

## Тема 6

### 6.5.3. Основные задачи синтеза кулачковых механизмов

Конечной целью синтеза кулачковых механизмов является *проектирование профиля* кулачка. Для её решения предварительно необходимо решить следующие задачи:

1. Выбор кинематической схемы кулачкового механизма;
2. Определение законов движения ведомого звена;
3. Выбор основных размеров механизма.

Выбор *кинематической схемы* определяется, в первую очередь, из конструктивных соображений, исходя из условий применения кулачкового механизма.

*Законы движения* ведомого звена определяются кинематическими, динамическими, конструктивными и технологическими требованиями, главные из которых – динамические.

На выбор *основных размеров* кулачкового механизма оказывает влияние конструктивные, кинематические и динамические требования: обеспечение минимальных размеров кулачкового механизма; обеспечение заданных законов движения; обеспечение высокого КПД и отсутствие заклинивания кулачкового механизма

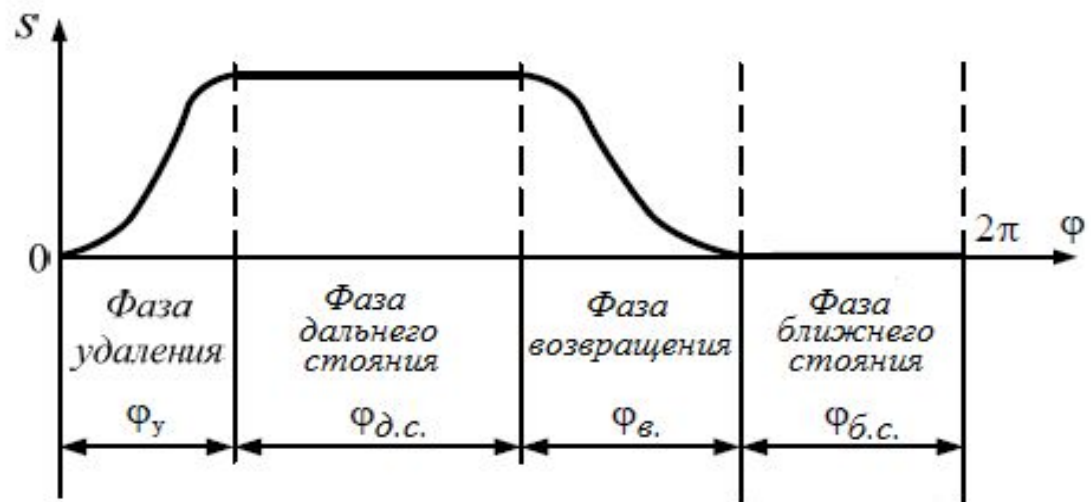
# Тема 6

## 6.5.4. Выбор закона движения ведомого звена

Закон движения ведомого звена определяется величиной хода толкателя, либо выполняемой технологической операцией. Основное требование – обеспечение минимальных динамических нагрузок. Это требование относится, прежде всего, к фазам удаления и возвращения ведомого звена.

По характеру динамического воздействия на ведомое звено различают три вида законов движения:

- законы, приводящие к **жесткому** удару;
- законы, приводящие к **мягкому** удару;
- **безударные** законы.



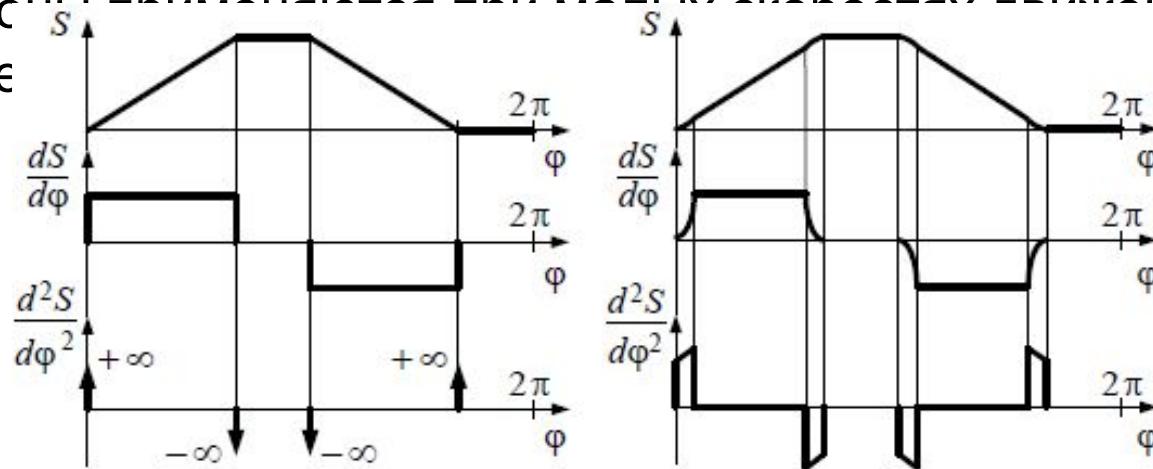
# Тема 6

## Законы жесткого удара

Скорость (аналог скорости) ведомого звена имеет разрывы I рода (закон *постоянной скорости*). В этом случае в начале движения, при реверсировании и остановке возникают бесконечно большие ускорения, приводящие к появлению бесконечно больших сил инерции и жестким ударам кулачка о толкатель. Эти удары приводят к износу рабочей поверхности, нарушают точность, снижают долговечность.

Закон постоянной скорости позволяет получить кулачковый механизм, профиль которого представляет собой архимедову спираль.

Эти законы движения ведомого звена и в нем



и в нем (1.).

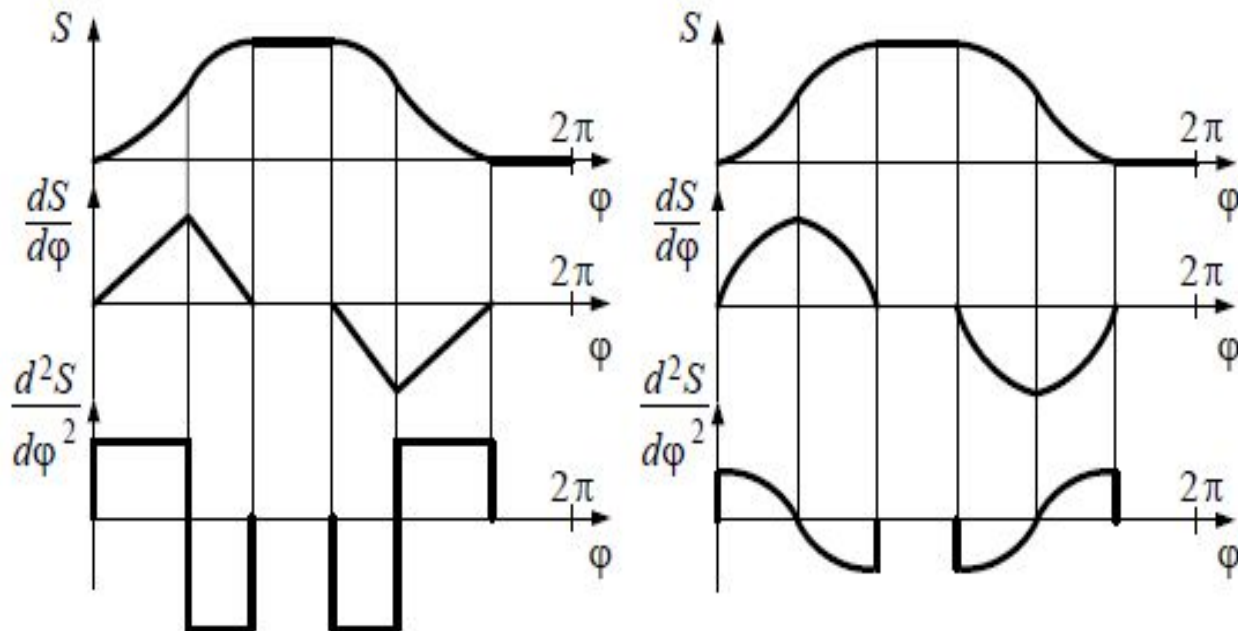
# Тема 6

## Законы мягкого удара

Скорость (или её аналог) ведомого звена при этих законах изменяется непрерывно, а ускорение имеет точки разрыва // рода (например, закон *постоянного ускорения*).

В точках разрыва возникает резкое (но конечное) изменение ускорений и сил инерции, что приводит к мягкому удару, вибрациям, шуму.

