

Методика математики

Лекция
3 курс



Сравните задачи

На полянке Оля
нашла сначала 3
белых гриба, а
потом еще 2
подберезовика.
Сколько всего
грибов нашла
Оля?

На полянке Оля
нашла 3 белых
гриба, а
подберезовиков
на 2 больше.
Сколько всего
грибов нашла
Оля?

Методика обучения решению составных задач

Лекция №15

26.03.2008.



Успехи учителей начальных классов при работе над задачей

- работа с условием, вопросом задачи и связью между ними – 65%
- ознакомление с содержанием задачи – 61%
- владение различными методами разбора задач (анализ, синтез, аналитико-синтетический) – 52%
- умение оперировать краткой записью – 48%
- включение задач в устный счет – 43%
- использование разных видов проверки задач – 39%
- составление выражения и работа над ним – 35%

Успехи

учителей начальных классов при работе над задачей (продолжение)

- использование разнообразных форм при работе над задачей (работа в группах, в парах, индивидуальная) – 26%
- использование различных форм проверки (самоконтроль, взаимоконтроль, проверка задач в группе, проверка учителем) – 22%
- использование рациональных способов решения задач – 17%
- проведение дополнительной работы над задачей – 13%
- применение дифференцированной работы над задачей – 9%










Затруднения учителей начальных классов при работе над задачей

- умение оперировать краткой записью – 78%
- использование разных видов проверки задач – 57%
- применение рациональных способов решения – 43%
- составление выражения и работа над ним – 35%
- владение различными методами разбора задач (анализ, синтез, аналитико-синтетический) – 30%
- проведение дополнительной работы над задачей – 26%
- использование разнообразных форм при работе над задачей – 26%

Затруднения учителей начальных классов при работе над задачей (продолжение)

- использование различных форм проверки (самоконтроль, взаимоконтроль, проверка задач в группе, проверка учителем) – 22%
- организация работы над ошибками – 17%
- работа с условием, вопросом задачи и связью между ними – 13%
- применение дифференцированной работы над задачей – 9%

Результаты анкетирования

-  **Что больше, на Ваш взгляд, влияет на качество усвоения задачи?**
-  Умение представить задачу и правильно составить краткую запись
-  Понимание ребенком связи между условием и вопросом
-  Умение логически мыслить
-  Решение задач разными способами, использование различных форм проверки
-  Применение анализа и синтеза
-  Дифференцированная и дополнительная работа над задачей
-  Решение большого количества задач
-  Знание правил нахождения разных величин, взаимосвязи между ними

Результаты анкетирования учащихся начальной школы

- Составление и решение обратных задач – 40%
- Ответы на дополнительные вопросы к задаче - 50%
- Решение усложненных составных задач – 31%
- Решение задач разными способами – 18%

Подготовка к решению задач

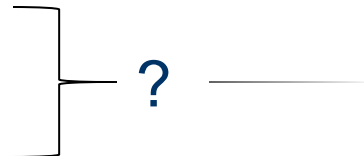
- Решение простых задач с недостающими данными.
- Решение пар простых задач, в которых число, полученное в ответ на вопрос первой задачи, является одним из данных во второй задаче.
 - А) *«У Миши 3 значка, а у Коли на 2 больше. Сколько значков у Коли?»*
 - Б) *«У Миши 3 значка, а у Коли 5 значков. Сколько значков у мальчиков вместе?»*
- Постановка вопроса к данному условию.
«У Саши 5 тетрадей в клетку и 3 в линейку». (Какой вопрос можно поставить?)
- Выработка умений решать простые задачи, входящие в составные.

Традиционная программа

- *«В одной коробке 6 карандашей, в другой на 2 карандаша меньше. Сколько было карандашей в двух коробках?»*
- Самостоятельное чтение текста задачи детьми.
- Повторение условия задачи с использованием двух коробок карандашей и одновременно составление краткой записи.

I – 6 кар.

II - ? на 2 кар. меньше



Традиционная программа (продолжение)

- Разбор задачи анализом. Составление плана решения и его реализация.

I – 6

II – (6-2)

- Запись рассуждения и составление выражения
 $6+(6-2)=6+4=10$ (кар.)
- Ответ: 10 карандашей.
- Проверка.

