

Тема 6

6.5.3. Основные задачи синтеза кулачковых механизмов

Конечной целью синтеза кулачковых механизмов является *проектирование профиля* кулачка. Для её решения предварительно необходимо решить следующие задачи:

1. Выбор кинематической схемы кулачкового механизма;
2. Определение законов движения ведомого звена;
3. Выбор основных размеров механизма.

Выбор *кинематической схемы* определяется, в первую очередь, из конструктивных соображений, исходя из условий применения кулачкового механизма.

Законы движения ведомого звена определяются кинематическими, динамическими, конструктивными и технологическими требованиями, главные из которых – динамические.

На выбор *основных размеров* кулачкового механизма оказывает влияние конструктивные, кинематические и динамические требования: обеспечение минимальных размеров кулачкового механизма; обеспечение заданных законов движения; обеспечение высокого КПД и отсутствие заклинивания кулачкового механизма

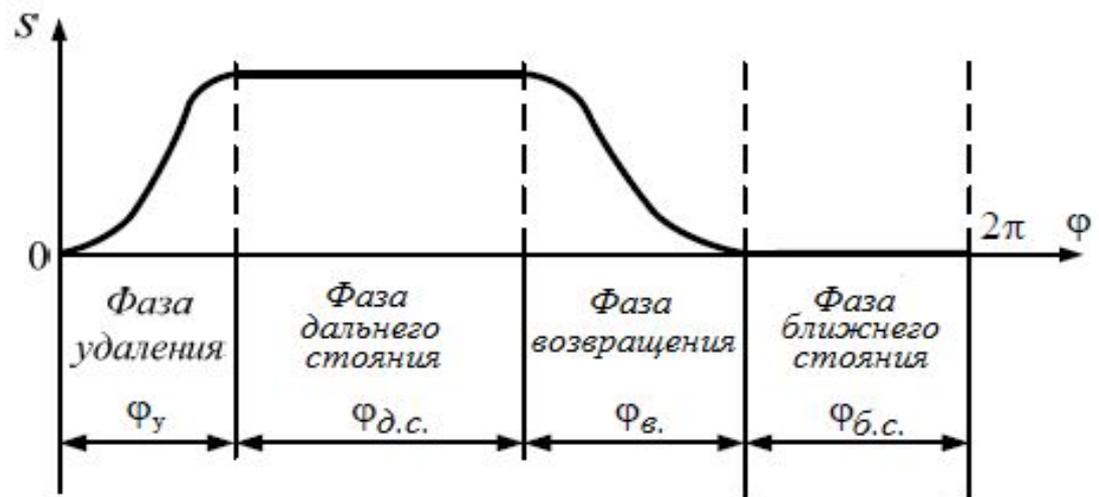
Тема 6

6.5.4. Выбор закона движения ведомого звена

Закон движения ведомого звена определяется величиной хода толкателя, либо выполняемой технологической операцией. Основное требование – обеспечение минимальных динамических нагрузок. Это требование относится, прежде всего, к фазам удаления и возвращения ведомого звена.

По характеру динамического воздействия на ведомое звено различают три вида законов движения:

- законы, приводящие к **жесткому** удару;
- законы, приводящие к **мягкому** удару;
- **безударные** законы.



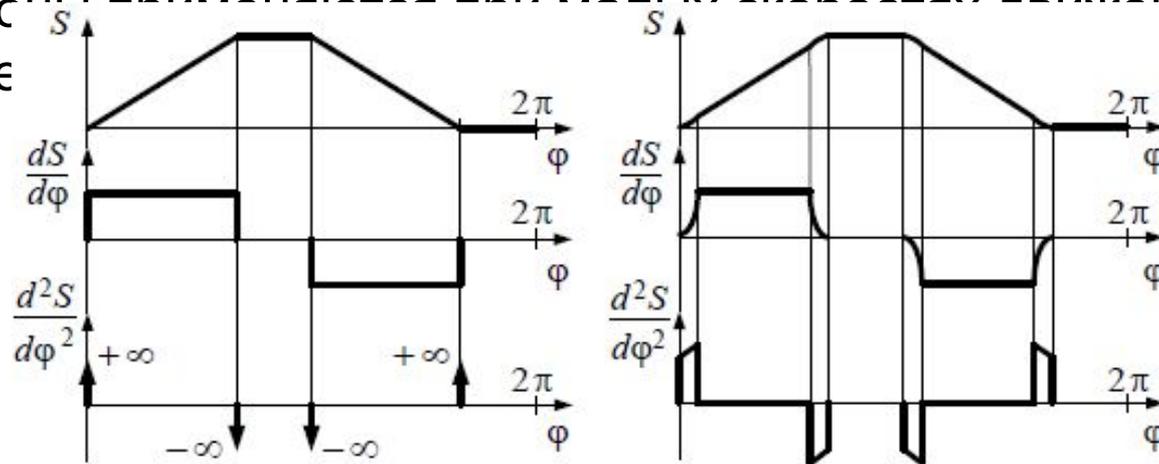
Тема 6

Законы жесткого удара

Скорость (аналог скорости) ведомого звена имеет разрывы I рода (закон *постоянной скорости*). В этом случае в начале движения, при реверсировании и остановке возникают бесконечно большие ускорения, приводящие к появлению бесконечно больших сил инерции и жестким ударам кулачка о толкатель. Эти удары приводят к износу рабочей поверхности, нарушают точность, снижают долговечность.

Закон постоянной скорости позволяет получить кулачковый механизм, профиль которого представляет собой архимедову спираль.

Эти законы движения ведомого звена и в нем



и в нем (1.).

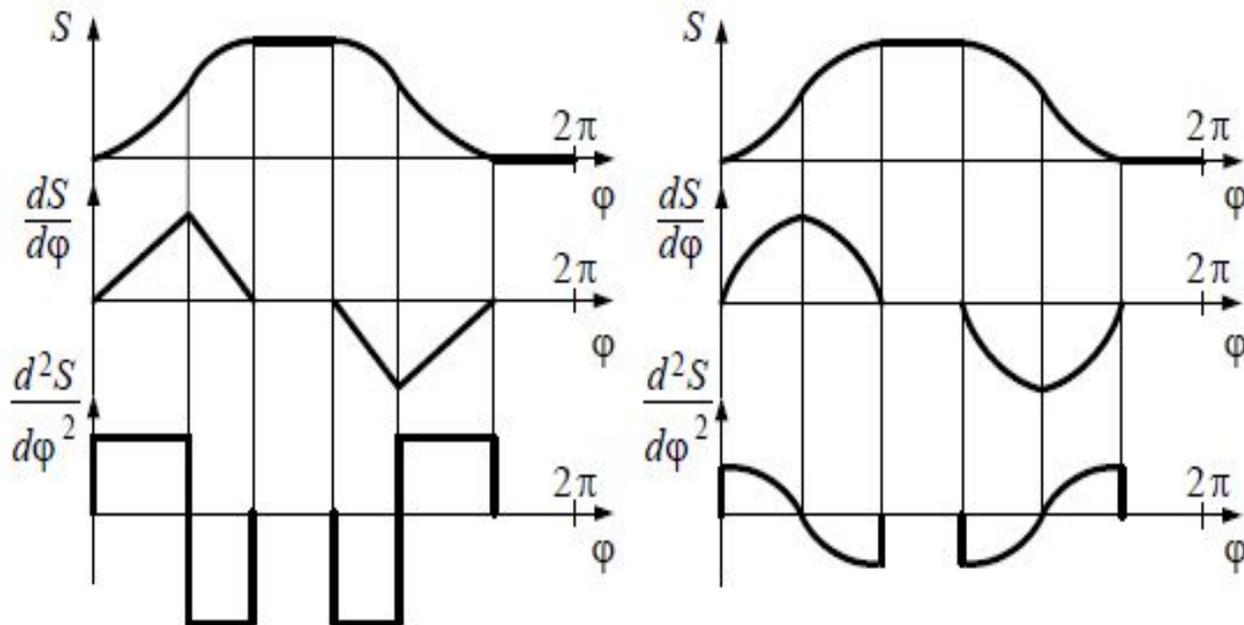
Тема 6

Законы мягкого удара

Скорость (или её аналог) ведомого звена при этих законах изменяется непрерывно, а ускорение имеет точки разрыва // рода (например, закон *постоянного ускорения*).