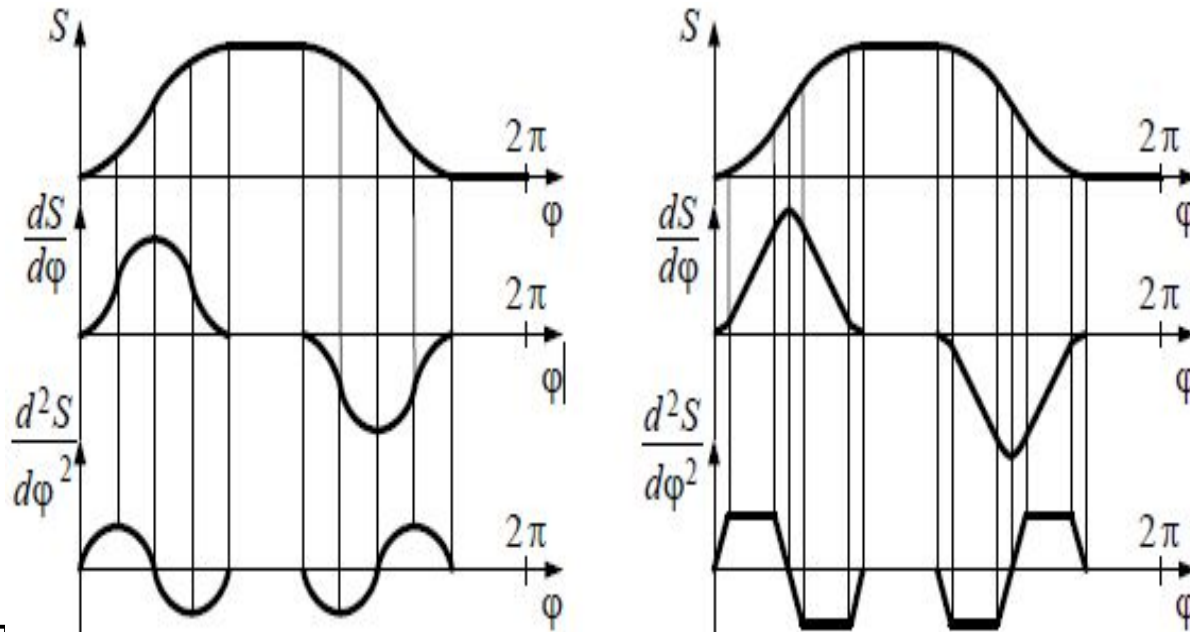
Эти законы используются в механизмах, движущихся с умеренными скоростями и имеющих умеренные нагрузки.



# Тема 6

## Безударные законы

При этих законах ускорение (аналог ускорения) является *непрерывной функцией* времени и может меняться, например, по трапециидальному или синусоидальному законам.



В этом случае в начале движения, при реверсировании и остановке, ускорения, а, следовательно, и силы инерции равны нулю. В результате происходит безударное взаимодействие кулачка и толкателя.

Эти законы применяются в механизмах, движущихся со значительными скоростями и испытывающих значительные

# Тема 6

## 6.5.5. Определение основных размеров кулачковых механизмов

К числу основных размеров относятся:

$r_0$  – **минимальный радиус** кулачка (радиус кулачковой шайбы);

$e$  – **величина эксцентриситета** кулачка и толкателя;

$r_p$  – **радиус ролика**;

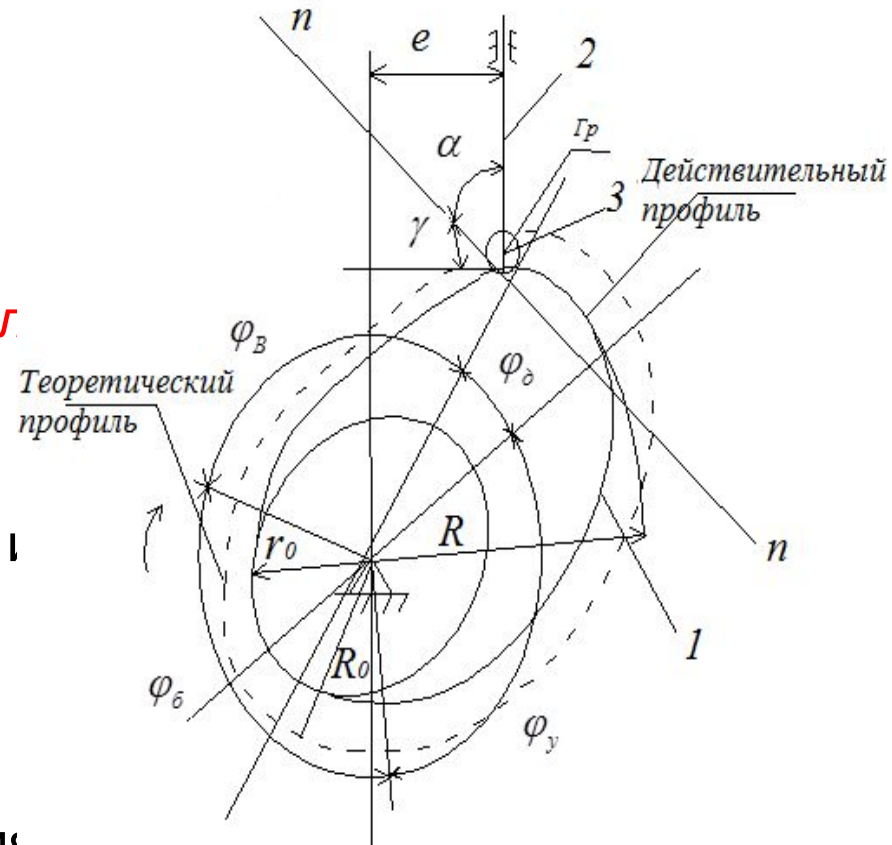
$l$  – **длина коромысла**;

$l_0$  – **межосевое расстояние**;

$\beta_0$  – **начальный угол коромысла**;

$A_0$  – **начальное положение толкателя**.

На выбор размеров кулачковых механизмов оказывают влияние **конструктивные, кинематические и динамические** требования. К числу последних относятся: обеспечение высокого КПД при минимальных габаритах и отсутствие заклинивания кулачка.



# Тема 6

## 1. Кулачковый механизм с остроконечным толкателем

Покажем внешние силы, действующие на механизм.

Здесь обозначено:

$\bar{F}$  – равнодействующая сил, приложенных к толкателю: силы полезного сопротивления, силы тяжести толкателя, силы инерции толкателя, силы упругости возвратной пружины;

$\bar{F}_{12}$  – реакция со стороны толкателя, без учета силы трения;

$\bar{F}_{02}$  – реакция со стороны стойки на толкатель 2.

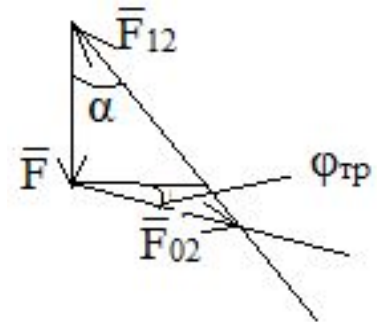
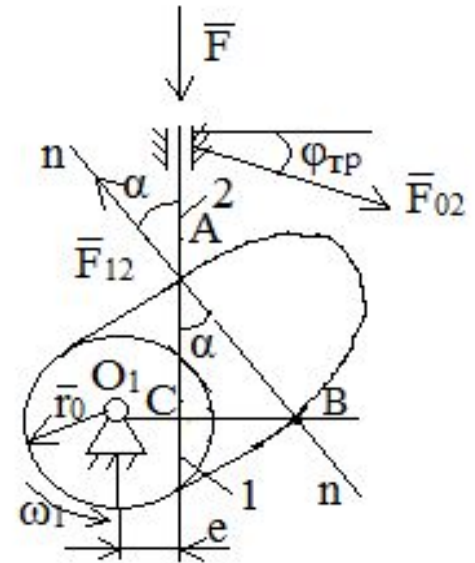
Векторное уравнение равновесия

$$\bar{F} + \bar{F}_{02} + \bar{F}_{12} = 0.$$

Решим его графически

$$\frac{\bar{F}_{12}}{\bar{F}} = \frac{\sin(90^\circ + \varphi_{\text{тр}})}{\sin[90^\circ - (\alpha + \varphi_{\text{тр}})]} = \frac{\cos \varphi_{\text{тр}}}{\cos(\alpha + \varphi_{\text{тр}})} = \delta,$$

где  $\delta$  – коэффициент возрастания усилия.



## Тема 6

- Если  $\alpha + \varphi_{\text{тр}} = 90^\circ$ , то  $\delta = \infty$  и механизм **заклинится**.

Угол заклинивания  $\alpha_3 = 90^\circ - \varphi_{\text{тр}}$ . Чтобы не было заклинивания, угол  $\alpha$  делают меньше угла заклинивания. Если  $\alpha \rightarrow \alpha_3$ , то  $\delta \rightarrow \infty$ , что повлечет за собой увеличение силы трения и снижение КПД. С другой стороны, если  $\alpha \rightarrow 0$ , то увеличатся размеры механизма, так как при этом увеличиваются эксцентриситет  $e$  и ход толкателя  $S_A$ :

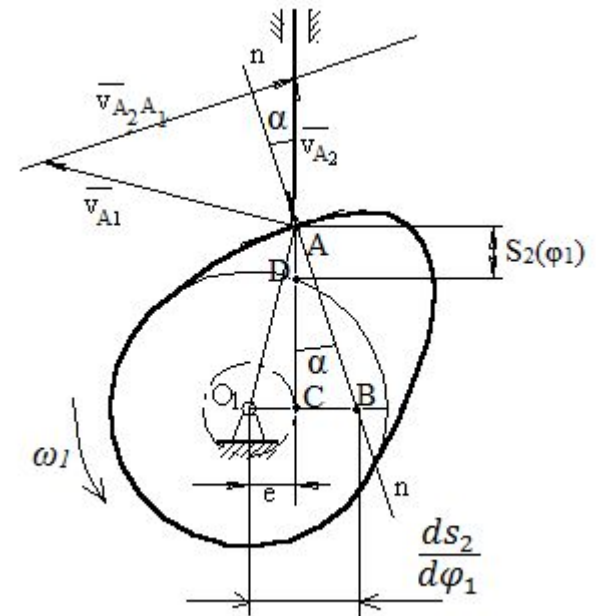
$$\tan \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{O_1B - e}{S_A}$$

Обычно принимают  $\alpha_{\text{max}} = (30-40)^\circ$  – для механизмов с толкателем и  $\alpha_{\text{max}} = (45-50)^\circ$  – для механизмов с коромыслом.

