

# ДВУГРАННЫЙ УГОЛ

Геометрия 10 класс  
МБОУ СШ №12  
Учитель: Шудраков Н.Н.

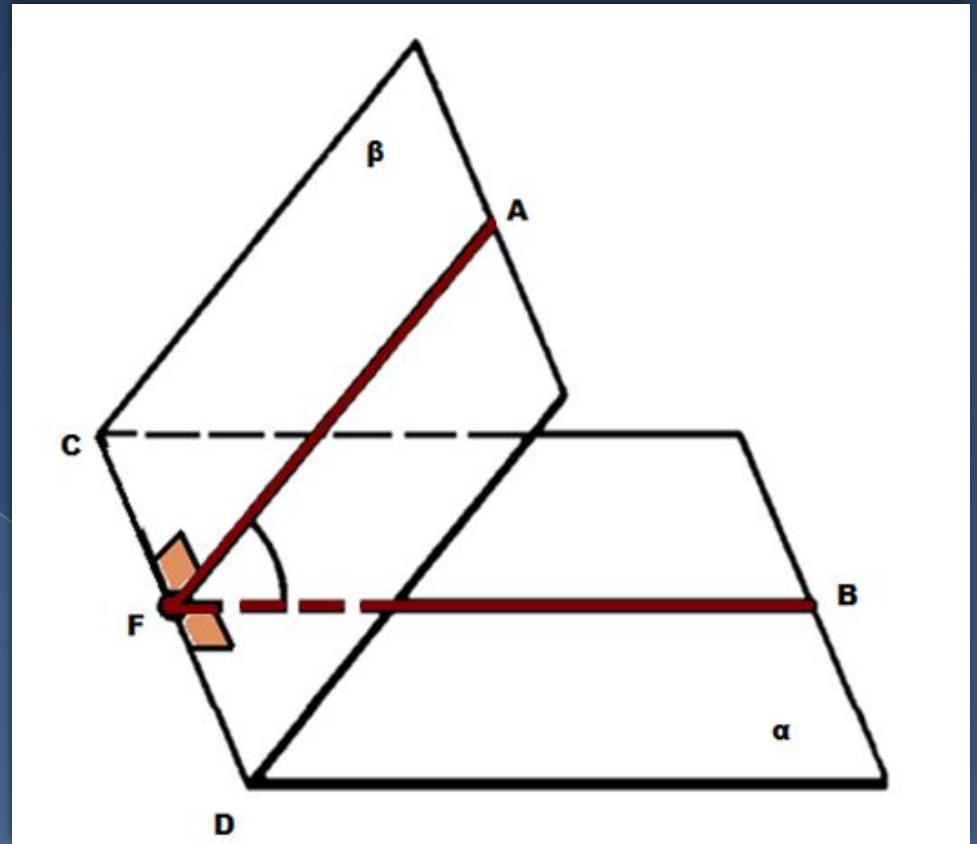
# Определение:

Двугранным  
углом называется  
фигура,  
образованная  
двумя  
полуплоскостями с  
общей граничной  
прямой.



