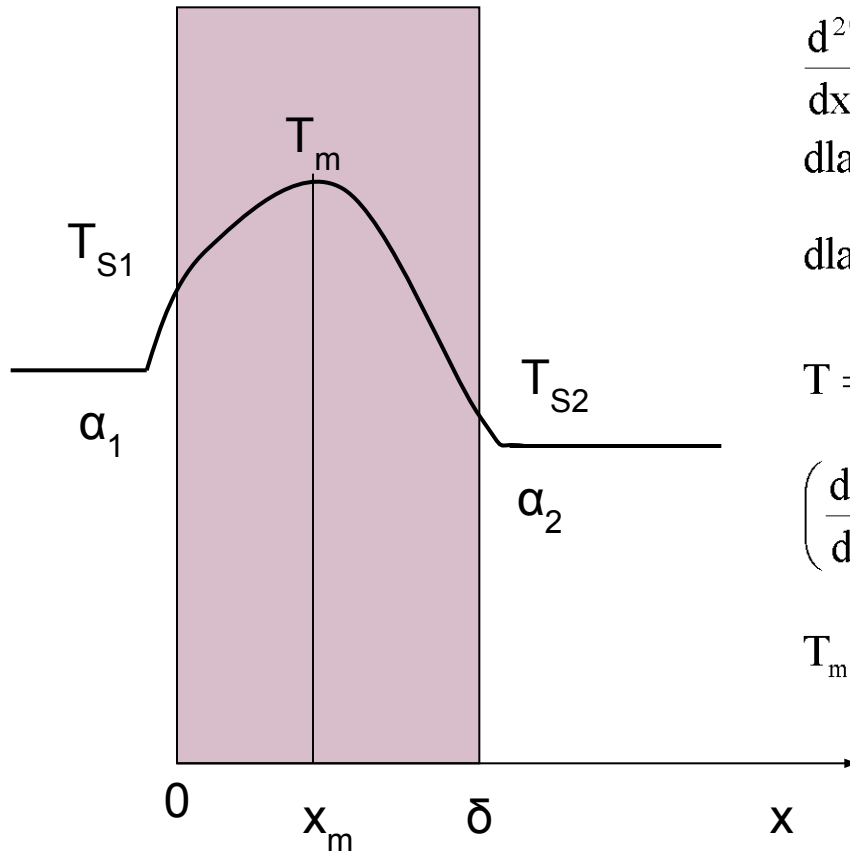


ŻEBRA SPECJALNE
- Z WYCIĘCIAMI TURBU-
LIZUJĄCYMI OPIŁYW



PRZEWODZENIE CIEPŁA PRZY ISTNIENIU WEWNĘTRZNYCH ŹRÓDEŁ CIEPŁA W ŚCIANCE PŁASKIEJ

1. WYZNACZENIE ROZKŁADU TEMPERATURY W ŚCIANCE PŁASKIEJ



$$0 = \frac{q_v}{\lambda} + \nabla^2 \cdot T$$

$$\frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{q_v}{\lambda} = 0 \Rightarrow \frac{dT}{dx} = -\frac{q_v}{\lambda} x + C_1 \Rightarrow T = -\frac{q_v}{2\lambda} x^2 + C_1 x + C_2$$

$$\text{dla : } x = 0 \rightarrow T = T_{S1} \Rightarrow C_2 = T_{S1};$$

$$\text{dla : } x = \delta \rightarrow T = T_{S2} \Rightarrow C_1 = \frac{T_{S2} - T_{S1}}{\delta} + \frac{q_v \cdot \delta}{2\lambda}$$

$$T = -\frac{q_v}{2\lambda} \cdot x^2 + \left(\frac{T_{S2} - T_{S1}}{\delta} + \frac{q_v \cdot \delta}{2\lambda} \right) \cdot x + T_{S1}$$