Выразим угол давления через основные размеры механизма. Скорость толкателя

$$\bar{V}_{A_2} = \bar{V}_{A_1} + \bar{V}_{A_2A_1};$$

где  $V_{A_2} = \frac{ds_2}{dt}$ ;  $V_{A_1} = \omega_1 O_1A$ ;  $\bar{V}_{A_2A_1} \perp (n - n)$ .



Так как  $\Delta AV_{A_1}V_{A_2} \sim \Delta O_1BA$ , то  $\frac{V_{A_2}}{V_{A_1}} = \frac{O_1B}{O_1A'}$ , или  $\frac{\frac{ds_2}{dt}}{\omega_1 O_1A} = \frac{O_1B}{O_1A}$ .



# Тема 6

- Откуда  $\frac{ds_2}{\omega_1 dt} = O_1B$ .

Выражение  $\frac{ds_2}{\omega_1 dt} = \frac{ds_2}{d\varphi_1}$  будет являться *аналогом скорости* толкателя.

Таким образом

$$O_1B = \frac{ds_2}{d\varphi_1}.$$

Из  $\Delta ABC$ :

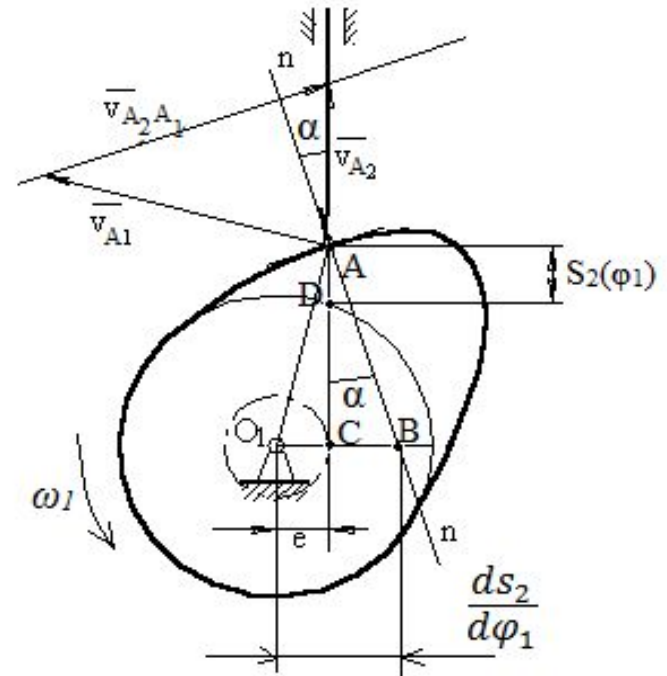
$$\tan \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{O_1B - O_1C}{DC + AD},$$

где  $O_1C = e$ ;  $DC = \sqrt{r_0^2 - e^2}$ ;  $AD = S_2(\varphi_1)$ .

$$\text{Тогда } \tan \alpha = \frac{\frac{ds_2}{d\varphi_1} - e}{\sqrt{r_0^2 - e^2 + S_2(\varphi_1)}}.$$

где  $S_2(\varphi_1)$  – функция положения, зависящая от угла давления.

Таким образом, угол давления связывает между собой основные размеры кулачкового механизма.



# Тема 6

- Если известны аналитические зависимости для функции положения, с помощью полученной формулы можно найти угол давления.

Например, для кулачка в виде *архимедовой спирали*

$$s_2 = r_0(1 + \varphi_1) - r_0 = r_0 \varphi_1.$$

Угол давления

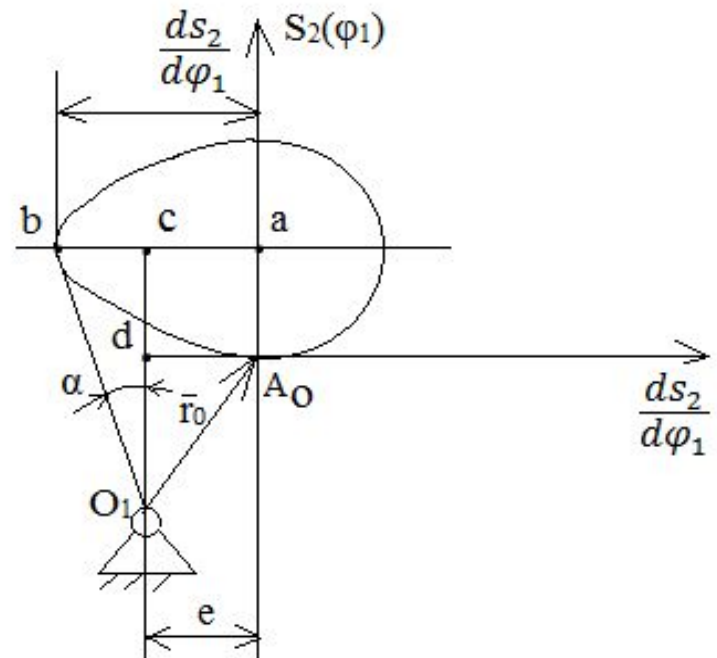
$$\tan \alpha = r_0 / r_0(1 + \varphi_1) = 1 / (1 + \varphi_1).$$

Для механизма с *плоским* толкателем  $\alpha = 0$ .

Если функция положения толкателя и аналог его скорости заданы графически, то величину угла давления можно определить графическим путем.

Для этого необходимо построить зависимость аналога скорости толкателя от его перемещения

$$\frac{ds_2}{d\varphi_1} = f(S_2).$$



## Тема 6

- Угол  $\alpha$  на этом рис. будет совпадать с углом давления. Действительно

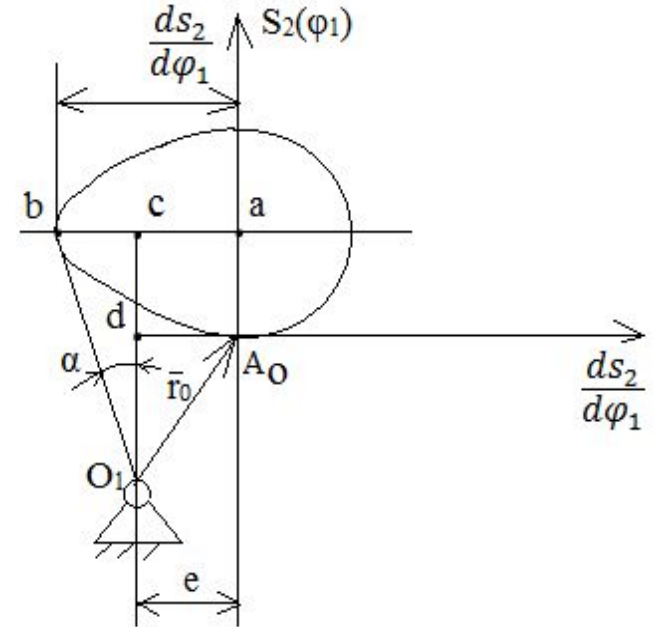
$$\tan \alpha = \frac{bc}{O_1c} = \frac{ab-ac}{O_1d+dc} = \frac{\frac{ds_2}{d\varphi_1} - e}{\sqrt{r_0^2 - e^2 + S_2(\varphi_1)}}.$$

С другой стороны, с помощью полученной зависимости можно решить и **обратную задачу** по определению радиуса кулачковой шайбы  $r_0$  при задании функции положения  $S_2(\varphi_1)$ , эксцентриситета  $e$  и максимального значения  $\alpha_{max}$  угла давления.

С этой целью строится **передаточная диаграмма**, представляющая собой зависимость

$$S_2(\varphi_1) = f\left(\frac{ds_2}{d\varphi_1}\right),$$

как для фазы удаления, так и для возвращения, в масштабе  $\mu_{S_2} = \mu(ds_2 / d\varphi_1)$ .