$$AF \perp CD$$
$$BF \perp CD$$

**AFB-линейный  
угол  
двугранного  
угла ACDB**

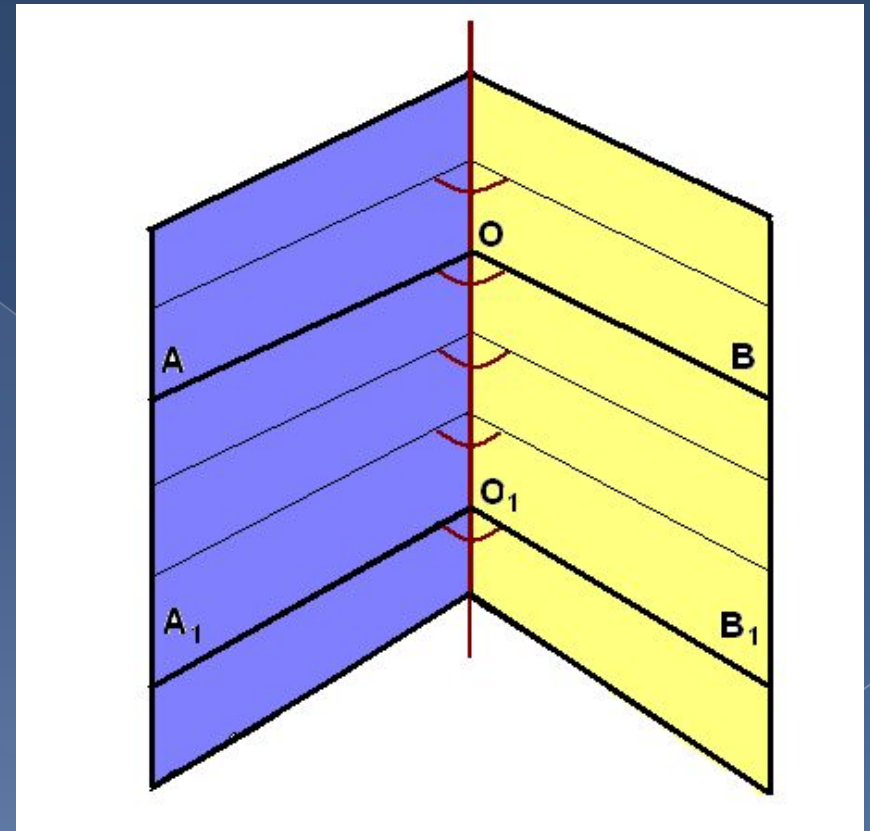


**Величиной двугранного угла называется  
величина его линейного угла**

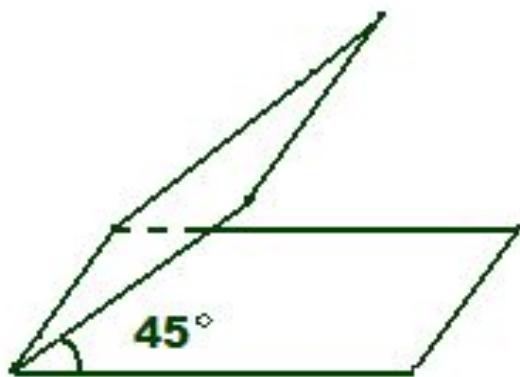
# Все линейные углы двугранного угла равны друг другу

Рассмотрим два линейных угла  $\text{AOB}$  и  $\text{A}_1\text{OB}_1$ . Лучи  $\text{OA}$  и  $\text{OA}_1$  лежат в одной грани и перпендикулярны  $\text{OO}_1$ , поэтому они сонаправлены. Лучи  $\text{OB}$  и  $\text{OB}_1$  также сонаправлены.

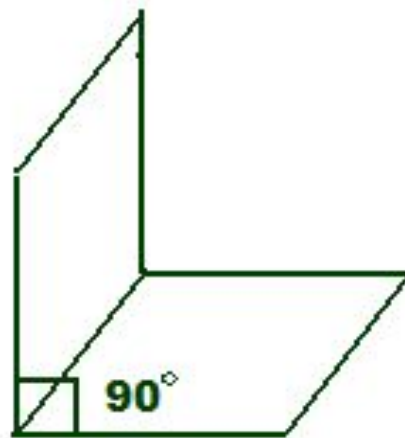
Следовательно,  $\angle\text{AOB} = \angle\text{A}_1\text{OB}_1$  (как углы с сонаправленными сторонами).



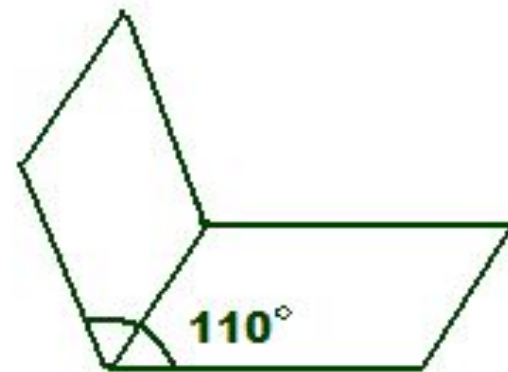
# Примеры двугранных углов:



**острый**



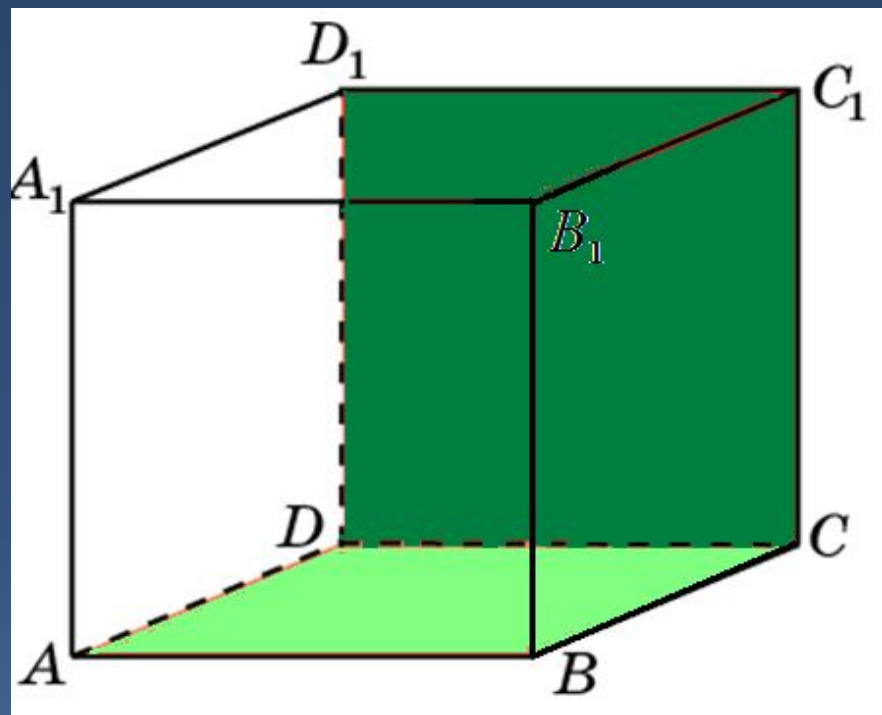
**прямой**



**тупой**

## Задача 1:

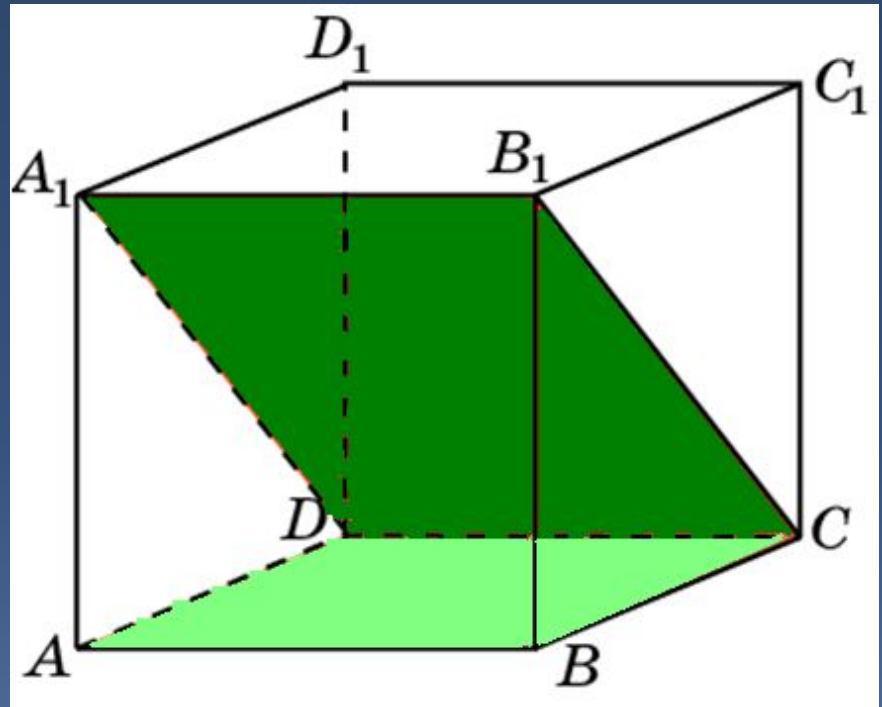
В кубе  $A...D_1$   
найдите угол  
между  
плоскостями  $ABC$   
и  $CDD_1$ .



Ответ:  $90^\circ$ .