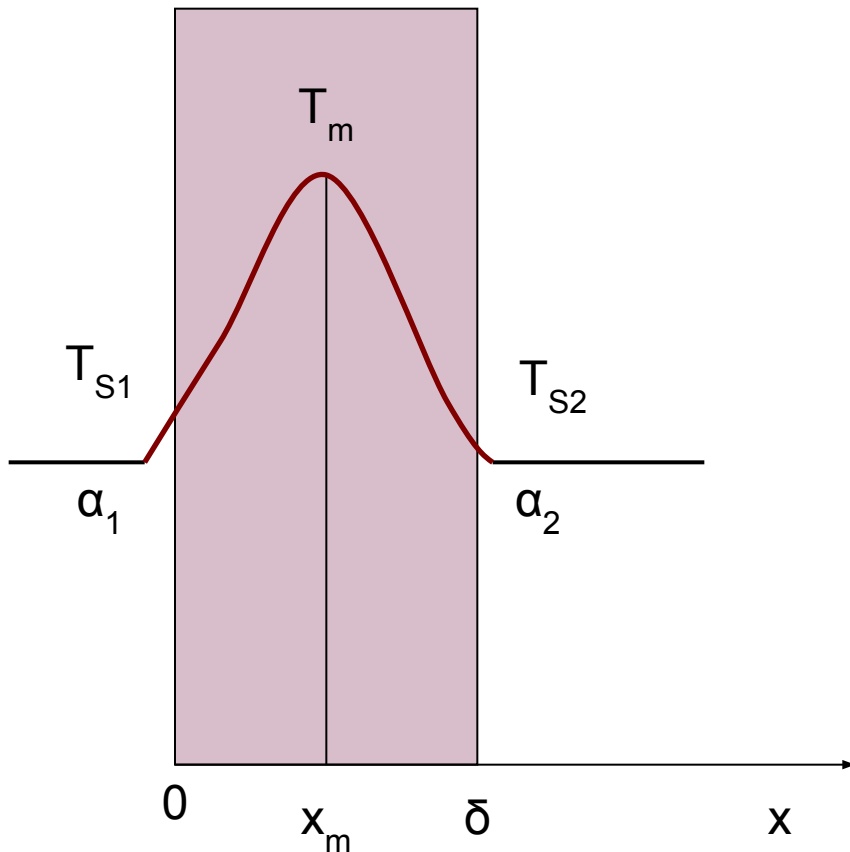
$$\left(\frac{dT}{dx} \right)_{x=x_m} = 0 \rightarrow x_m = \frac{\lambda}{q_v \cdot \delta} \cdot (T_{S2} - T_{S1}) + \frac{\delta}{2}$$

$$T_m = \frac{1}{2} \cdot (T_{S2} + T_{S1}) + \frac{\lambda}{q_v \cdot \delta^2} \cdot (T_{S2} - T_{S1})^2 + \frac{q_v \cdot \delta^2}{8\lambda}$$

JAKIE BĘDĄ ROZKŁADY TEMPERATUR GDY NA OBU ZEWNĘTRZNYCH POWIERZCHNIACH WYSTĘPUJĄ JEDNAKOWE TEMPERATURY?

PRZEWODZENIE CIEPŁA PRZY ISTNIENIU WEWNĘTRZNYCH ŹRÓDEŁ CIEPŁA W ŚCIANCIE PŁASKIEJ

2. WYZNACZENIE ROZKŁADU TEMPERATURY W ŚCIANCIE PŁASKIEJ GDY NA OBYDWU POWIERZCHNIACH WYSTĘPUJĄ TE SAME TEMPERATURY



$$T = -\frac{\dot{q}_v}{2\lambda} \cdot x^2 + \left(\frac{T_{S2} - T_{S1}}{\delta} + \frac{\dot{q}_v \cdot \delta}{2\lambda} \right) \cdot x + T_{S1}$$

$$T_S = T_{S1} = T_{S2}$$

$$T = T_S + \frac{\dot{q}_v \cdot x}{2\lambda} \cdot (\delta - x)$$

$$x_m = \frac{\lambda}{\dot{q}_v \cdot \delta} \cdot (T_{S2} - T_{S1}) + \frac{\delta}{2}$$