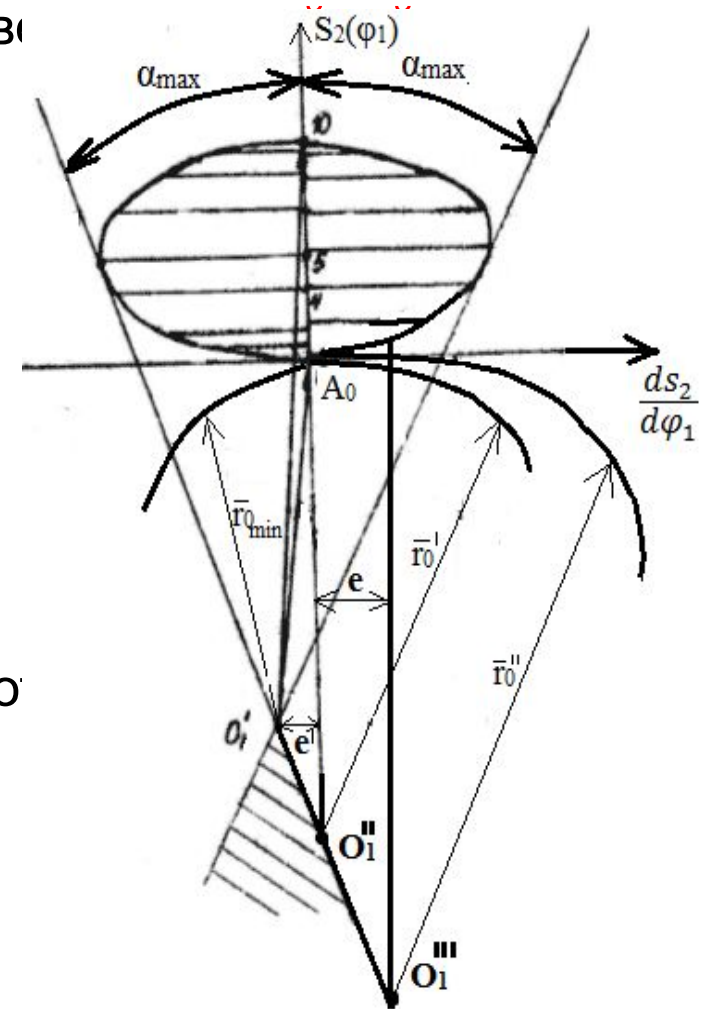
## Тема 6

Отрезки, изображающие *аналоги скоростей* толкателя, откладываются *с той стороны* диаграммы, в которую *будет повернут*, по направлению *угловой скорости кулачка*, в толкателя.

Если вращение кулачка происходит против часовой стрелки, то фазе удаления будет соответствовать левая ветвь диаграммы, а фазе возвращения – правая ветвь, и наоборот.

*Каждой точке* передаточной диаграммы *соответствует* определенный угол поворота кулачка, а, следовательно, и *угол давления*.

Если к правой и левой частям диаграммы провести касательные под углом  $\alpha_{max}$ , то точка их пересечения ( $O_1'$ ) определит положение оси вращения кулачка и радиус к



# Тема 6

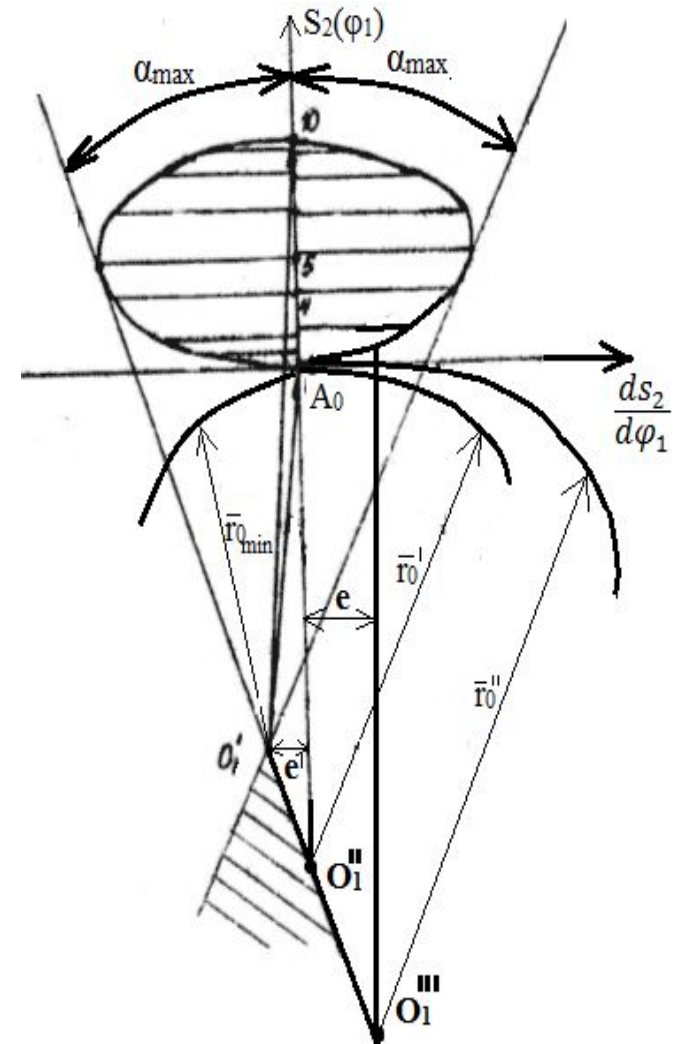
- При этом получится некоторый эксцентриситет, равный  $e'$ . Если выбрать за ось вращения кулачка т.  $O_1''$ , то эксцентриситет будет равен нулю, а радиус кулачковой шайбы –  $r_0'$ .

Если эксцентриситет задан, то на расстоянии  $e$  от оси  $S_2(\varphi_1)$  проводится параллельная ей прямая, на которой можно выбрать т.  $O_1'''$ .

В этом случае радиус кулачковой шайбы будет равен  $r_0''$ .

Заштрихованная ниже точек  $O_1'$ ,  $O_1''$  и  $O_1'''$  область представляет собой **зону возможных положений** оси вращения кулачка.

Если расположить ось вращения кулачка в этой области, то угол давления всегда будет меньше допустимого значения ( $\alpha_{max}$ ).



# Тема 6

## 2. Кулачковый механизм с коромысловым толкателем

В этом случае угол давления будет измеряться между направлением т. А коромысла и нормалью  $n - n$  (см. рис.).

Скорость т. А толкателя

$$\bar{V}_{A_2} = \bar{V}_{A_1} + \bar{V}_{A_2A_1};$$

где  $V_{A_1} = \omega_1 O_1 A$ ;  $V_{A_2} = \omega_2 O_2 A$ ;

$\bar{V}_{A_2A_1} \perp (n - n)$ .

Проведем через т.  $O_1$  прямую, параллельную нормали и отметим на ней т.  $B$ .

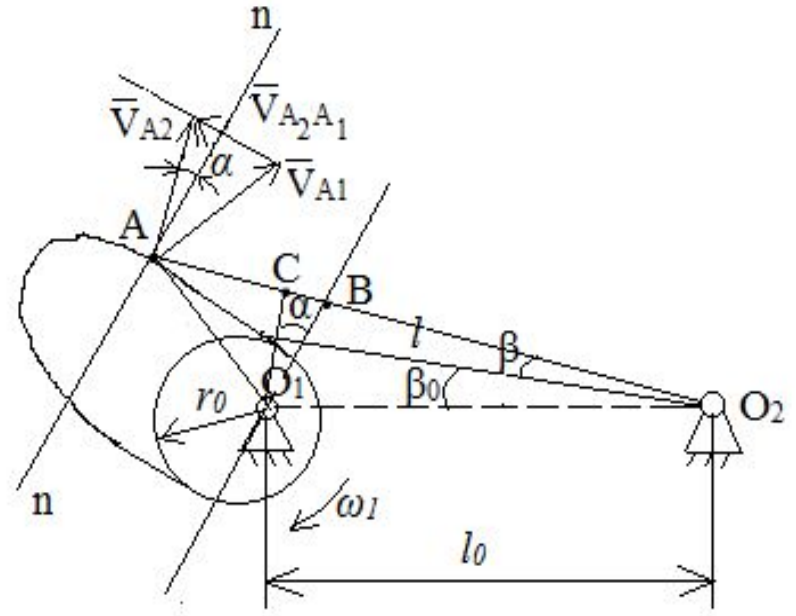
$\Delta AV_{A_1}V_{A_2} \sim \Delta O_1BA$ , откуда

$$\frac{O_1A}{AB} = \frac{V_{A_1}}{V_{A_2}} = \frac{\omega_1 O_1A}{\omega_2 O_2A} \text{ или } O_2A/AB = \omega_1/\omega_2.$$

Откуда

$$AB = \frac{\omega_2}{\omega_1} O_2A = \frac{\omega_2}{\omega_1} l = \frac{d\beta}{d\varphi_1} l,$$

где  $\frac{d\beta}{d\varphi_1}$  – *аналог угловой скорости* коромысла;  $l$  – длина коромысла.