В точках разрыва возникает резкое (но конечное) изменение ускорений и сил инерции, что приводит к мягкому удару, вибрациям, шуму.

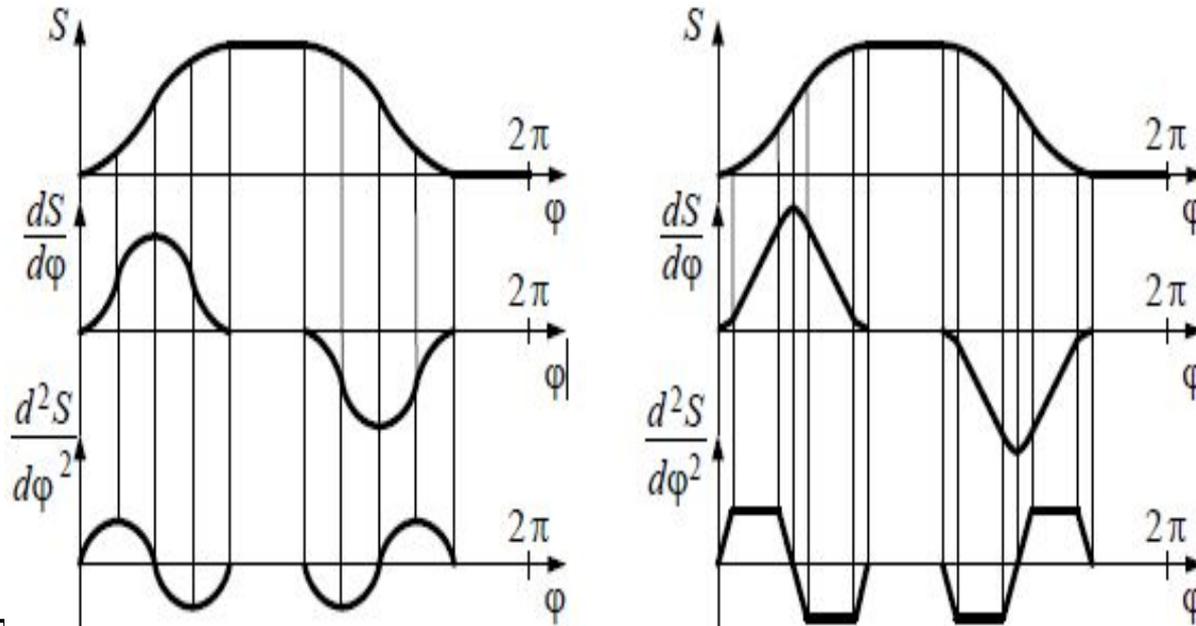
Эти законы используются в механизмах, движущихся с умеренными скоростями и имеющих умеренные нагрузки.



Тема 6

Безударные законы

При этих законах ускорение (аналог ускорения) является *непрерывной функцией* времени и может меняться, например, по трапециидальному или синусоидальному законам.



В этом случае в начале движения, при реверсировании и остановке, ускорения, а, следовательно, и силы инерции равны нулю. В результате происходит безударное взаимодействие кулачка и толкателя.

Эти законы применяются в механизмах, движущихся со значительными скоростями и испытывающих значительные

Тема 6

6.5.5. Определение основных размеров кулачковых механизмов

К числу основных размеров относятся:

r_0 – **минимальный радиус** кулачка (радиус кулачковой шайбы);

e – **величина эксцентриситета** кулачка и толкателя;

r_p – **радиус ролика**;

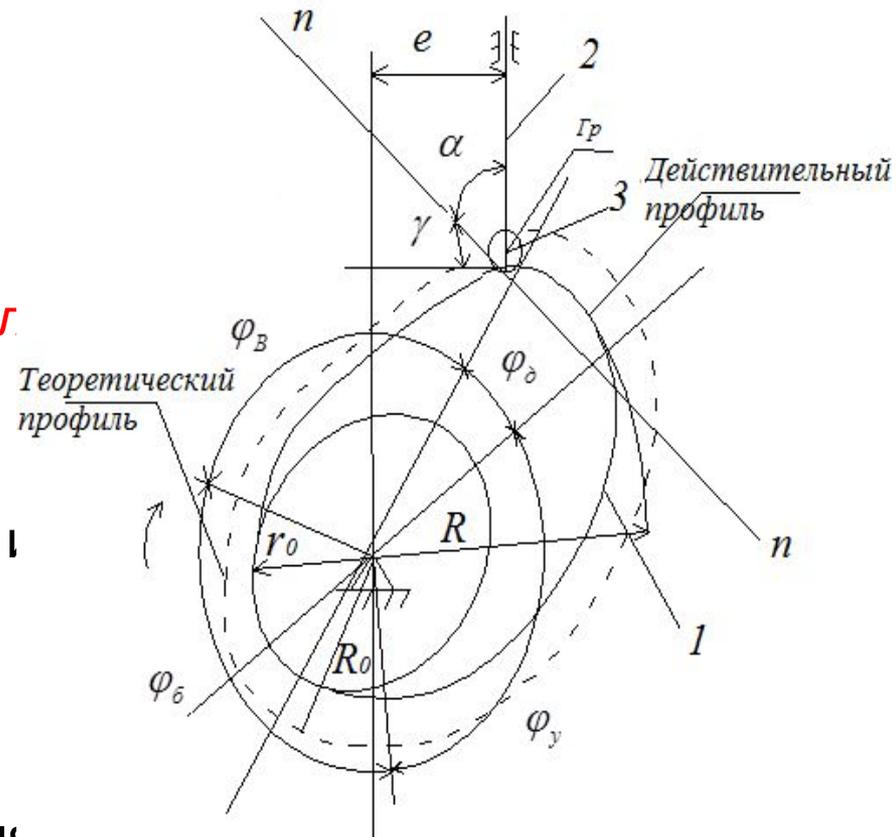
l – **длина коромысла**;

l_0 – **межосевое расстояние**;

β_0 – **начальный угол коромысла**;

A_0 – **начальное положение толкателя**.

На выбор размеров кулачковых механизмов оказывают влияние **конструктивные, кинематические и динамические** требования. К числу последних относятся: обеспечение высокого КПД при минимальных габаритах и отсутствие заклинивания кулачка.



Тема 6

1. Кулачковый механизм с остроконечным толкателем

Покажем внешние силы, действующие на механизм.

Здесь обозначено:

\bar{F} – равнодействующая сил, приложенных к толкателю: силы полезного сопротивления, силы тяжести толкателя, силы инерции толкателя, силы упругости возвратной пружины;

\bar{F}_{12} – реакция со стороны толкателя, без учета силы трения;

\bar{F}_{02} – реакция со стороны стойки на толкатель 2.