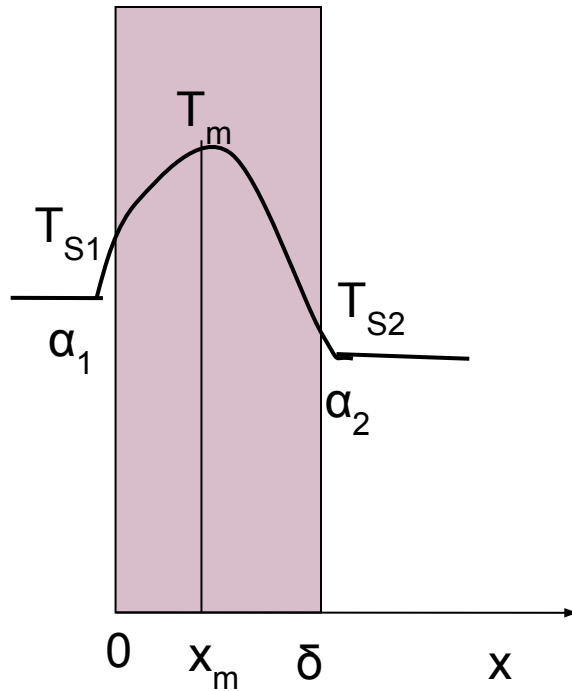
$$x_m = \frac{\delta}{2}$$

$$T_m = \frac{1}{2} \cdot (T_{S2} + T_{S1}) + \frac{\lambda}{\dot{q}_v \cdot \delta^2} \cdot (T_{S2} - T_{S1})^2 + \frac{\dot{q}_v \cdot \delta^2}{8\lambda}$$

$$T_m = T_S + \frac{\dot{q}_v \cdot \delta^2}{8\lambda}$$

PRZEWODZENIE CIEPŁA PRZY ISTNIENIU WEWNĘTRZNYCH ŹRÓDEŁ CIEPŁA W ŚCIANCE PŁASKIEJ

3. WYZNACZENIE GĘSTOŚCI STRUMIENIA CIEPŁA ODPROWADZANEGO OD POWIERZCHNI ŚCIANKI



$$0 = \frac{\dot{q}_v}{\lambda} + \nabla^2 \cdot T$$

$$\frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{\dot{q}_v}{\lambda} = 0 \Rightarrow \frac{dT}{dx} = -\frac{\dot{q}_v}{\lambda} x + C_1 \Rightarrow T = -\frac{\dot{q}_v}{2\lambda} x^2 + C_1 x + C_2$$

$$\text{dla : } x = 0 \rightarrow T = T_{S1} \Rightarrow C_2 = T_{S1};$$

$$\text{dla : } x = \delta \rightarrow T = T_{S2} \Rightarrow C_1 = \frac{T_{S2} - T_{S1}}{\delta} + \frac{\dot{q}_v \cdot \delta}{2\lambda}$$

$$\dot{q}_1 = -\lambda \left(\frac{dT}{dx} \right)_{x=0} = -\lambda \cdot \left[-\frac{\dot{q}_v}{\lambda} x + \frac{T_{S2} - T_{S1}}{\delta} + \frac{\dot{q}_v \cdot \delta}{2\lambda} \right]_{x=0} = -\lambda \frac{T_{S2} - T_{S1}}{\delta} - \frac{\dot{q}_v \cdot \delta}{2}$$

$$\dot{q}_2 = -\lambda \left(\frac{dT}{dx} \right)_{x=\delta} = -\lambda \cdot \left[-\frac{\dot{q}_v}{\lambda} x + \frac{T_{S2} - T_{S1}}{\delta} + \frac{\dot{q}_v \cdot \delta}{2\lambda} \right]_{x=\delta} = -\lambda \frac{T_{S2} - T_{S1}}{\delta} + \frac{\dot{q}_v \cdot \delta}{2}$$

$$\text{gdy : } T_{S1} = T_{S2}$$

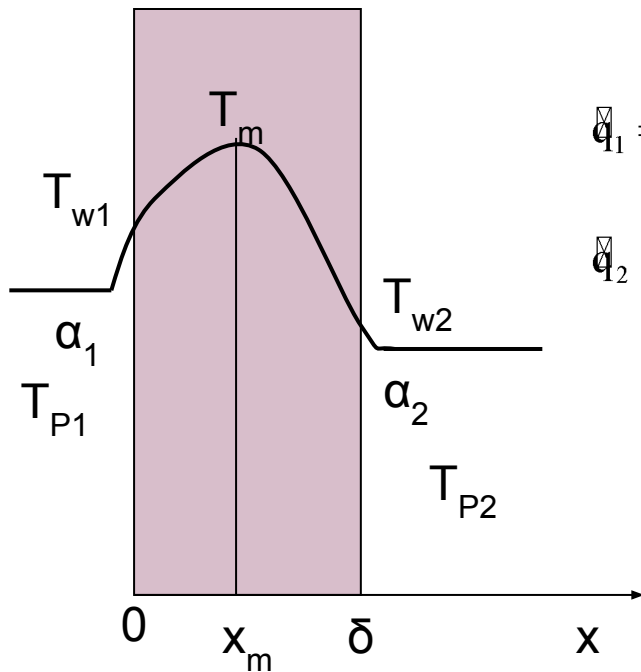
$$\dot{q}_s = \frac{\dot{q}_v \cdot \delta}{2}$$