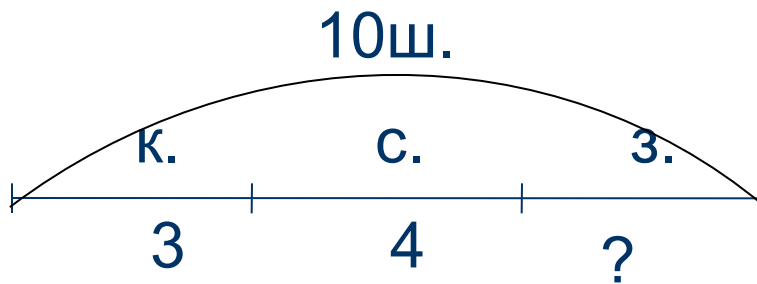
Программа «Школа 2000» (учебники Л.Г. Петерсон)

Работа над составной задачей осуществляется по следующему алгоритму:

- Прочитать задачу.
- Самостоятельно определить, что известно и что неизвестно.
- Одеть схему в 2-3 действия.
- Сказать, как ответить на вопрос задачи.
- Если сразу не можем ответить на вопрос, то сказать, как найти недостающее данное.

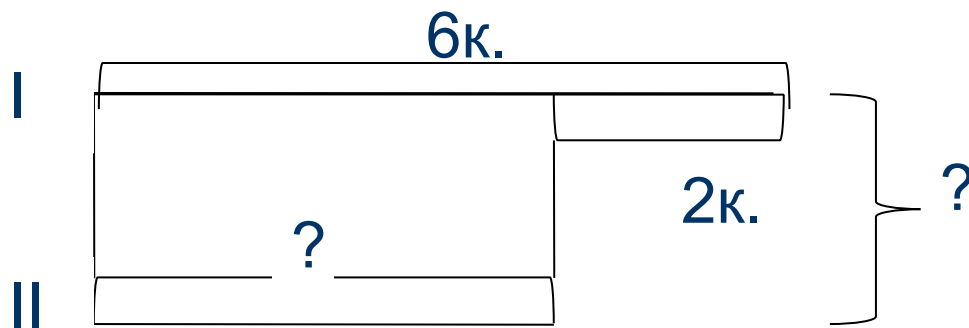
1) Нахождение 3-ей части

«Маше на день рождения подарили 10 шаров, из них 3 красных шара, 4 синих, а остальные зеленые. Сколько зеленых шаров подарили Маше.»



2) Новый тип задач: ищем целое, названа одна часть

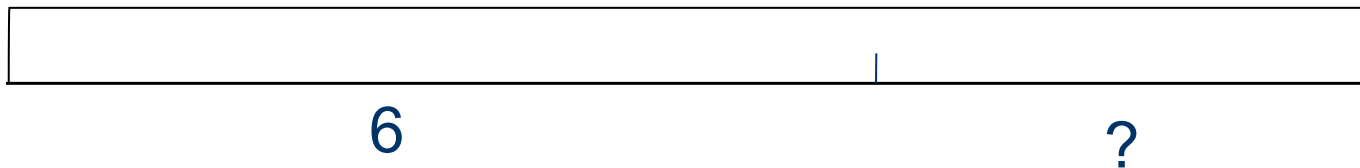
«В одной коробке 6 карандашей, в другой на 2 карандаша меньше. Сколько было карандашей в двух коробках?»



3) Нахождение части при неизвестном целом

“У Коли было 5 немецких марок и 3 французских, 6 из них он подарил другу. Сколько марок осталось у Коли?”

$$5+3$$










Программа «Гармония» (учебники Н.Б. Истоминой)

- не подразделяют задачи на простые и составные, говорят о задаче в целом;
- продумана подготовительная работа, направленная на усвоение структуры задачи, и на осознание процесса ее решения;
- приобретен опыт в математическом анализе различных текстовых конструкций задач и в формировании умения представлять их в виде схематических и символических моделей;

Программа «Гармония» (учебники Н.Б. Истоминой)

- Средством организации этой деятельности являются специальные обучающие задания, включающие методические приемы сравнения, выбора, преобразования, конструирования.