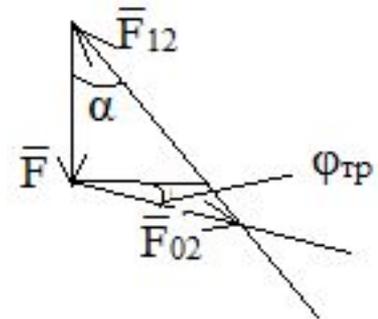
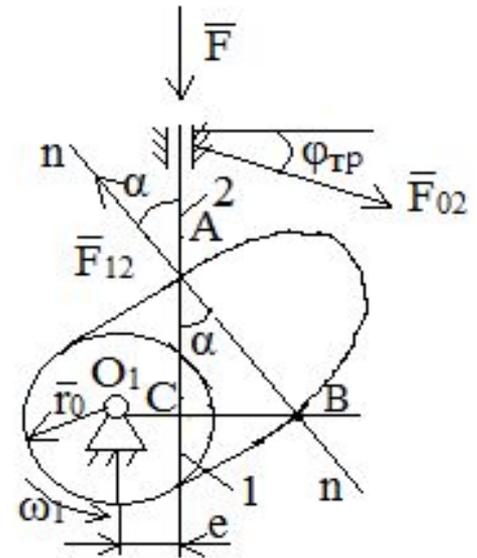
Векторное уравнение равновесия

$$\bar{F} + \bar{F}_{02} + \bar{F}_{12} = 0.$$

Решим его графически

$$\frac{\bar{F}_{12}}{\bar{F}} = \frac{\sin(90^\circ + \varphi_{\text{тр}})}{\sin[90^\circ - (\alpha + \varphi_{\text{тр}})]} = \frac{\cos \varphi_{\text{тр}}}{\cos(\alpha + \varphi_{\text{тр}})} = \delta,$$

где δ – коэффициент возрастания усилия.



Тема 6

- Если $\alpha + \varphi_{\text{тр}} = 90^\circ$, то $\delta = \infty$ и механизм **заклинится**.

Угол заклинивания $\alpha_3 = 90^\circ - \varphi_{\text{тр}}$. Чтобы не было заклинивания, угол α делают меньше угла заклинивания. Если $\alpha \rightarrow \alpha_3$, то $\delta \rightarrow \infty$, что повлечет за собой увеличение силы трения и снижение КПД. С другой стороны, если $\alpha \rightarrow 0$, то увеличатся размеры механизма, так как при этом увеличиваются эксцентриситет e и ход толкателя S_A :

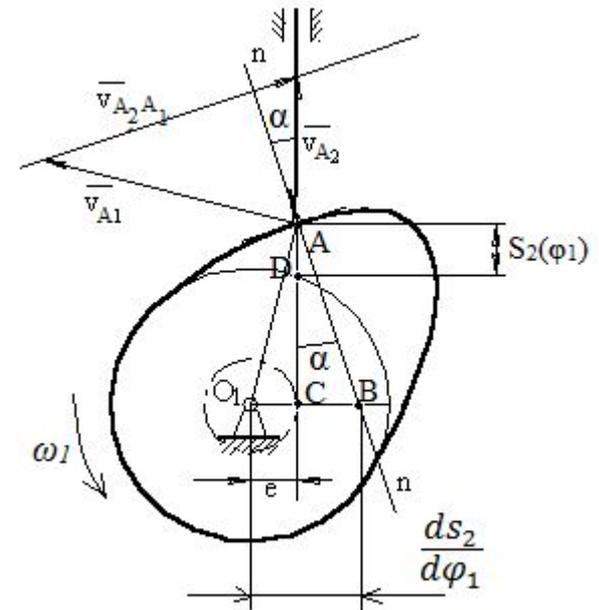
$$\tan \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{O_1B - e}{S_A}$$

Обычно принимают $\alpha_{\text{max}} = (30-40)^\circ$ – для механизмов с толкателем и $\alpha_{\text{max}} = (45-50)^\circ$ – для механизмов с коромыслом.

Выразим угол давления через основные размеры механизма. Скорость толкателя

$$\bar{V}_{A_2} = \bar{V}_{A_1} + \bar{V}_{A_2A_1};$$

где $V_{A_2} = \frac{ds_2}{dt}$; $V_{A_1} = \omega_1 O_1A$; $\bar{V}_{A_2A_1} \perp (n - n)$.



Так как $\Delta AV_{A_1}V_{A_2} \sim \Delta O_1BA$, то $\frac{V_{A_2}}{V_{A_1}} = \frac{O_1B}{O_1A}$, или $\frac{\frac{ds_2}{dt}}{\omega_1 O_1A} = \frac{O_1B}{O_1A}$.

Тема 6

- Откуда $\frac{ds_2}{\omega_1 dt} = O_1B$.

Выражение $\frac{ds_2}{\omega_1 dt} = \frac{ds_2}{d\varphi_1}$ будет являться *аналогом скорости* толкателя.

Таким образом

$$O_1B = \frac{ds_2}{d\varphi_1}.$$

Из ΔABC :

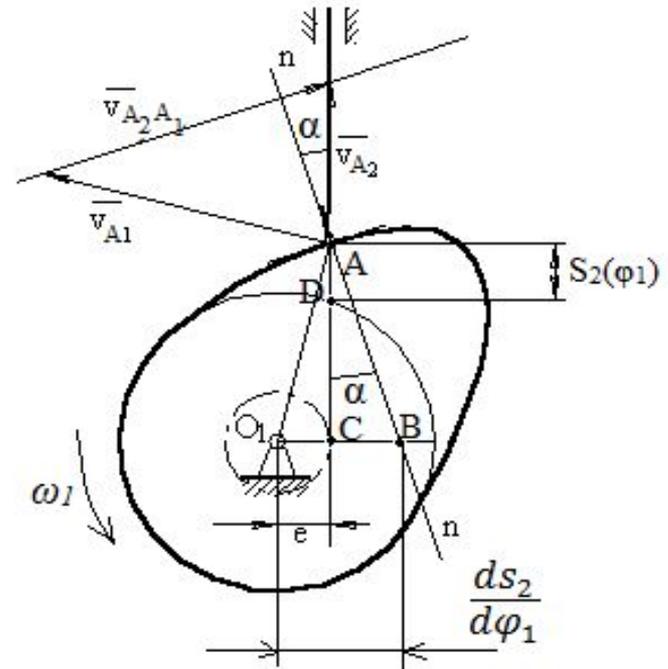
$$\tan \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{O_1B - O_1C}{DC + AD},$$

где $O_1C = e$; $DC = \sqrt{r_0^2 - e^2}$; $AD = S_2(\varphi_1)$.

$$\text{Тогда } \tan \alpha = \frac{\frac{ds_2}{d\varphi_1} - e}{\sqrt{r_0^2 - e^2 + S_2(\varphi_1)}}.$$

где $S_2(\varphi_1)$ – функция положения, зависящая от угла давления.

Таким образом, угол давления связывает между собой основные размеры кулачкового механизма.



Тема 6

- Если известны аналитические зависимости для функции положения, с помощью полученной формулы можно найти угол давления.

Например, для кулачка в виде *архимедовой спирали*

$$s_2 = r_0(1 + \varphi_1) - r_0 = r_0 \varphi_1.$$

Угол давления

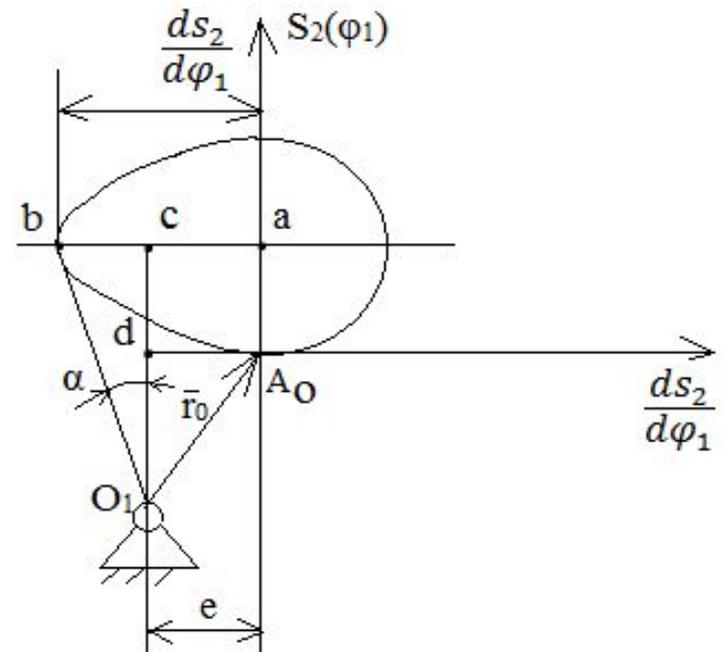
$$\tan \alpha = r_0 / r_0(1 + \varphi_1) = 1 / (1 + \varphi_1).$$

Для механизма с *плоским* толкателем $\alpha = 0$.