DLACZEGO JEŻELI $|T_{W2} - T_{W1}| > \frac{\dot{q}_v \cdot \delta^2}{2 \cdot \lambda}$, to zwroty wektorów q_1 oraz q_2 są zgodne,

a gdy $|T_{W2} - T_{W1}| < \frac{\dot{q}_v \cdot \delta^2}{2 \cdot \lambda}$, to zwroty są przeciwne?

PRZEWODZENIE CIEPŁA PRZY ISTNIENIU WEWNĘTRZNYCH ŹRÓDEŁ CIEPŁA W ŚCIANCIE PŁASKIEJ

4. WYZNACZENIE GĘSTOŚCI STRUMIENIA CIEPŁA GDY ZNANE SĄ WARUNKI BRZEGOWE TRZECIEGO RODZAJU: T_{P1}, α_1 ORAZ T_{P2}, α_2

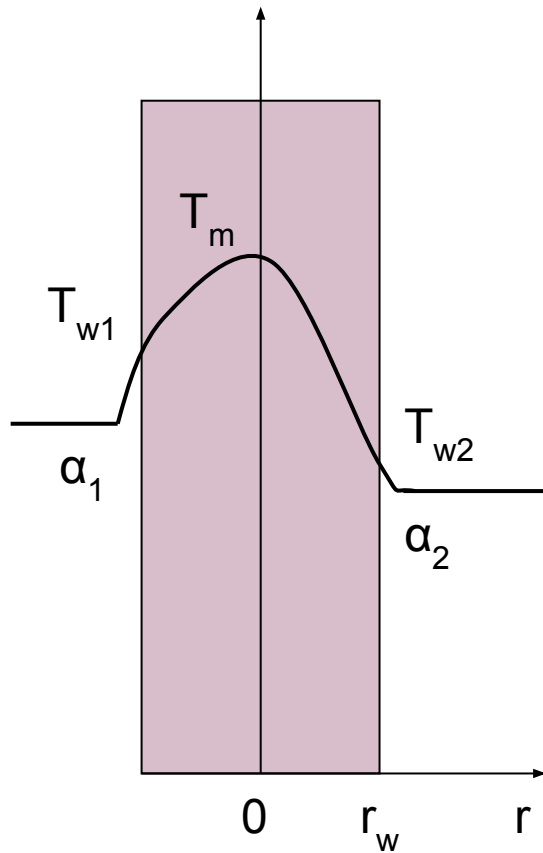


$$\bar{q}_1 = -\lambda \cdot \left(\frac{dT}{dx} \right)_{x=0} = \alpha_1 \cdot (T_{P1} - T_{S1}) \Rightarrow \left(\frac{dT}{dx} \right)_{x=0} = -\frac{\alpha_1}{\lambda} \cdot (T_{P1} - T_{S1})$$

$$\bar{q}_2 = -\lambda \cdot \left(\frac{dT}{dx} \right)_{x=\delta} = \alpha_2 \cdot (T_{S2} - T_{P2}) \Rightarrow \left(\frac{dT}{dx} \right)_{x=\delta} = -\frac{\alpha_2}{\lambda} \cdot (T_{S2} - T_{P2})$$

PRZEWODZENIE CIEPŁA PRZY ISTNIENIU WEWNĘTRZNYCH ŹRÓDEŁ CIEPŁA W NIESKOŃCZENIE DŁUGIM WALCU O PROMIENIU ZEWNĘTRZNYM r_w

1. WYZNACZENIE ROZKŁADU TEMPERATURY



$$0 = \dot{q}_v + \lambda \cdot \nabla^2 \cdot T / \lambda$$

$$0 = \frac{\dot{q}_v}{\lambda} + \nabla^2 \cdot T$$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) + \frac{\dot{q}_v}{\lambda} = 0 \Rightarrow d \left(r \frac{dT}{dr} \right) = -\frac{\dot{q}_v}{\lambda} r \cdot dr \Rightarrow r \frac{dT}{dr} = -\frac{\dot{q}_v}{2\lambda} r^2 + C_1$$