- **Приемы:**

-  выбор вопроса;
-  выбор условия к данному вопросу;
-  выбор решения;
-  объяснение выражений, составленных по данному условию;
-  выбор схемы;
-  изменение текста задачи, в соответствии с данным решением;
-  дополнение условия задачи.

Программа Л.В. Занкова (учебники И.И. Аргинской)

- большая подготовительная работа перед введением составной задачи;
- опора на приобретенные умения и навыки по преобразованию задач, установлению зависимости между изменением одного из компонентов задачи и изменением ее решения;
- использование приемов: сравнения, дополнения, преобразования, изменения текстов задач, отдельных элементов задачи;
- большое значение придается анализу задачи.

Программа Л.В. Занкова (учебники И.И. Аргинской)

- *Задача. «Для новогодних подарков купили 17кг конфет, а печенья на 9кг больше, чем конфет. Сколько купили печенья?»*
- Измени вопрос задачи так, чтобы новая решалась в два действия.
- Запиши вопрос и реши задачу.
- Измени в новой задаче условие так, чтобы для ее решения нужно было выполнить только одно действие. Учащиеся зачитывают определения простой и составной задачи. Далее дети сами выдвигают версии почему задачу называют **простой** или **составной**

Этапы работы над составной задачей

- Усвоение содержания задачи
- Поиск решения задачи:
 - повторение задачи;
 - составление краткой записи;
 - разбор задачи;
 - составление плана решения.
- Запись решения задачи
- Проверка решения
- Дополнительная работа над решенной задачей

Виды повторения задачи

Задача. «Катя купила 7 тетрадей в линейку, а в клетку в 3 раза больше. Сколько всего тетрадей купила Катя?»

- пересказ текста задачи;
- по вопросам к условию задачи;
- по вопросам к числам;
- по краткой записи

Особенности использования краткой записи

- краткая запись не является обязательным элементом решения задачи. Детям необходима помощь как в выборе формы краткой записи, так и при ее оформлении;
- краткая запись не должна даваться в готовом виде; краткая запись есть результат усвоения и понимания задачи;
- если задача легко понимается и дети способны ее самостоятельно решить, как правило, краткая запись не составляется;
- краткая запись не составляется к задачам знакомых структур или дети ее составляют самостоятельно;

Особенности использования краткой записи

- в целях экономии времени не каждую краткую запись нужно заносить в тетрадь, а только в следующих случаях:
 - А) когда учитель знакомит с краткой записью нового вида;
 - Б) когда учитель знакомит с задачей нового вида;
 - В) при выработке устойчивого навыка;
 - Г) когда ученик составляет ее сам, чувствуя, что она облегчает поиск решения.

Виды краткой записи

Словесная

М. – 10 н.

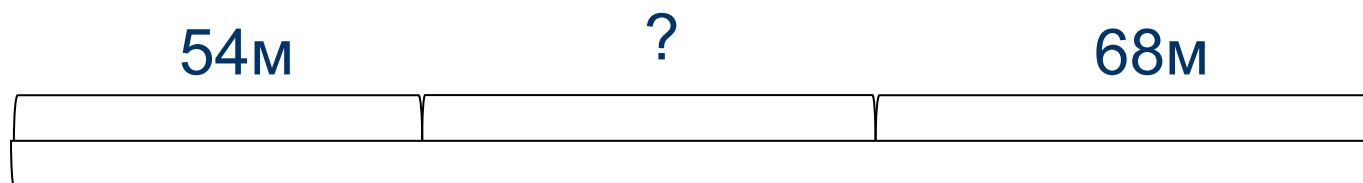
Д. - ? на 3н. больше

} ?