## Тема 6

● Найдем угол давления. Опустим из т.  $O_1$  перпендикуляр  $O_1 C$  на коромысло. Угол  $\angle BO_1 C = \alpha$  – угол давления.

$$\tan \alpha = \frac{BC}{O_1 C} = \frac{AB - AC}{O_1 C}.$$

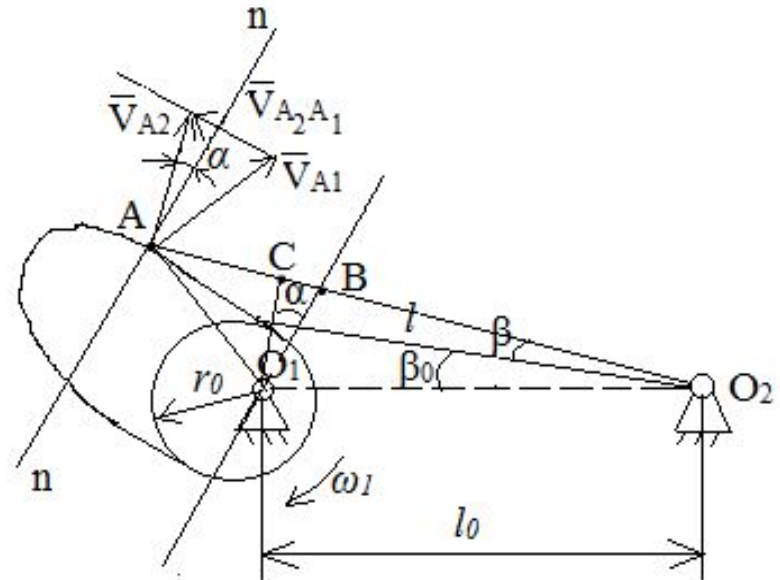
Здесь

$$AC = O_2 A - O_2 C = l - l_0 \cos(\beta + \beta_0);$$

$$O_1 C = l_0 \cdot \sin(\beta + \beta_0).$$

Тогда

$$\tan \alpha = \frac{\pm \frac{d\beta}{d\varphi_1} l - [l - l_0 \cos(\beta + \beta_0)]}{l_0 \cdot \sin(\beta + \beta_0)}.$$



Знак ( $\pm$ ) берется потому, что угловая скорость коромысла  $\omega_2$  имеет различное направление на фазах удаления и возвращения коромысла.

С увеличением межосевого расстояния  $l_0$  угол давления уменьшается, а габариты механизма увеличиваются. Радиус кулачковой шайбы

$$r_0 = (l^2 + l_0^2 - 2 l l_0 \cos \beta_0)^{1/2}.$$

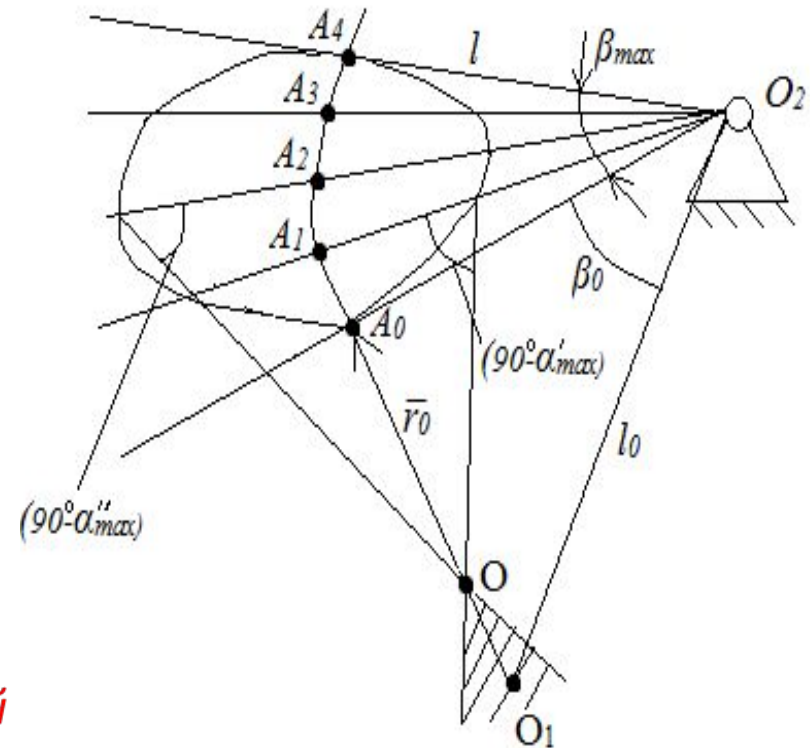
## Тема 6

- Определим *положение оси вращения* кулачка (см. рис.).

Для этого по заданному закону движения коромыслового толкателя производится разметка положений конечной точки коромысла (т. А).

После этого на лучах, проведенных через эти точки, откладываются отрезки, равные  $(\frac{d\varphi_2}{d\varphi_1})l$ . При этом эти *отрезки*, откладываются *с той стороны* диаграммы, в которую будет повернут, по направлению *угловой скорости* кулачка, вектор *линейной скорости* т. А толкателя.

Зона допустимых положений оси вращения кулачка будет находиться в *заштрихованной области*, между прямыми, проведенными из точек передаточной диаграммы под углами  $(90^\circ - \alpha_{max})$  к соответствующим лучам, имеющими *наиболее удаленную от т. А<sub>0</sub> диаграммы точку пересечения* (т. О). Можно выбрать, например, т. О<sub>1</sub>.





# Тема 6

## 3. Кулачковый механизм с плоским толкателем

У механизмов этого типа угол давления постоянен и равен:  $\alpha = 0$ . Введение эксцентриситета в этих механизмах *нецелесообразно*. В основе определения величины радиуса кулачковой шайбы лежит условие *выпуклости профиля* ( $\rho \geq 0$ ) кулачка (для исключения двоякой кривизны).

Заменяем высшую кинематическую пару в т. А. Точка  $O_1$  – центр кривизны профиля.

Тогда условие выпуклости

$$\rho_k = S_2(\varphi_1) + r_0 + x \geq 0, \quad (1)$$

где  $x$  – неизвестная величина.

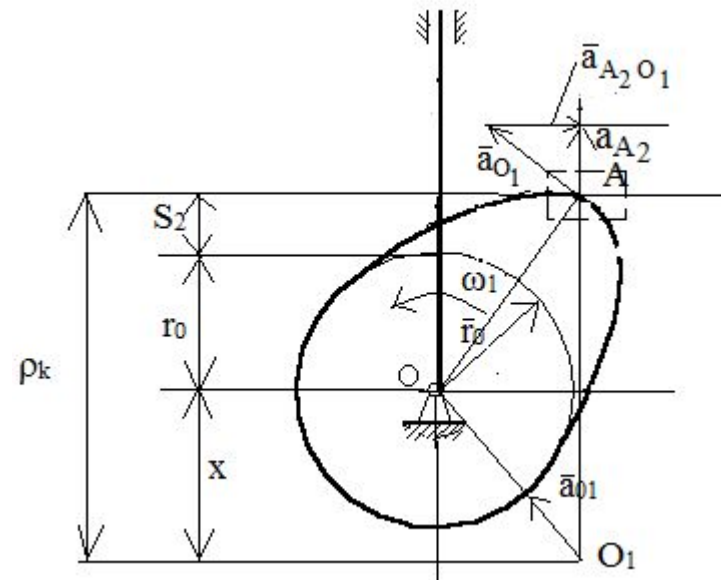
Определим абсолютное ускорение т.  $A_2$

$$\bar{a}_{A_2} = \bar{a}_{O_1} + \bar{a}_{A_2 O_1}^n + \bar{a}_{A_2 O_1}^{\tau},$$

где  $a_{A_2} = \frac{d^2 s_2}{dt^2} = \frac{d^2 s_2}{d\varphi_1^2} \omega_1^2$ ;  $a_{O_1} = \omega_1^2 \cdot OO_1$ ;  $a_{O_1} = \omega_1^2 \cdot OO_1$ ;  $a_{A_2 O_1}^n = 0$ ;

$$\bar{a}_{A_2 O_1}^{\tau} \perp AO_1.$$

Строим план ускорений (см. рис.).



## Тема 6

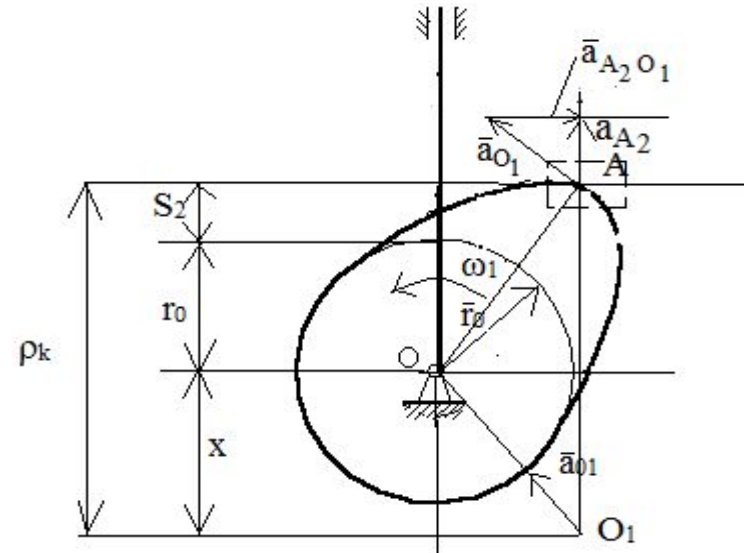
- $\Delta OO_1C \sim Aa_{O_1}a_{A_2}$ .