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{\dot{q}_v}{2\lambda} r + \frac{C_1}{r} \Rightarrow T = -\frac{\dot{q}_v}{4\lambda} r^2 + \ln r + C_2$$

$$\text{dla : } r = 0 \rightarrow \left(\frac{dT}{dr} \right)_{r=0} = 0 \Rightarrow C_1 = 0;$$

$$\text{dla : } x = \delta \rightarrow \left(\frac{dT}{dr} \right)_{r=r_w} \Rightarrow T = T_w \Rightarrow T = -\frac{\dot{q}_v}{4\lambda} r^2 + C_2 \Rightarrow C_2 = T_w + \frac{\dot{q}_v}{4\lambda} r_w^2$$

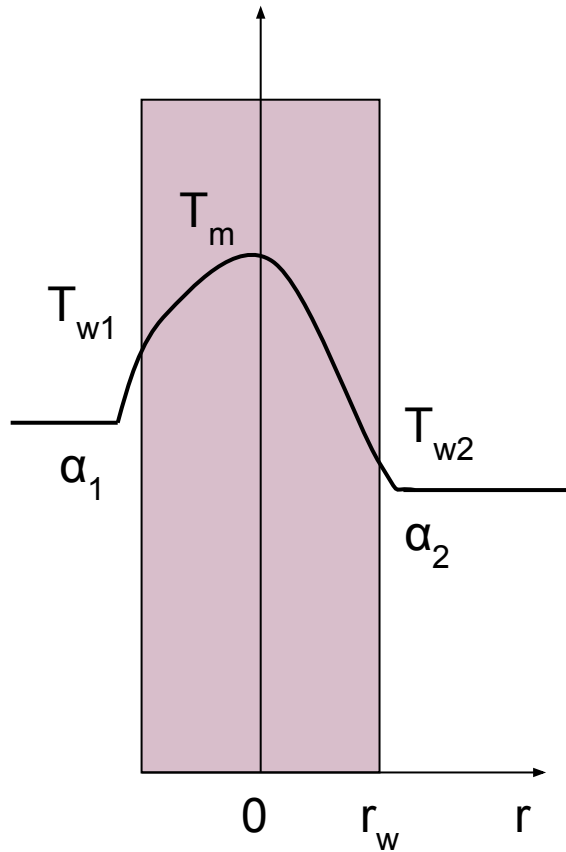
$$T = -\frac{\dot{q}_v}{4\lambda} \cdot r^2 + \frac{\dot{q}_v}{4\lambda} r_w^2 + T_w = T_w + \frac{\dot{q}_v}{4\lambda} r_w^2 \left(1 - \left(\frac{r}{r_w} \right)^2 \right)$$

$$\text{dla : } r = 0$$

$$T_m = T_w + \frac{\dot{q}_v}{4\lambda} r_w^2$$

PRZEWODZENIE CIEPŁA PRZY ISTNIENIU WEWNĘTRZNYCH ŹRÓDEŁ CIEPŁA W NIESKOŃCZENIE DŁUGIM WALCU O PROMIENIU ZEWNĘTRZNYM r_w

2. WYZNACZENIE GĘSTOŚCI STRUMIENIA CIEPŁA ODPROWADZANEGO OD POWIERZCHNI WALCA



$$\dot{q} = -\lambda \cdot \left(\frac{dT}{dr} \right)_{r=r_w} = \alpha \cdot (T_w - T_f)$$