Если функция положения толкателя и аналог его скорости заданы графически, то величину угла давления можно определить графическим путем.

Для этого необходимо построить зависимость аналога скорости толкателя от его перемещения

$$\frac{ds_2}{d\varphi_1} = f(S_2).$$



Тема 6

- Угол α на этом рис. будет совпадать с углом давления. Действительно

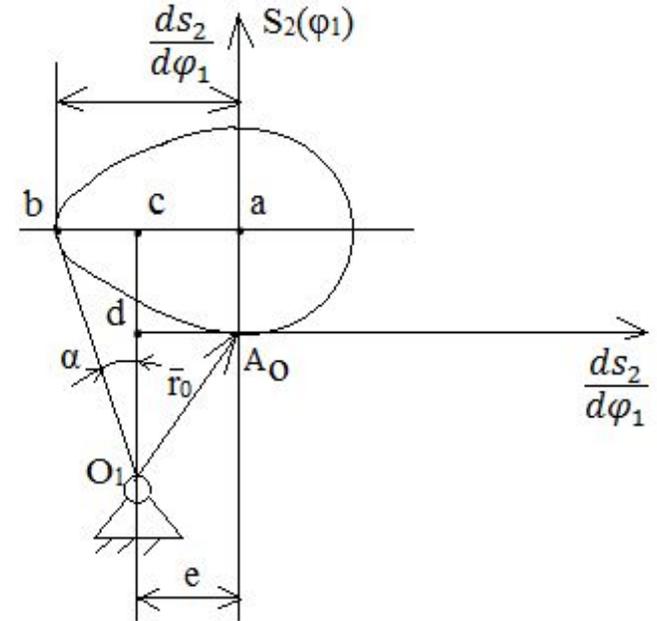
$$\tan \alpha = \frac{bc}{O_1c} = \frac{ab-ac}{O_1d+dc} = \frac{\frac{ds_2}{d\varphi_1} - e}{\sqrt{r_0^2 - e^2 + S_2(\varphi_1)}}.$$

С другой стороны, с помощью полученной зависимости можно решить и **обратную задачу** по определению радиуса кулачковой шайбы r_0 при задании функции положения $S_2(\varphi_1)$, эксцентриситета e и максимального значения α_{max} угла давления.

С этой целью строится **передаточная диаграмма**, представляющая собой зависимость

$$S_2(\varphi_1) = f\left(\frac{ds_2}{d\varphi_1}\right),$$

как для фазы удаления, так и для возвращения, в масштабе $\mu_{S_2} = \mu(ds_2 / d\varphi_1)$.



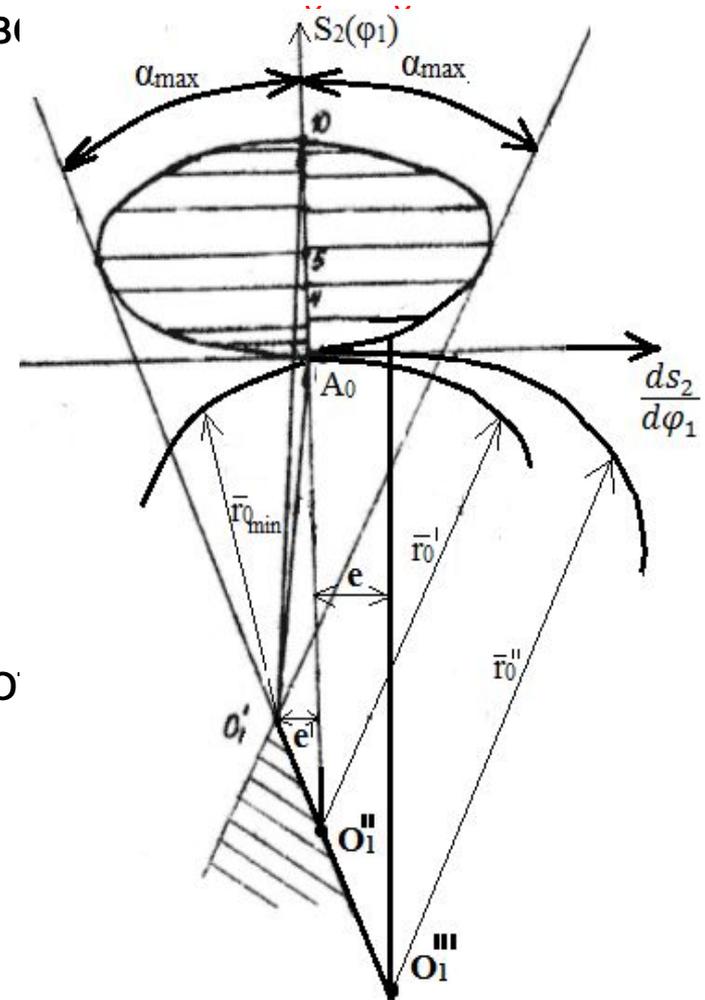
Тема 6

Отрезки, изображающие *аналоги скоростей* толкателя, откладываются *с той стороны* диаграммы, в которую *будет повернут*, по направлению *угловой скорости кулачка*, в толкателя.

Если вращение кулачка происходит против часовой стрелки, то фазе удаления будет соответствовать левая ветвь диаграммы, а фазе возвращения – правая ветвь, и наоборот.

Каждой точке передаточной диаграммы *соответствует* определенный угол поворота кулачка, а, следовательно, и *угол давления*.

Если к правой и левой частям диаграммы провести касательные под углом α_{max} , то точка их пересечения (O_1') определит положение оси вращения кулачка и радиус r_0



Тема 6

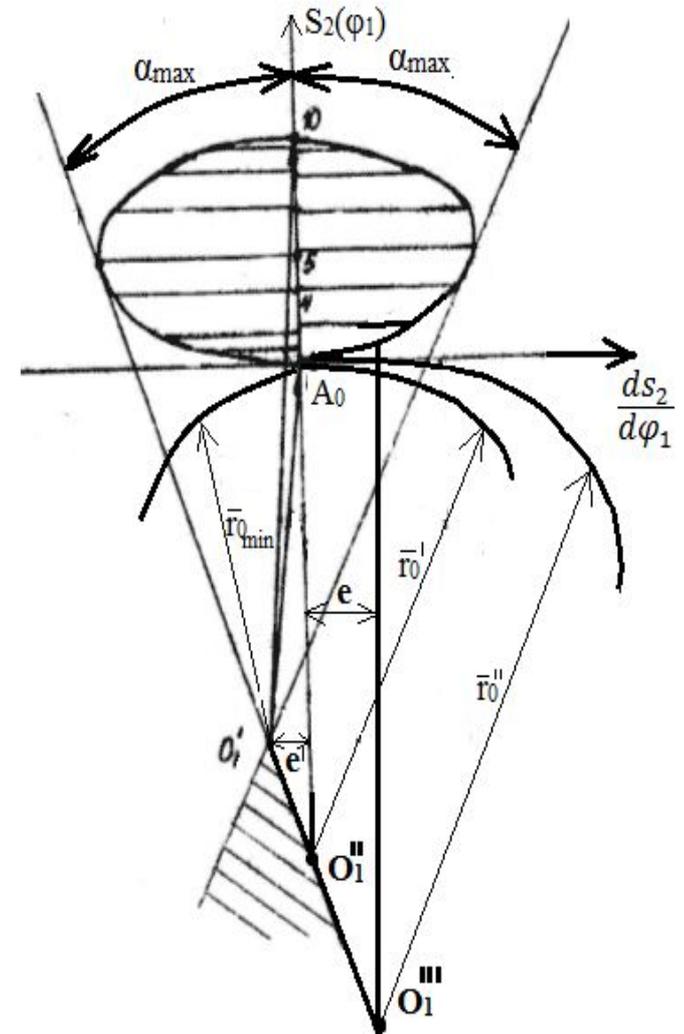
- При этом получится некоторый эксцентриситет, равный e' . Если выбрать за ось вращения кулачка т. O_1'' , то эксцентриситет будет равен нулю, а радиус кулачковой шайбы – r_0' .