Из подобия следует

$$\frac{a_{A_2}}{a_{O_1}} = \frac{O_1C}{OO_1} = \frac{\frac{d^2 s_2}{d\varphi_1^2} \omega_1^2}{\omega_1^2} \cdot OO_1,$$

Откуда

$$x = O_1C = \frac{d^2 s_2}{d\varphi_1^2}. \quad (2)$$



Это – **аналог ускорения** толкателя. Подставляя (2) в (1), будем иметь

$$S_2(\varphi_1) + r_0 + \frac{d^2 s_2}{d\varphi_1^2} \geq 0,$$

откуда  $\frac{-\frac{d^2 s_2}{d\varphi_1^2}}{[S_2(\varphi_1) + r_0]} \leq 1$ . Подставляя в правую часть  $\tan 45^\circ = 1$ , получим

$$\frac{-\frac{d^2 s_2}{d\varphi_1^2}}{[S_2(\varphi_1) + r_0]} \leq \tan 45^\circ.$$

## Тема 6

● Последнее уравнение удобно для **графического решения**. Для этого строим передаточную диаграмму

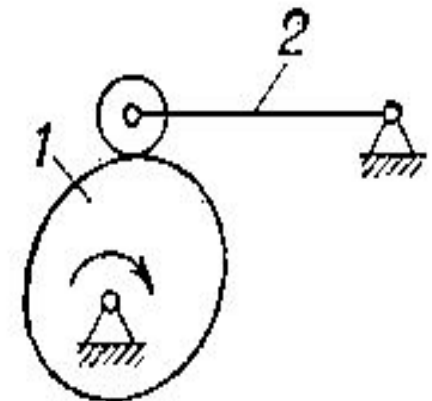
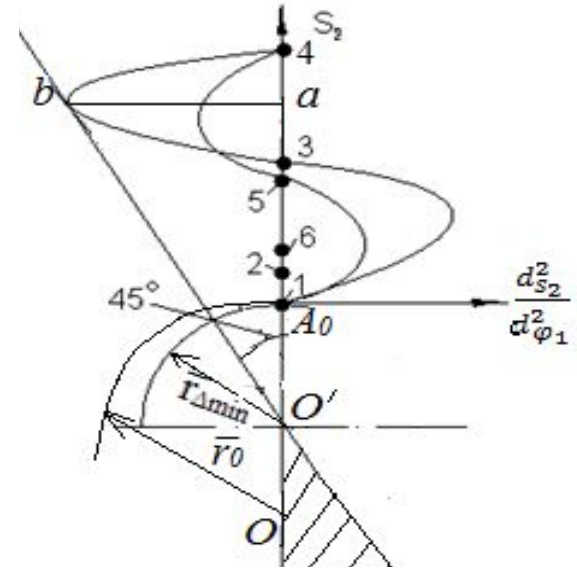
$$\frac{d^2 s_2}{d\varphi_1^2} = f[S_2(\varphi_1)].$$

Из т.  $b$  (максимального отрицательного значения оси абсцисс) под углом  $45^\circ$  к оси ординат графика проводится прямая.

Если за ось вращения кулачка взять точку пересечения этой прямой с осью ординат (т.  $O'$ ), то получим минимальное значение радиуса  $r_{0min}$ . При выборе т.  $O$  будем иметь радиус, равный  $r_0$ .

Для кулачковых механизмов, **снабженных роликом**, необходимо определять не радиус кулачковой шайбы  $r_0$ , а радиус **начальной окружности** кулачка, равный  $R_0 = r_0 + r_p$ .

При этом радиус ролика принимается равным  $r_p \leq 0,4 R_0$ .



# Тема 6

## 6.5.6. Построение теоретического профиля кулачка

После определения основных размеров кулачкового механизма и выбора законов движения ведомого звена приступают к основной задаче – *проектированию профиля* кулачка.

При этом считаются *известными* закон движения ведомого звена, максимально допустимый угол давления и все размеры, не относящиеся к профилю кулачка.

Задача синтеза, как и задача кинематического анализа кулачковых механизмов, решается *методом обращения движения*.

Всему механизму сообщается вращение с угловой скоростью, равной угловой скорости кулачка и направленной в противоположную сторону. В этом случае кулачок как бы останавливается, а ведомое звено будет вращаться вокруг кулачка с угловой скоростью равной –  $w_1$  и одновременно перемещаться относительно своих направляющих по заданному закону. Показывая эти перемещения в обращенном движении, отмечаются точки *теоретического профиля*.

Рассмотрим примеры построения теоретических профилей в различных кулачковых механизмах.

# Тема 6

## 1. Центральный кулачковый механизм с остроконечным толкателем

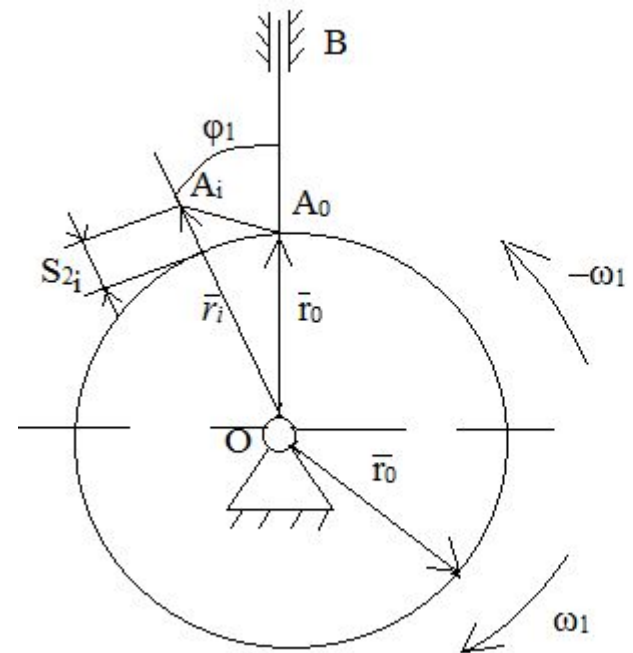
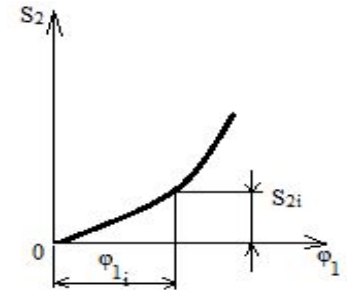
Известны радиус кулачковой шайбы ( $r_0$ ), скорость кулачка ( $\omega_1$ ), начальное положение толкателя (т.  $A_0$ ) и график перемещения ведомого звена  $S_2(\varphi_1)$ .

В обратном движении кулачок неподвижен, а осевая линия  $OB$  начнет вращаться против часовой стрелки с ( $-\omega_1$ ). Кроме того, толкатель будет перемещаться в направляющей по закону  $[S_2(\varphi_1)]$ .

При повороте осевой линии на угол  $\varphi_1$  т.  $A$  переместится на величину  $s_{2i}$  и окажется в т.  $A_i$  профиля кулачка. При этом радиус-вектор этой точки

$$r_i = r_0 + S_{2i}.$$

Остальные точки профиля находятся аналогично.



# Тема 6

## 2. Кулачковый механизм со смещенным толкателем

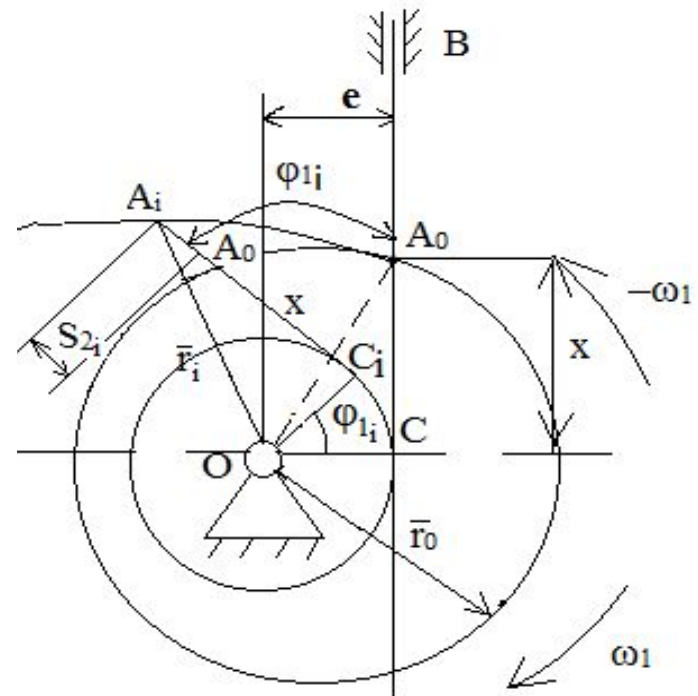
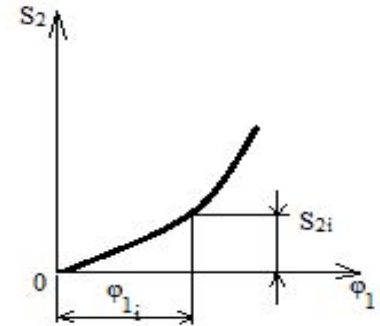
В этом механизме положение толкателя после его поворота в обратном движении установится *по касательной* к окружности радиусом  $e$ .