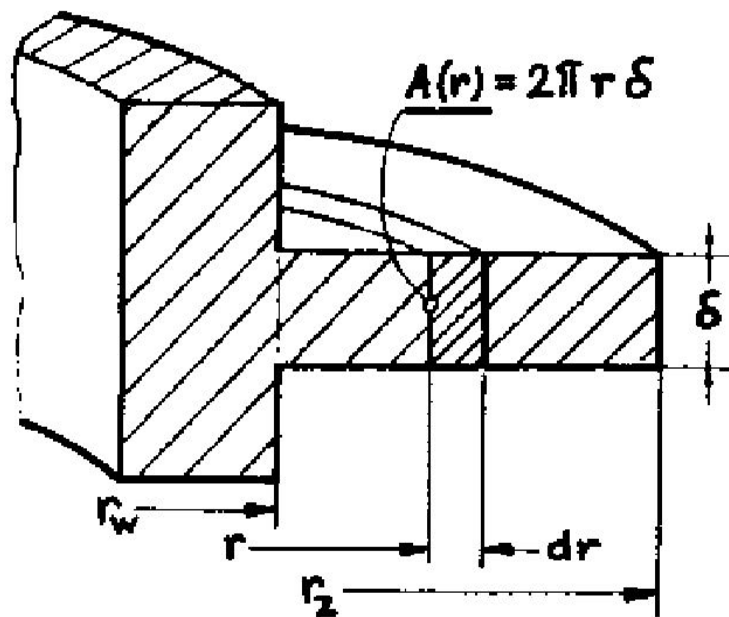
$$\left(\frac{dT}{dr} \right)_{r=r_w} = -\frac{\alpha}{\lambda} \cdot (T_w - T_f)$$

$$\text{ale : } \frac{dT}{dr} = -\frac{\dot{q}_v}{2\lambda} r$$

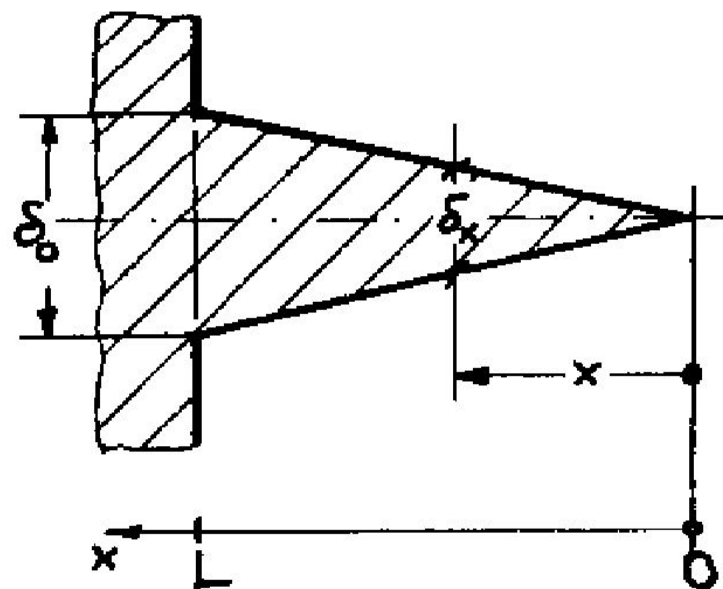
$$-\frac{\dot{q}_v}{2\lambda} r_w = -\frac{\alpha}{\lambda} \cdot (T_w - T_f)$$