Если эксцентриситет задан, то на расстоянии e от оси $S_2(\varphi_1)$ проводится параллельная ей прямая, на которой можно выбрать т. O_1''' .

В этом случае радиус кулачковой шайбы будет равен r_0'' .

Заштрихованная ниже точек O_1' , O_1'' и O_1''' область представляет собой **зону возможных положений** оси вращения кулачка.

Если расположить ось вращения кулачка в этой области, то угол давления всегда будет меньше допустимого значения (α_{max}).



Тема 6

2. Кулачковый механизм с коромысловым толкателем

В этом случае угол давления будет измеряться между направлением т. А коромысла и нормалью $n - n$ (см. рис.).

Скорость т. А толкателя

$$\bar{V}_{A_2} = \bar{V}_{A_1} + \bar{V}_{A_2A_1};$$

где $V_{A_1} = \omega_1 O_1 A$; $V_{A_2} = \omega_2 O_2 A$;

$\bar{V}_{A_2A_1} \perp (n - n)$.

Проведем через т. O_1 прямую, параллельную нормали и отметим на ней т. B .

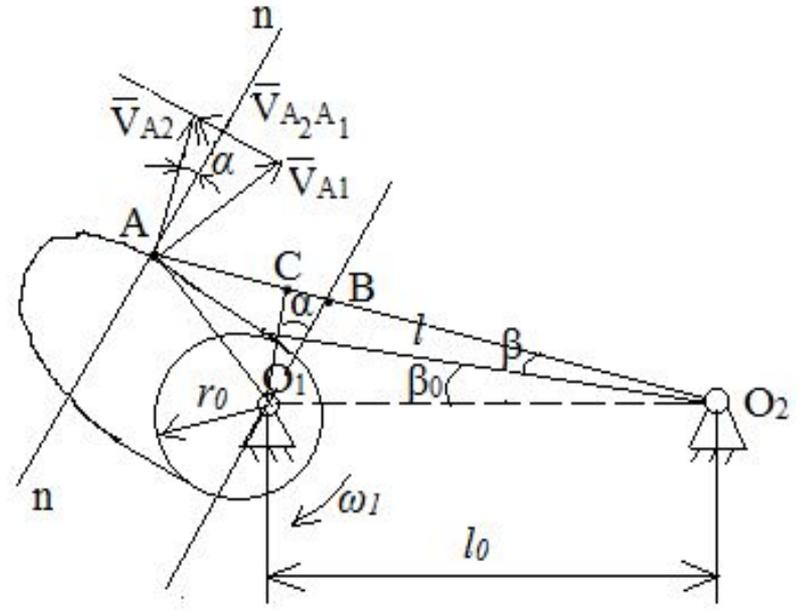
$\Delta AV_{A_1}V_{A_2} \sim \Delta O_1BA$, откуда

$$\frac{O_1A}{AB} = \frac{V_{A_1}}{V_{A_2}} = \frac{\omega_1 O_1A}{\omega_2 O_2A} \text{ или } O_2A/AB = \omega_1/\omega_2.$$

Откуда

$$AB = \frac{\omega_2}{\omega_1} O_2A = \frac{\omega_2}{\omega_1} l = \frac{d\beta}{d\varphi_1} l,$$

где $\frac{d\beta}{d\varphi_1}$ – *аналог угловой скорости* коромысла; l – длина коромысла.



Тема 6

● Найдем угол давления. Опустим из т. O_1 перпендикуляр $O_1 C$ на коромысло. Угол $\angle BO_1C = \alpha$ – угол давления.

$$\tan \alpha = \frac{BC}{O_1C} = \frac{AB-AC}{O_1C}.$$

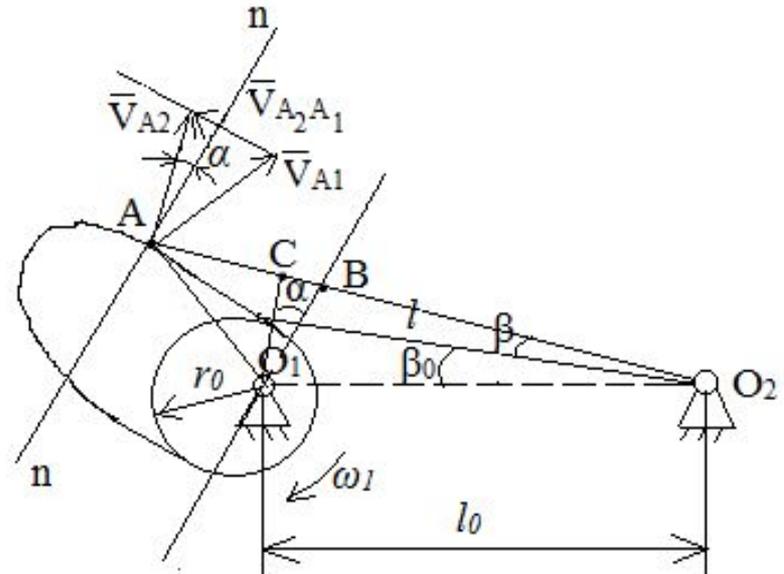
Здесь

$$AC = O_2A - O_2C = l - l_0 \cos(\beta + \beta_0);$$

$$O_1C = l_0 \cdot \sin(\beta + \beta_0).$$

Тогда

$$\tan \alpha = \frac{\pm \frac{d\beta}{d\varphi_1} l - [l - l_0 \cos(\beta + \beta_0)]}{l_0 \cdot \sin(\beta + \beta_0)}.$$



Знак (\pm) берется потому, что угловая скорость коромысла ω_2 имеет различное направление на фазах удаления и возвращения коромысла.

С увеличением межосевого расстояния l_0 угол давления уменьшается, а габариты механизма увеличиваются. Радиус кулачковой шайбы

$$r_0 = (l^2 + l_0^2 - 2 l l_0 \cos \beta_0)^{1/2}.$$

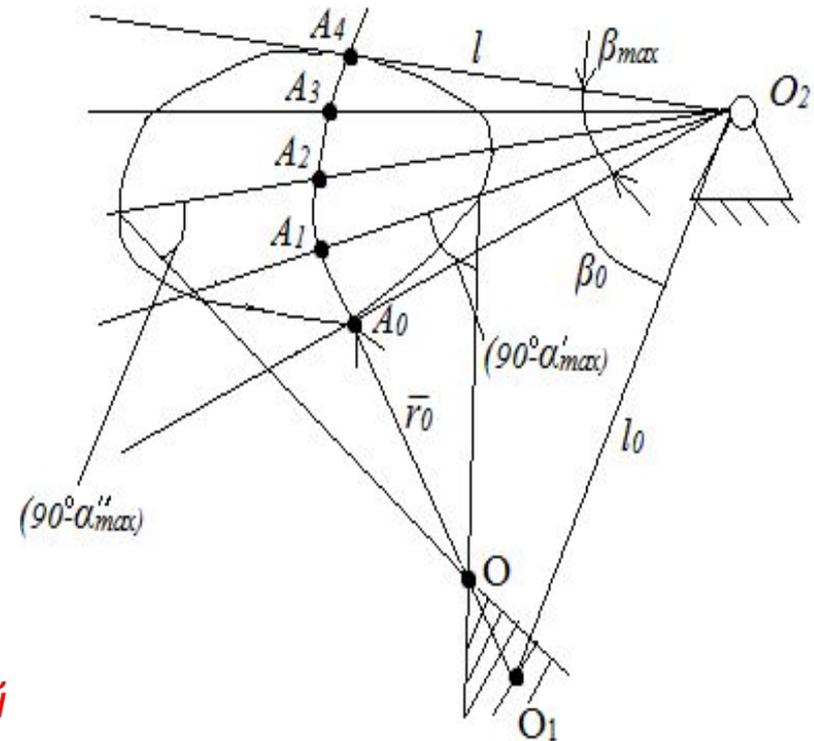
Тема 6

- Определим *положение оси вращения* кулачка (см. рис.).