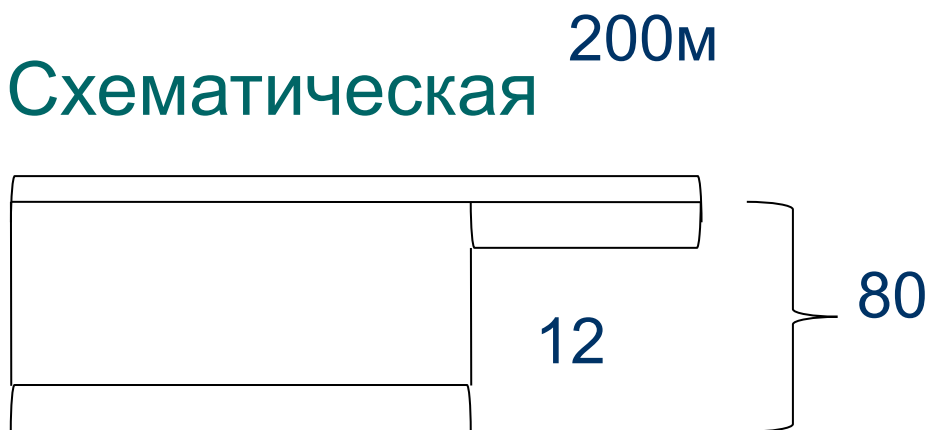
Табличная

Цена	Количество	Стоимость
20р.	5шт.	? } ?
? на 15р. больше	3шт.	? }

- Графическая



- Схематическая



Краткий анализ

Задача. Ластик стоит 3р., а линейка на 4р. дорожке. Сколько стоят ластик и линейка вместе?

У: Какой вопрос задачи?

Д: Сколько стоят ластик и линейка вместе?

У: Сможем сразу ответить на вопрос задачи?

Д: Нет.

У: Почему?

Д: Не знаем сколько стоит линейка.

У: А сможем узнать?

Д: Сможем.

У: Каким действием?

Д: Сложением.

Полный анализ

Сколько стоят ластик и линейка вместе?

Цена ластика

Цена линейки

Цена ластика

На сколько линейка стоит больше, чем ластик

Синтез

У: Зная цену ластика и на сколько линейка дороже, чем ластик, что можем узнать по этим данным?

Д: Цену линейки

У: Зная цену ластика и цену линейку, что можем найти по этим данным?

Д: Сколько стоят ластик и линейка вместе, т.е. ответить на вопрос задачи.

Запись решения задачи

Задача. Выставку детских рисунков за три дня посетили 180 человек. В первый день ее посетили 50 человек, во второй – в 2 раза больше, чем в первый. Сколько человек посетили выставку в третий день?

1. Выражением

$$180 - (50 + 50 * 2) = 30(\text{чел.})$$

Ответ: 30 человек посетили выставку в третий день.

2. По действиям

2.1. с пояснением (в этом случае ответ пишется кратко)

1) $50 * 2 = 100(\text{чел.})$ посетили выставку во второй ден

2) $100 + 50 = 150(\text{чел.})$ посетили выставку за два дня

3) $180 - 150 = 30(\text{чел.})$ посетили выставку в третий день

Ответ: 30 человек.

Виды записи

2.2. без пояснений (в этом случае ответ пишется полностью)

1) $50 \cdot 2 = 100$ (чел.)

2) $100 + 50 = 150$ (чел.)

3) $180 - 150 = 30$ (чел.)

Ответ: 30 человек посетили выставку в третий день.

3. Запись решения задачи по вопросам

1) Сколько человек посетило выставку во второй день

$50 \cdot 2 = 100$ (чел.)

2) Сколько человек посетило выставку за два дня

$100 + 50 = 150$ (чел.)

3) Сколько человек посетило выставку в третий день?

$180 - 150 = 30$ (чел.)

Ответ: 30 человек.

4. Запись решения задачи уравнением

За X обозначаем то, что нужно найти в задаче.

Пусть X чел. посетило выставку в третий день.

Так как по условию в I день посетило выставку 50 чел., во II день – в 2 раза больше, чем в I, значит ($50 \cdot 2$), а всего за три дня посетило 180 чел., составляем уравнение:

$$50 + 50 \cdot 2 + X = 180$$

$$50 + 100 + X = 180$$

$$150 + X = 180$$

$$X = 180 - 150$$

$$X = 30$$

Ответ: 30 человек посетило выставку в третий день.

Виды проверки решенной задачи

1. Составление и решение обратных задач
2. Решение задачи разными способами
3. Предварительная прикидка и установление границ искомого числа
4. Проверка задачи по условию
5. Практический способ проверки

Составление и решение обратных задач

- *«На изготовление 5 чайных ложек, по 20г каждая, израсходовали столько же металла, сколько на 2 столовые ложки. Сколько граммов металла расходовали на одну столовую ложку?»*
- Суть этого вида проверки заключается в следующем: составляются обратные задачи, в которых искомое число или одна из искомых величин становится известной, а одна из данных величин – неизвестной.
- Один из вариантов обратной задачи:
«Сколько столовых ложек, по 50г каждая, можно изготовить из металла, который израсходовали на 5 чайных ложек по 20г каждая?»