$$\dot{q} = \frac{\dot{q}_v}{2\lambda} r_w = \alpha \cdot (T_w - T_f)$$

PRZYPADKI SZCZEGÓLNE DLA ŻEBER O ZMIENNYM PRZEKROJU

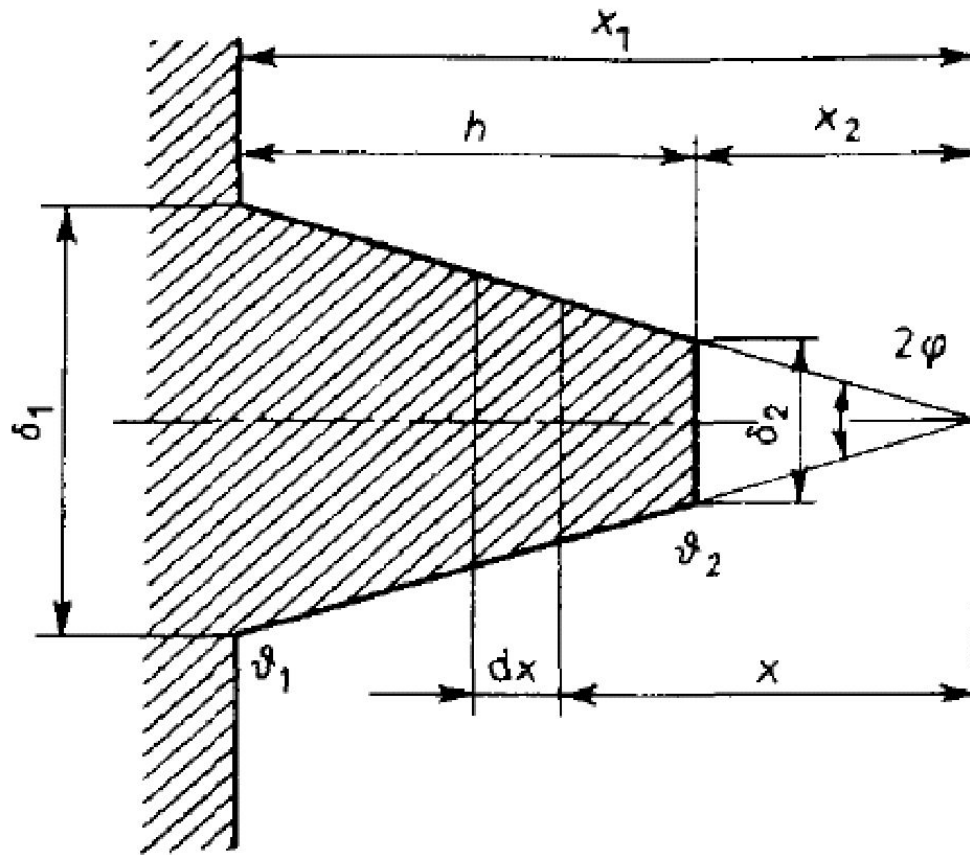


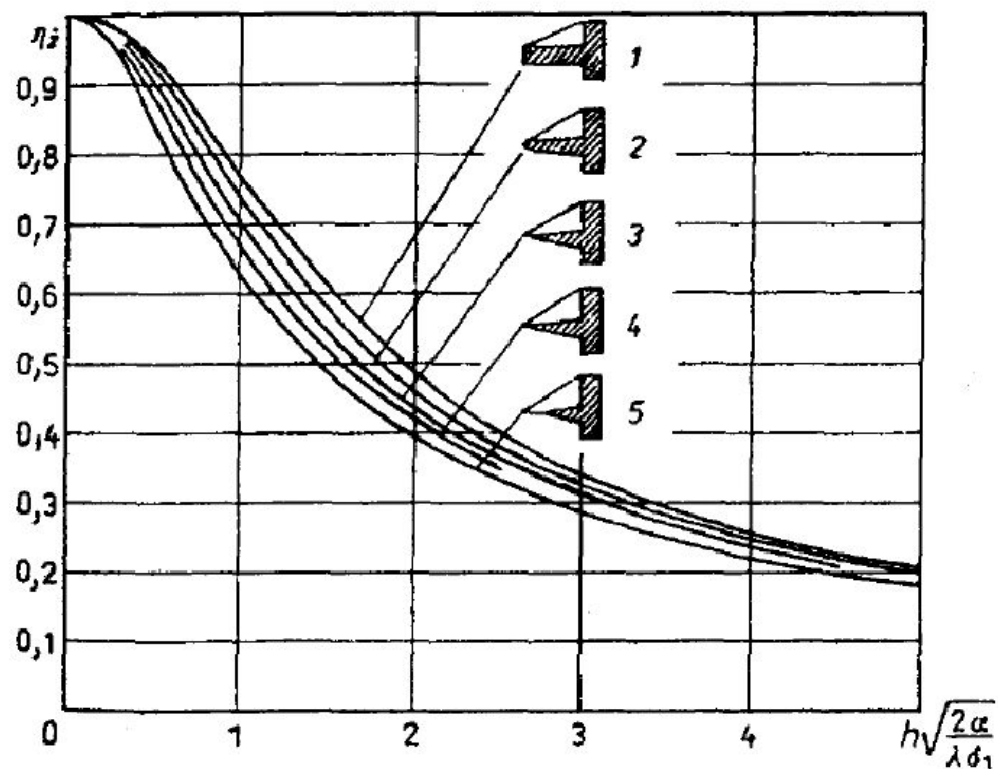
Rys.1.18. Okrągłe żebro płaskie (pierścień o stałej grubości δ)