Для этого по заданному закону движения коромыслового толкателя производится разметка положений конечной точки коромысла (т. А).

После этого на лучах, проведенных через эти точки, откладываются отрезки, равные $(\frac{d\varphi_2}{d\varphi_1})l$. При этом эти *отрезки*, откладываются *с той стороны* диаграммы, в которую будет повернут, по направлению *угловой скорости* кулачка, вектор *линейной скорости* т. А толкателя.

Зона допустимых положений оси вращения кулачка будет находиться в *заштрихованной области*, между прямыми, проведенными из точек передаточной диаграммы под углами $(90^\circ - \alpha_{max})$ к соответствующим лучам, имеющими *наиболее удаленную от т. А₀ диаграммы точку пересечения* (т. О). Можно выбрать, например, т. О₁.



Тема 6

3. Кулачковый механизм с плоским толкателем

У механизмов этого типа угол давления постоянен и равен: $\alpha = 0$. Введение эксцентриситета в этих механизмах *нецелесообразно*. В основе определения величины радиуса кулачковой шайбы лежит условие *выпуклости профиля* ($\rho \geq 0$) кулачка (для исключения двоякой кривизны).

Заменяем высшую кинематическую пару в т. А. Точка O_1 – центр кривизны профиля.

Тогда условие выпуклости

$$\rho_k = S_2(\varphi_1) + r_0 + x \geq 0, \quad (1)$$

где x – неизвестная величина.

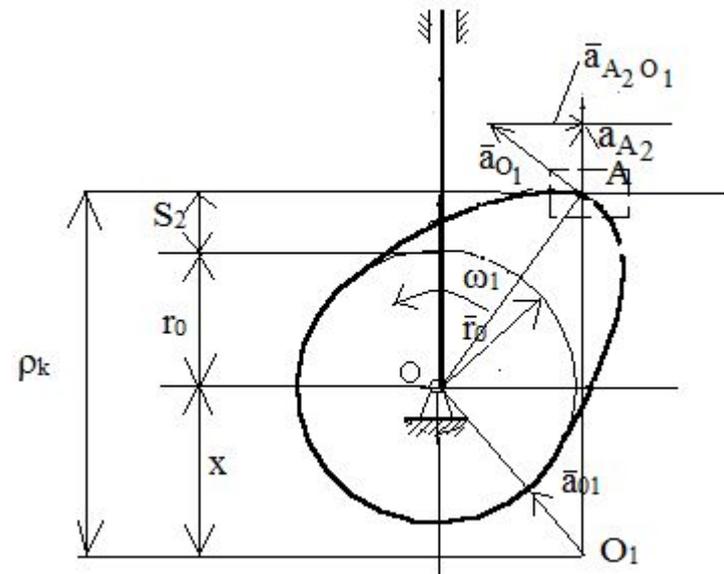
Определим абсолютное ускорение т. A_2

$$\bar{a}_{A_2} = \bar{a}_{O_1} + \bar{a}_{A_2 O_1}^n + \bar{a}_{A_2 O_1}^t,$$

где $a_{A_2} = \frac{d^2 s_2}{dt^2} = \frac{d^2 s_2}{d\varphi_1^2} \omega_1^2$; $a_{O_1} = \omega_1^2 \cdot OO_1$; $a_{O_1} = \omega_1^2 \cdot OO_1$; $a_{A_2 O_1}^n = 0$;

$$\bar{a}_{A_2 O_1}^t \perp AO_1.$$

Строим план ускорений (см. рис.).



Тема 6

- Последнее уравнение удобно для **графического решения**. Для этого строим передаточную диаграмму

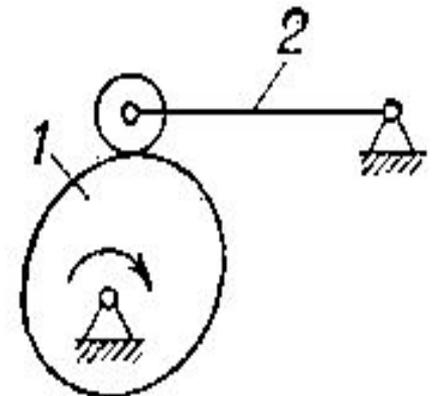
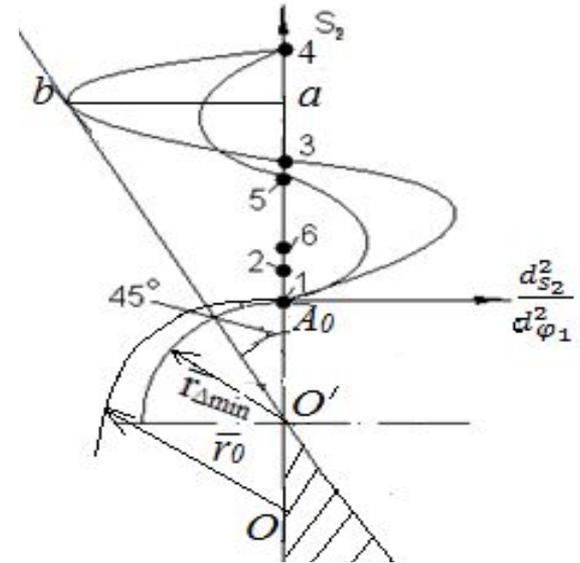
$$\frac{d^2 s_2}{d\varphi_1^2} = f[S_2(\varphi_1)].$$

Из т. b (максимального отрицательного значения оси абсцисс) под углом 45° к оси ординат графика проводится прямая.

Если за ось вращения кулачка взять точку пересечения этой прямой с осью ординат (т. O'), то получим минимальное значение радиуса r_{0min} . При выборе т. O будем иметь радиус, равный r_0 .

Для кулачковых механизмов, **снабженных роликом**, необходимо определять не радиус кулачковой шайбы r_0 , а радиус **начальной окружности** кулачка, равный $R_0 = r_0 + r_p$.

При этом радиус ролика принимается равным $r_p \leq 0,4 R_0$.



Тема 6

6.5.6. Построение теоретического профиля кулачка

После определения основных размеров кулачкового механизма и выбора законов движения ведомого звена приступают к основной задаче – *проектированию профиля* кулачка.

При этом считаются *известными* закон движения ведомого звена, максимально допустимый угол давления и все размеры, не относящиеся к профилю кулачка.

Задача синтеза, как и задача кинематического анализа кулачковых механизмов, решается *методом обращения движения*.

Всему механизму сообщается вращение с угловой скоростью, равной угловой скорости кулачка и направленной в противоположную сторону. В этом случае кулачок как бы останавливается, а ведомое звено будет вращаться вокруг кулачка с угловой скоростью равной – w_1 и одновременно перемещаться относительно своих направляющих по заданному закону. Показывая эти перемещения в обращенном движении, отмечаются точки *теоретического профиля*.

Рассмотрим примеры построения теоретических профилей в различных кулачковых механизмах.