ВСР

Составьте две другие обратные задачи

Решение задач разными способами

Задача. Из двух пунктов навстречу друг другу вышли два туриста. Один шел со скоростью 5 км/ч, другой со скоростью 4 км/ч. Через 3 ч они встретились. Найдите расстояние, пройденное туристами до встречи.

ВСП Подобрать задачу, решить ее и осуществить проверку, решив разными способами.

Приблизительная прикидка и установление границ искомого числа

Задача. Из двух пунктов навстречу друг другу вышли два туриста, расстояние между которыми 27км. Один из них шел со скоростью 5км/ч. Найдите скорость второго туриста, если встреча пешеходов произошла через 3ч.

Суть данного способа проверки состоит в том, что мы делаем прикидку, какое число должно получиться в результате, в каких пределах.

Проверка решения задачи по условию

- *Школьники собрали три мешка картофеля, всего 153кг. Они взвесили первый и второй мешки, получили 102кг, взвесили второй и третий мешки, получили 99кг. Сколько килограммов картофеля было в каждом мешке?*
- Необходимо получить каждое число условия, используя данные в задаче и полученный результат.

$153 - 102 = 51$ (кг) – масса третьего мешка.

$99 - 51 = 48$ (кг) – масса второго мешка.

$102 - 48 = 54$ (кг) – масса первого мешка.

Проверка:

$54 + 48 + 51 = 153$ (кг) – масса трех мешков.

$54 + 48 = 102$ (кг) – масса первого и второго мешков.

$51 + 48 = 99$ (кг) – масса второго и третьего мешков.

Ответ: 54кг, 48кг, 51кг.

ВСП Подобрать задачу, решить ее и осуществить
проверку решения задачи по условию.

Дополнительная работа над задачей

- Решение задач разными способами
- Решение задачи другим методом: алгебраическим, практическим.
- Изменение условия задачи так, чтобы её решения включали больше или меньше действий.
- Изменение условий задачи так, чтобы она имела несколько способов решения, чтобы появился новый способ решения.
- Постановка нового вопроса к уже решённой задаче, постановка всех вопросов, ответы на которые нужно найти.

Дополнительная работа над задачей

- Постановка вопросов к выражениям, составленным по условию задачи.
- Составление и решение обратных задач.
- Сравнение новой, изменённой задачи с данной.
- Исследование задачи: сколько способов решения имеет задача, при каком условии задача не имеет решения.

Составление задач

Значимость данного вида деятельности:

- осознанное понимание структуры различных видов задач, зависимости между величинами;
- реализация индивидуального подхода; выработка умений работать самостоятельно;
- работа с различными источниками информации в целях сбора материала для составления задач;
- проявление любознательности и интереса к математике

Требования к формулировке задачи

- Должна быть выдержана структура задачи: наличие условия, вопроса, их взаимосвязанность.
- Содержание задачи должно быть кратким, точным и понятным. Математическая сторона задачи не должна заслоняться излишними комментариями.
- Подобранные числа должны соответствовать действительности и программному материалу.

Формы заданий и приемы составления задач

1. Составление задач на определенное действие.
2. Составление задач по рисунку.
3. Составление задач по заданному вопросу.
4. Составление задач по условию.
5. Составление задач по краткой записи.
6. Составление задач по данному решению.
7. Составление задач по аналогии.
8. Составление задач по выражениям и др.

Составление задач по краткой записи

I – 24кн.

II - ? на 6кн. меньше

?

- Какое наименование имеют числа?
- Что могут обозначать цифры I и II?
- О чем можно составить задачу?
- Сформулируем предложение с числом 24кн.
- Известно ли, сколько книг было на второй полке?
- Но что о ней сказано?
- Сформулируйте второе предложение.
- Соедините первое и второе предложение.

Составление задач по краткой записи (продолжение)

- О чем говорит фигурная скобка?
- О чем можно спросить в задаче?
- Соедините условие с вопросом.

Составленную задачу решают устно или письменно, если учитель не ставит иной цели.