## Задача 2:

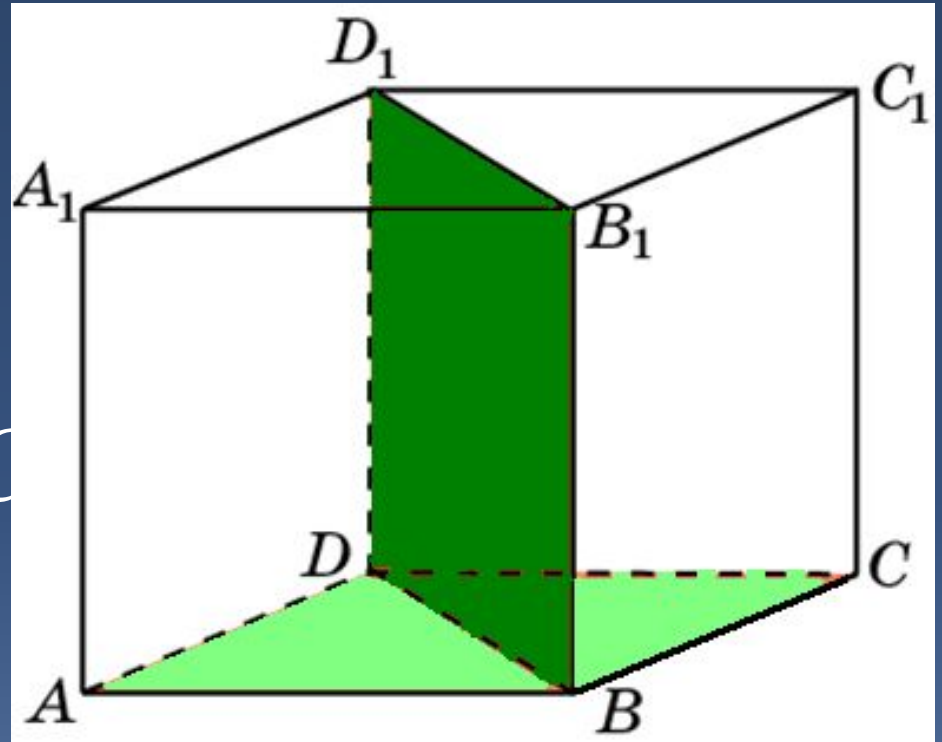
В кубе  $A...D_1$   
найдите угол  
между  
плоскостями  $ABC$   
и  $CDA_1$ .



Ответ:  $45^\circ$ .

### Задача 3:

В кубе  $A...D_1$   
найдите угол  
между  
плоскостями  $ABC$   
и  $BDD_1$ .

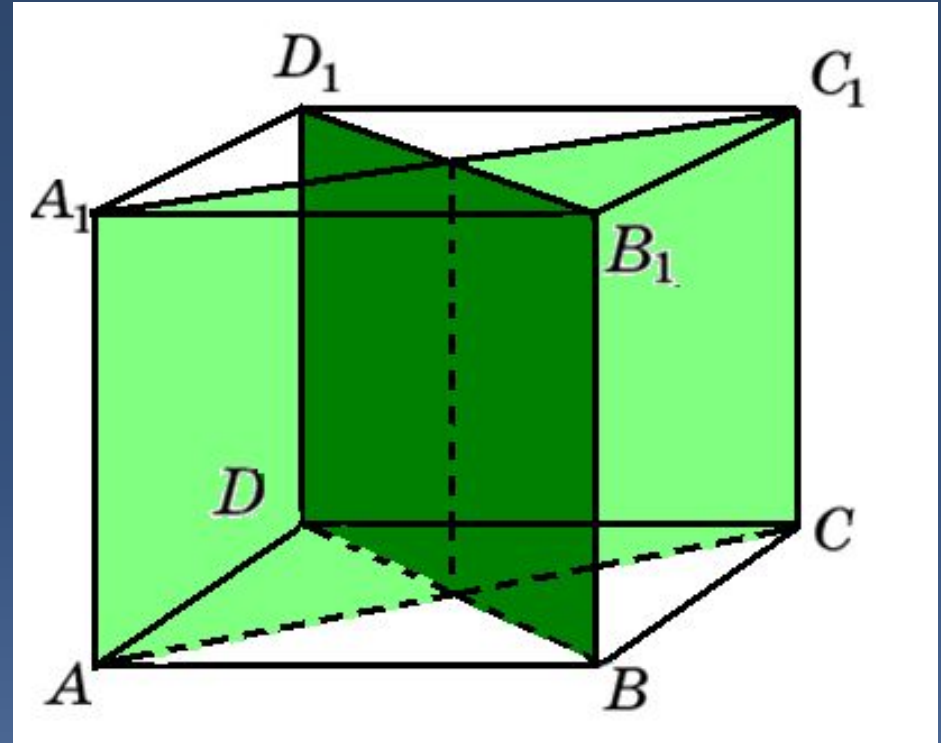


Ответ:  $90^\circ$ .



## Задача 4:

В кубе  $A...D_1$   
найдите угол  
между  
плоскостями  
 $ACC_1$  и  $BDD_1$ .



Ответ:  $90^\circ$ .