Радиус-вектор точки  $A_i$  профиля найдем из  $\Delta OC_iA_i$

$$r_i = OA_i = \sqrt{(x + S_{2i})^2 + e^2},$$

где

$$x = A_0C = \sqrt{r_0^2 - e^2}.$$

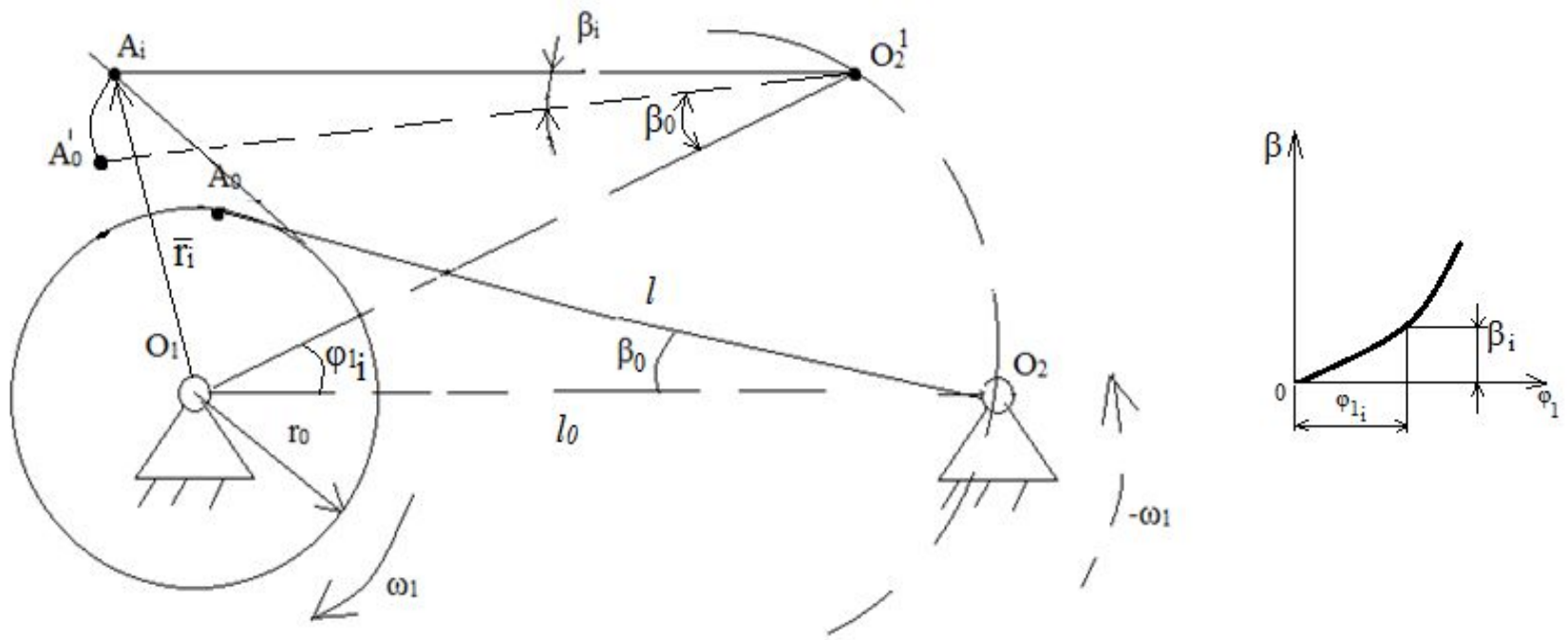


# Тема 6

## 3. Кулачковый механизм с коромыслом

- В этом случае известными величинами являются  $r_o, l, l_o, \beta_o, \omega, \beta = f(\varphi_1)$ .  
Радиус-вектор точки  $A_i$  профиля кулачка из  $\Delta O_1 O_2^1 A_i$

$$r_i = [l^2 + l_o^2 - 2 l l_o \cos(\beta_i + \beta_{i0})]^{1/2}.$$



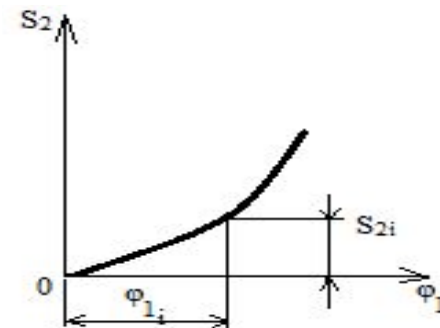
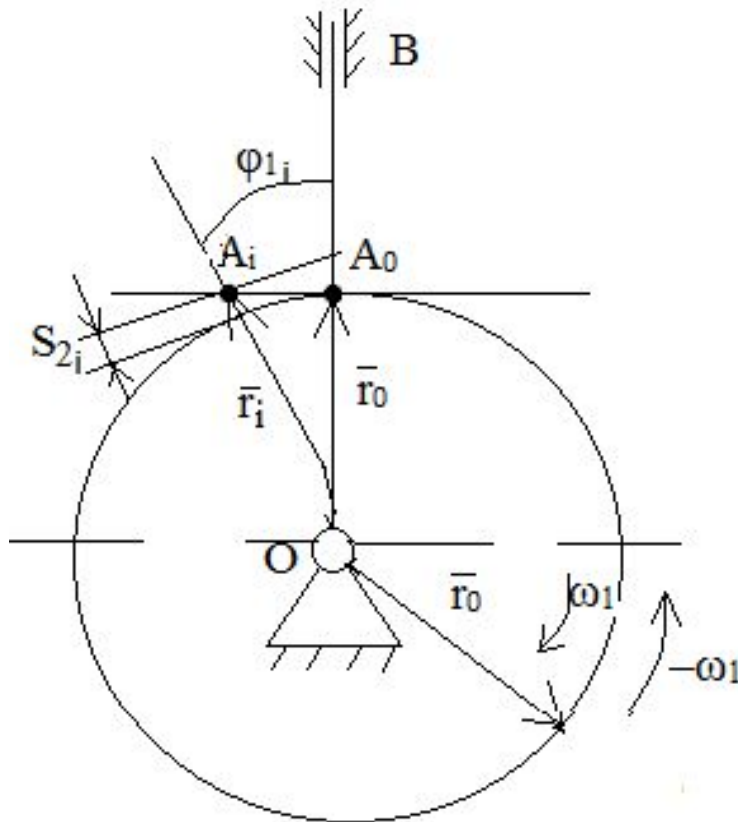
# Тема 6

## 4. Кулачковый механизм с плоским толкателем

В этом механизме профиль кулачка строится как огибающая отдельных положений его плоскости.