Тема 6

• 1. *Центральный кулачковый механизм с остроконечным толкателем*

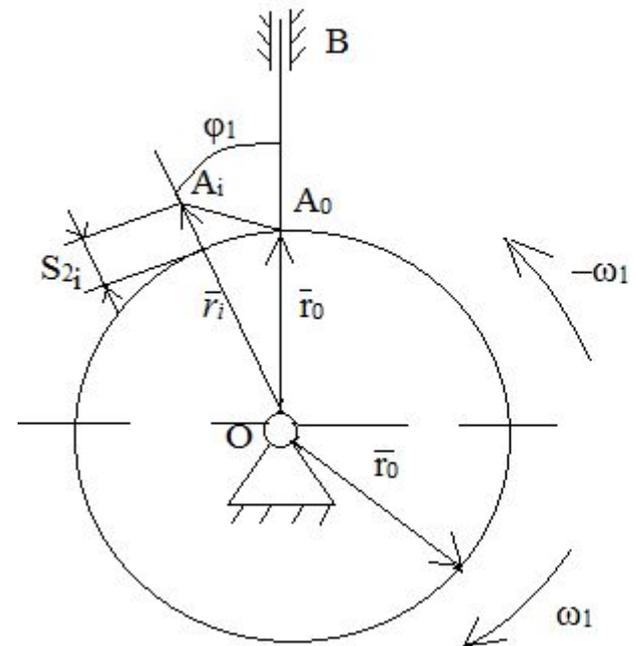
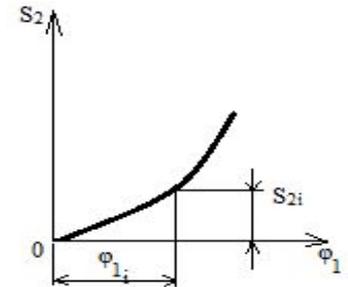
Известны радиус кулачковой шайбы (r_0), скорость кулачка (ω_1), начальное положение толкателя (т. A_0) и график перемещения ведомого звена $S_2(\varphi_1)$.

В обратном движении кулачок неподвижен, а осевая линия OB начнет вращаться против часовой стрелки с ($-\omega_1$). Кроме того, толкатель будет перемещаться в направляющей по закону $[S_2(\varphi_1)]$.

При повороте осевой линии на угол φ_1 т. A переместится на величину s_{2i} и окажется в т. A_i профиля кулачка. При этом радиус-вектор этой точки

$$r_i = r_0 + S_{2i}.$$

Остальные точки профиля находятся аналогично.



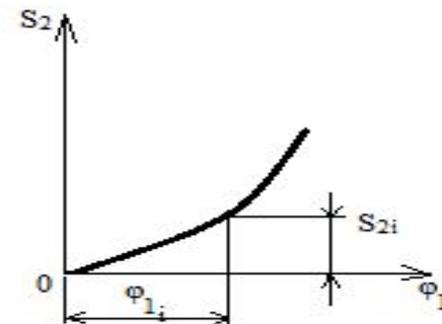
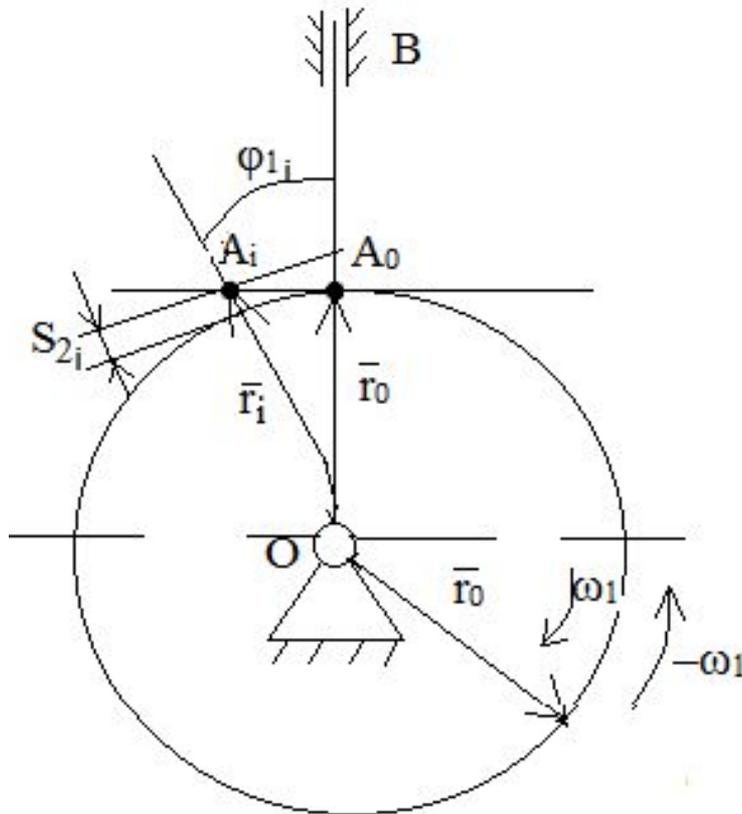
Тема 6

4. Кулачковый механизм с плоским толкателем

В этом механизме профиль кулачка строится как огибающая отдельных положений его плоскости.

Радиус-вектор точки A_i

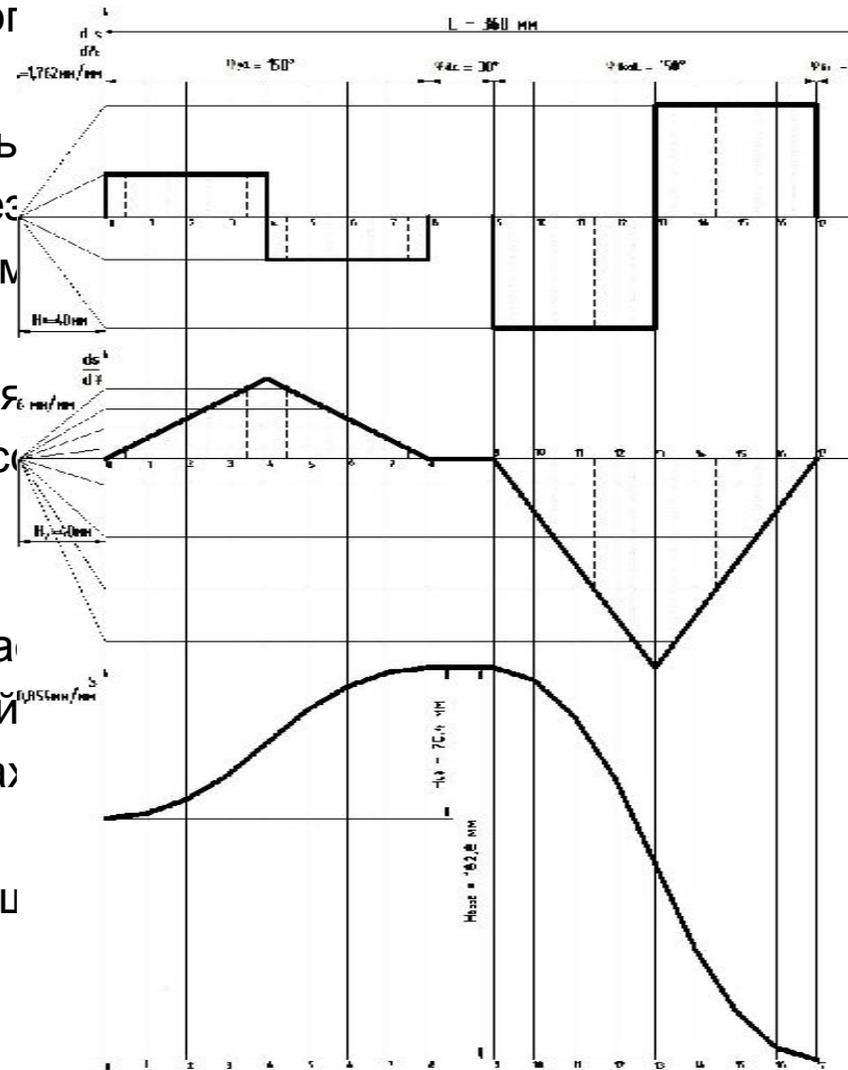
$$r_i = r_0 + S_{2i}$$



Тема 6

6.5.7. Порядок проектирования профиля кулачка

1. Строится кинематическая диаграмма аналог ускорений в произвольном масштабе;
2. Участки оси абсцисс, соответствующие фазовым углам поворота кулачка, делятся на равные отрезки;
3. Точки диаграммы, соответствующие серединам отрезков оси абсцисс, сносятся на ось ординат;
4. Полученные на оси ординат точки соединяются лучами с некоторой точкой P , называемой полюсом, и располагающейся на расстоянии $H_1 = 20-50$ мм от начала координат;
5. В новой системе координат, которая располагается ниже исходной диаграммы и ось абсцисс которой также разделяется на равные отрезки, в пределах временных интервалов проводятся хорды, параллельные соответствующим лучам, исходящим из полюса P ;