## Задача 5:

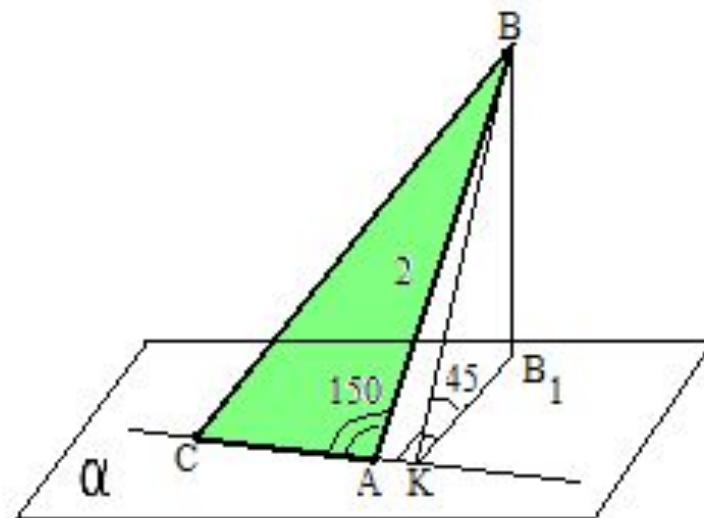
Из вершины  $B$  треугольника  $ABC$ , сторона  $AC$  которого лежит в плоскости  $\alpha$ , проведен к этой плоскости перпендикуляр  $BB_1$ .  
Найдите расстояние от точки  $B$  до прямой  $AC$  и до плоскости  $\alpha$ , если  $AB=2$ ,  $\angle BAC=150^\circ$  и двугранный угол  $BACB_1$  равен  $45^\circ$ .

# Решение:

- 1)  $ABC$  – тупоугольный треугольник с тупым углом  $A$ , поэтому основание высоты  $BK$  лежит на продолжении стороны  $AC$ .

$BK$  – расстояние от точки  $B$  до  $AC$ .

$BB_1$  – расстояние от точки  $B$  до плоскости  $\alpha$



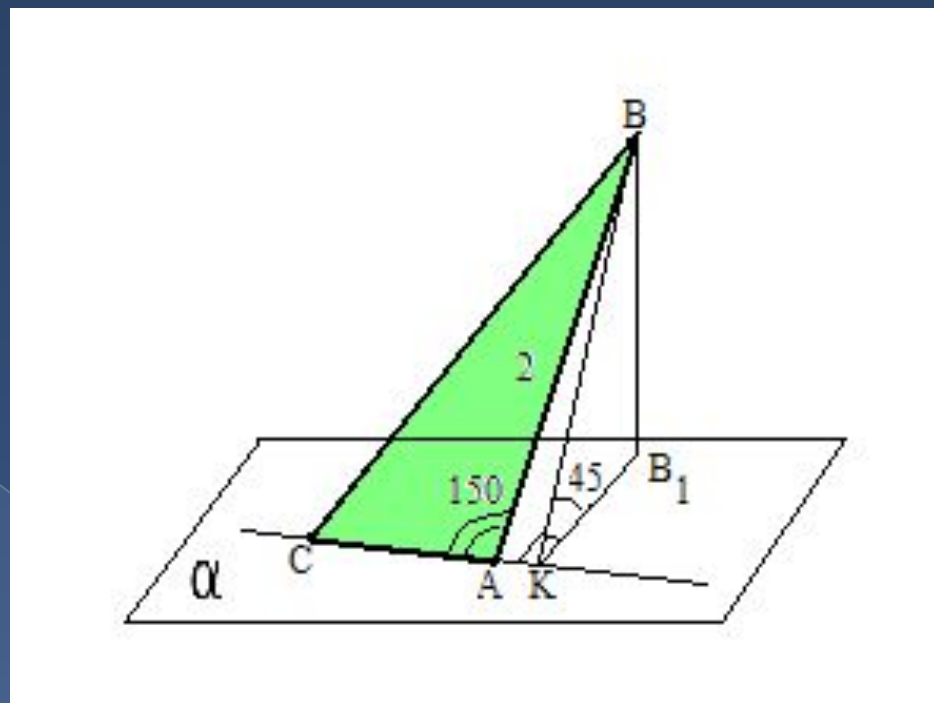
2) Так как  $AC \perp BK$ , то  $AC \perp KB_1$  (по теореме, обратной теореме о трех перпендикулярах). Следовательно,  $\angle VKB_1$  – линейный угол двугранного угла  $VACB_1$  и  $\angle VKB_1 = 45^\circ$ .

3)  $\triangle BAK$ :

$\angle A = 30^\circ$ ,  $BK = BA \cdot \sin 30^\circ$ ,  
 $BK = 1$ .

$\triangle VKB_1$ :

$VB_1 = BK \cdot \sin 45^\circ$ ,  $VB_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$



Ответ:  $BK = 1$ ,  $VB_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Домашнее задание:

Параграф 3, п.22, №167, 172,