Радиус-вектор точки  $A_i$

$$r_i = r_0 + S_{2i}$$

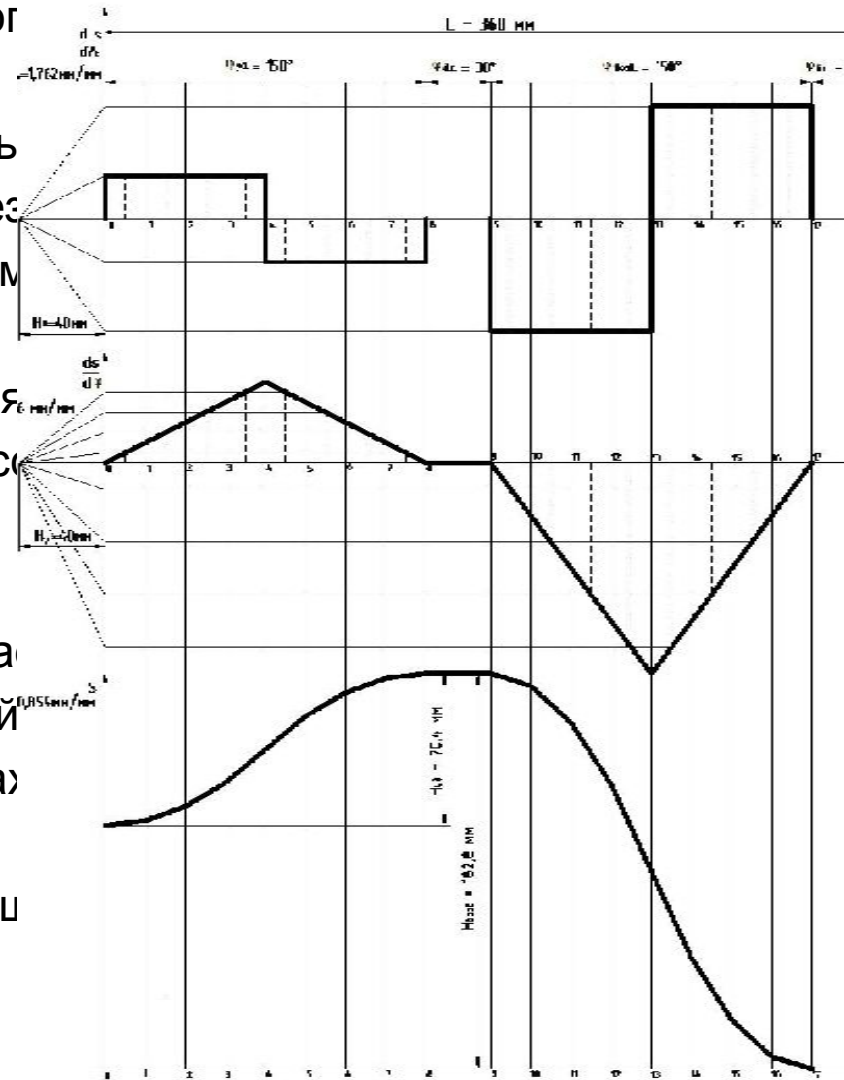




# Тема 6

## 6.5.7. Порядок проектирования профиля кулачка

1. Строится кинематическая диаграмма аналог ускорений в произвольном масштабе;
2. Участки оси абсцисс, соответствующие фазовым углам поворота кулачка, делятся на равные отрезки;
3. Точки диаграммы, соответствующие серединам отрезков оси абсцисс, сносятся на ось ординат;
4. Полученные на оси ординат точки соединяются лучами с некоторой точкой  $P$ , называемой полюсом и располагающейся на расстоянии  $H_1 = 20-50$  мм от начала координат;
5. В новой системе координат, которая располагается ниже исходной диаграммы и ось абсцисс которой также разделяется на равные отрезки, в пределах временных интервалов проводятся хорды, параллельные соответствующим лучам, исходящим из полюса  $P$ ;



# Тема 6

6. Полученный в виде ломаной линии график аналогов скоростей заменяется плавной кривой;

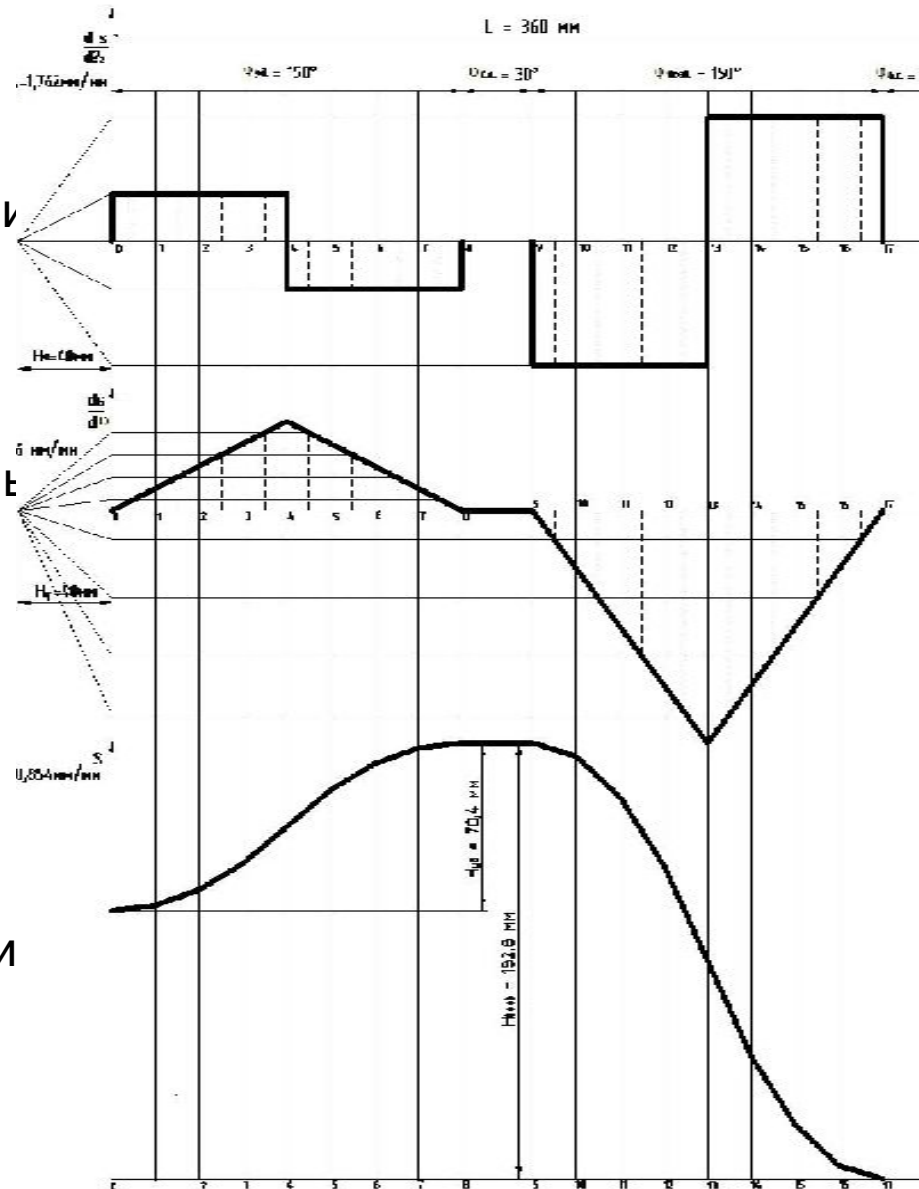
7. Аналогичным образом, путем повторения пп. 3 – 6, строится график перемещений ведомого звена;

8. По заданной величине перемещения ведомого звена определяются масштабные коэффициенты графиков перемещений, аналогов скоростей и ускорений:

$$\mu_s = \frac{h}{AC}; \quad \mu_v = \frac{\mu_s}{\mu_\phi \cdot H_2}; \quad \mu_a = \frac{\mu_v}{\mu_\phi \cdot H_1},$$

где  $h$  – перемещение ведомого звена;  
 $AC$  – берется из графика перемещений;

$\mu_\phi$  – масштабный коэффициент оси абсцисс;  
 $H_1, H_2$  – полюсные расстояния.



## Тема 6

9. Строится *передаточная диаграмма* – зависимость между перемещениями и аналогами скоростей толкателя за полный поворот кулачка (см. рис.);

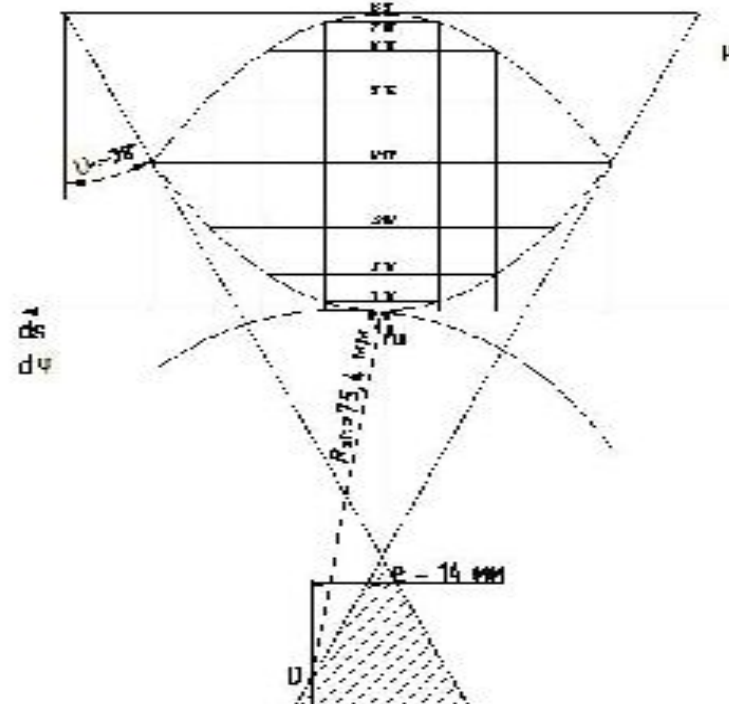
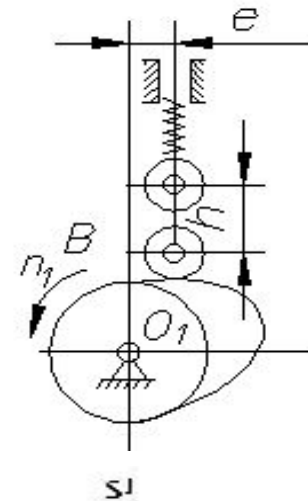
10. С помощью передаточной диаграммы по заданному углу давления ( $\alpha = 30^\circ$ ) находится минимальный радиус начальной окружности кулачка, равный

$$R_{0min} = OA_0 = r_0 + r_p,$$

и положение оси его вращения (т. O);

11. Определяется радиус ролика толкателя

$$r_p \leq 0,4 R_{0min};$$



# Тема 6

12. На основе метода  
обращения движения  
строится

*теоретический*

профиль кулачка –  
т.т.  $A_1, A_2, A_3$  и т. д.;

13. Строится

*действительный*

профиль кулачка,  
как огибающая  
дуг окружностей  
радиуса  $r_p$ ,  
проведенных  
из точек  
теоретического  
профиля.