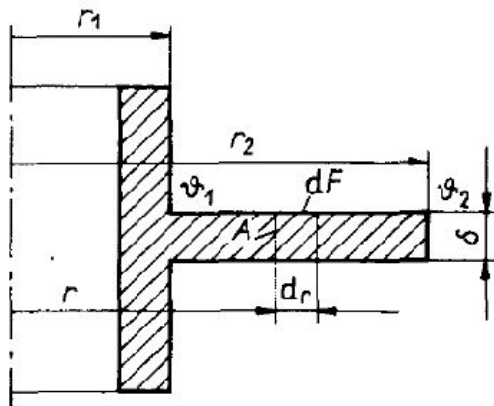
Rys.1.19. Żebro o profilu trójkątnym

WYMIANA CIEPŁA PRZEZ ŻEBRA

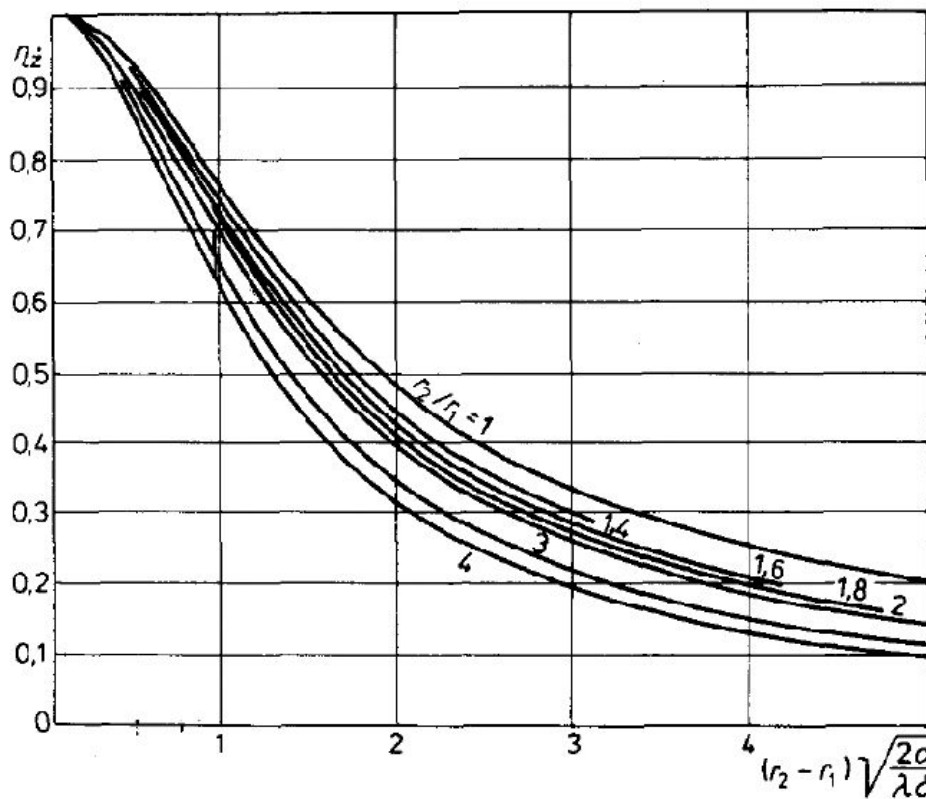




Rys. 2.10. Sprawność żeber prostych: 1 - $\delta = \text{const}$, $\eta_z = \frac{\text{tgh } mh}{mh}$, $m = \sqrt{\frac{2\alpha}{\lambda\delta}}$; 2 - $\delta_x = \delta_1 \sqrt{\frac{x}{h}}$,
 $\eta_z = \frac{4}{3mh} \frac{I_{2/3}(mh)}{I_{-1/3}(mh)}$, $m = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{2\alpha}{\lambda\delta_1}}$; 3 - $\delta_x = \delta_1 \frac{x}{h}$, $\eta_z = \frac{2}{mh} \frac{I_1(mh)}{I_0(mh)}$, $m = 2 \sqrt{\frac{2\alpha}{\lambda\delta_1}}$;
 4 - $\delta_x = \delta_1 \left(\frac{x}{h}\right)^{3/2}$, $\eta_z = \frac{4}{mh} \frac{I_2(mh)}{I_1(mh)}$, $m = 4 \sqrt{\frac{2\alpha}{\lambda\delta_1}}$; 5 - $\delta_x = \delta_1 \left(\frac{x}{h}\right)^2$, $\eta_z = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + 4(mh)^2}}$, $m = \sqrt{\frac{2\alpha}{\lambda\delta_1}}$



Rys. 2.11. Żebro okrągłe o stałej grubości



Rys. 2.12. Sprawność żeber okrągłych o stałej grubości