Тема 6

6. Полученный в виде ломаной линии график аналогов скоростей заменяется плавной кривой;

7. Аналогичным образом, путем повторения пп. 3 – 6, строится график перемещений ведомого звена;

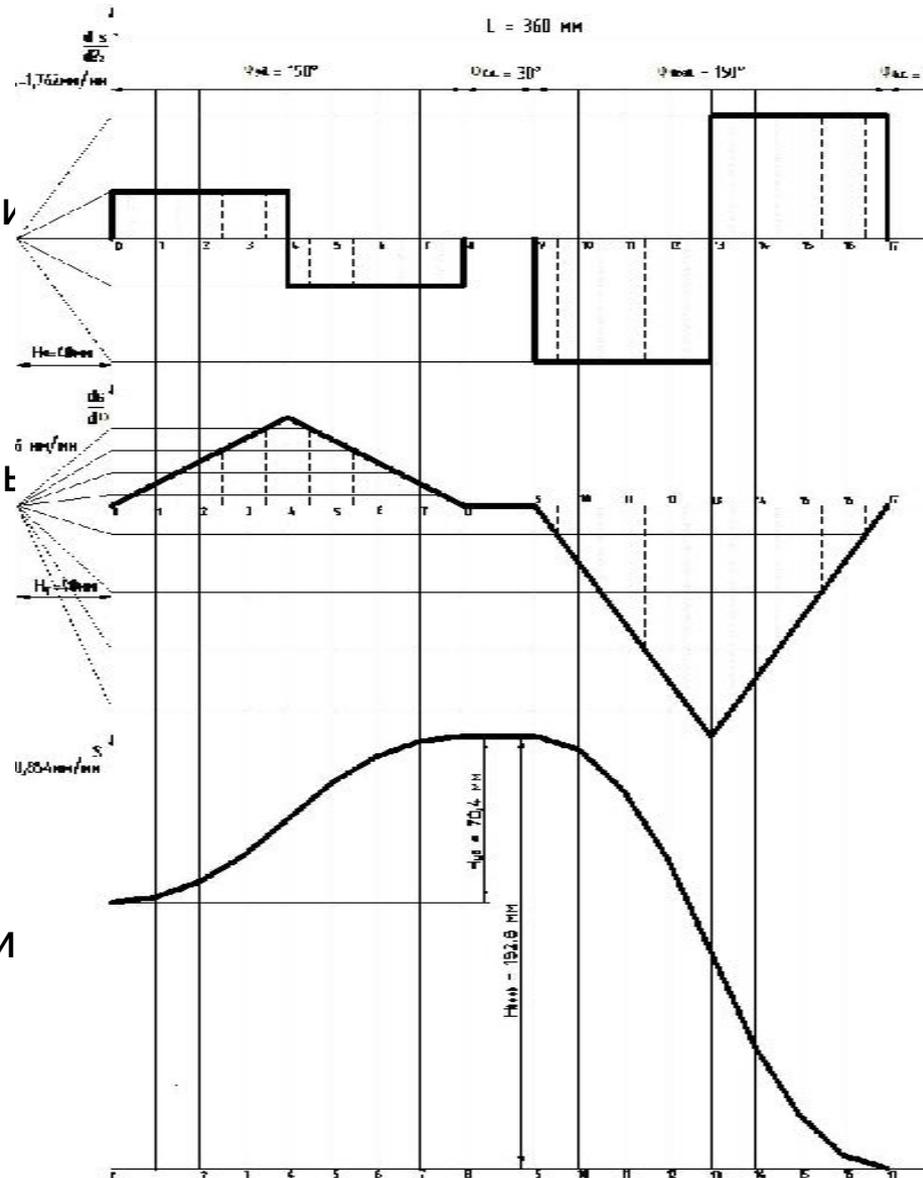
8. По заданной величине перемещения ведомого звена определяются масштабные коэффициенты графиков перемещений, аналогов скоростей и ускорений:

$$\mu_s = \frac{h}{AC}; \quad \mu_v = \frac{\mu_s}{\mu_\phi \cdot H_2}; \quad \mu_a = \frac{\mu_v}{\mu_\phi \cdot H_1},$$

где h – перемещение ведомого звена;

AC – берется из графика перемещений;

μ_ϕ – масштабный коэффициент оси абсцисс
 H_1, H_2 – полюсные расстояния.



Тема 6

9. Строится *передаточная диаграмма* – зависимость между перемещениями и аналогами скоростей толкателя за полный поворот кулачка (см. рис.);

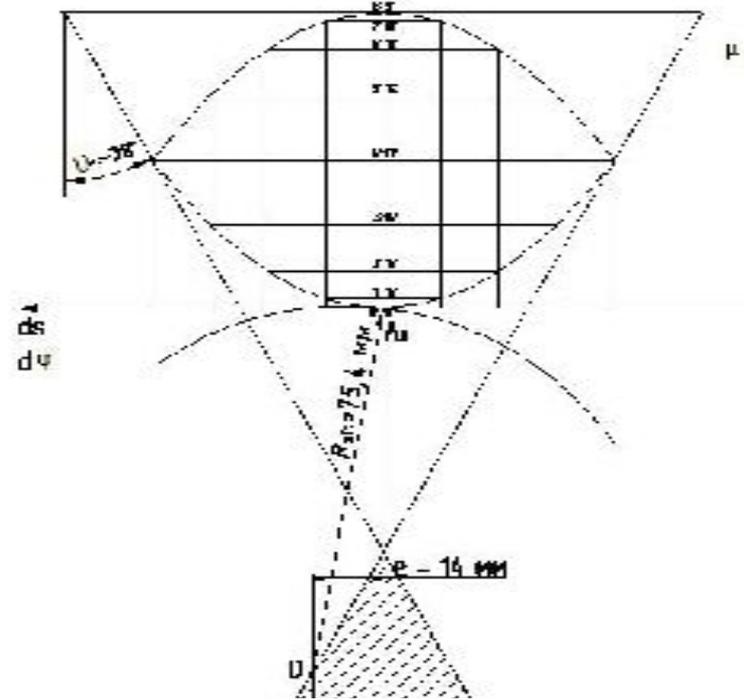
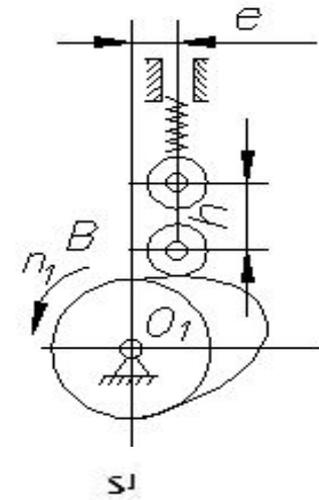
10. С помощью передаточной диаграммы по заданному углу давления ($\alpha = 30^\circ$) находится минимальный радиус начальной окружности кулачка, равный

$$R_{0min} = OA_0 = r_0 + r_p,$$

и положение оси его вращения (т. O);

11. Определяется радиус ролика толкателя

$$r_p \leq 0,4 R_{0min};$$



Тема 6

12. На основе метода
обращения движения
строится

теоретический

профиль кулачка –
т.т. A_1, A_2, A_3 и т. д.;

13. Строится

действительный

профиль кулачка,
как огибающая
дуг окружностей
радиуса r_p ,
проведенных
из точек
теоретического
профиля.

