

# Методы решения ЛОГИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

КарГТУ, ФИТ, ИС-17-2

Ившин А.В.

---

Логические задачи можно решать разными способами, каждый из них имеет свою область применения. В этой презентации вы узнаете кое-что об этих приемах. Познакомившись подробно, поймете в каких случаях удобнее использовать тот или другой метод.

## Основные приемы и методы решения логических задач

Известно несколько различных способов решения логических задач. Давайте назовем их так:

Метод рассуждений;  
Метод таблиц;  
Метод графов;  
Метод блок-схем;  
Метод бильярда;  
Метод кругов Эйлера.

Остановимся отдельно на каждом из выделенных методов, иллюстрируя их примерами решения конкретных задач.

## Метод рассуждений

Способ рассуждений - самый примитивный способ. Этим способом решаются самые простые логические задачи. Его идея состоит в том, что мы проводим рассуждения, используя последовательно все условия задачи, и приходим к выводу, который и будет являться ответом задачи.

## Метод таблиц

Основной прием, который используется при решении текстовых логических задач, заключается в построении таблиц. Таблицы не только позволяют наглядно представить условие задачи или ее ответ, но в значительной степени помогают делать правильные логические выводы в ходе решения задачи.

## Метод графов

Граф – это несколько точек, часть которых соединены друг с другом отрезками или стрелками (в таком случае граф называется ориентированным). Пусть нам требуется установить соответствие между двумя типами объектов (множествами). Точками обозначаются элементы множеств, а соответствие между ними – жирными линиями. Тонкой линией будем объединять два элемента, не соответствующих друг другу.

## Метод блок-схем

В этом разделе рассматривается еще один тип логических задач. Это задачи, в которых с помощью сосудов известных емкостей требуется отмерить некоторое количество жидкости, а также задачи, связанные с операцией взвешивания на чашечных весах. Простейший прием решения задач этого класса состоит в переборе возможных вариантов. Понятно, что такой метод решения не совсем удачный, в нем трудно выделить какой-либо общий подход к решению других подобных задач.

Более систематический подход к решению задач "на переливание" заключается в использовании блок-схем. Суть этого метода состоит в следующем. Сначала выделяются операции, которые позволяют нам точно отмерять жидкость. Эти операции называются командами. Затем устанавливается последовательность выполнения выделенных команд. Эта последовательность оформляется в виде схемы. Подобные схемы называются блок-схемами и широко используются в программировании. Составленная блок-схема является программой, выполнение которой может привести нас к решению поставленной задачи. Для этого достаточно отмечать, какие количества жидкости удастся получить при работе составленной программы. При этом обычно заполняют отдельную таблицу, в которую заносят количество жидкости в каждом из имеющихся сосудов.

## Метод математического бильярда

Надеемся, что Вам известна игра бильярд за прямоугольным столом с лузами. Появившись до нашей эры в Индии и Китае, бильярд через много веков перекочевал в европейские страны – упоминание о нем имеется в английских летописях VI века. В России бильярд стал известен и распространен при Петре I. Подобно тому, как азартная игра в кости вызвала к жизни "исчисление" вероятностей, игра в бильярд послужила предметом серьезных научных исследований по механике и математике. Представьте себе горизонтальный бильярдный стол произвольной формы, но без луз. По этому столу без трения движется точечный шар, абсолютно упруго отражаясь от бортов стола. Спрашивается, какой может быть траектория этого шарика? Поиски ответа на этот вопрос и послужили появлению теории математического бильярда или теории траекторий. В этом разделе мы приведем одно изящное применение математического бильярда к решению задач на переливание. Задачи на переливание жидкостей можно очень легко решать, вычерчивая бильярдную траекторию шара, отражающегося от бортов стола, имеющего форму параллелограмма.



## Метод кругов Эйлера

Круги Эйлера – задачи на пересечение или объединение множеств

Это новый тип задач, в которых требуется найти некоторое пересечение множеств или их объединение, соблюдая условия задачи.

Круги Эйлера — геометрическая схема, с помощью которой можно изобразить отношения между подмножествами, для наглядного представления.

Метод Эйлера является незаменимым при решении некоторых задач, а также упрощает рассуждения. Однако, прежде чем приступить к решению задачи, нужно проанализировать условие. Иногда с помощью арифметических действий решить задачу легче.

**Задача 1.**

Вадим, Сергей и Михаил изучают различные иностранные языки: китайский, японский и арабский. На вопрос, какой язык изучает каждый из них, один ответил: "Вадим изучает китайский, Сергей не изучает китайский, а Михаил не изучает арабский". Впоследствии выяснилось, что в этом ответе только одно утверждение верно, а два других ложны. Какой язык изучает каждый из молодых людей?

**Решение.** Имеется три утверждения. Если верно первое утверждение, то верно и второе, так как юноши изучают разные языки. Это противоречит условию задачи, поэтому первое утверждение ложно. Если верно второе утверждение, то первое и третье должны быть ложны. При этом получается, что никто не изучает китайский. Это противоречит условию, поэтому второе утверждение тоже ложно. Остается считать верным третье утверждение, а первое и второе — ложными. Следовательно, Вадим не изучает китайский, китайский изучает Сергей.

**Ответ:** Сергей изучает китайский язык, Михаил — японский, Вадим — арабский.

## Задача 2.

Три клоуна Бим, Бам и Бом вышли на арену в красной, зеленой и синей рубашках. Их туфли были тех же цветов. У Бима цвета рубашки и туфель совпадали. У Бома ни туфли, ни рубашка не были красными. Бам был в зеленых туфлях, а в рубашке другого цвета. Как были одеты клоуны?

**Решение.** Составим таблицу, в столбцах которой отметим возможные цвета рубашек и туфель клоунов (буквами К, З и С обозначены красный, зеленый и синий цвета). Будем заполнять таблицу, используя условия задачи. Туфли Бама зеленые, а рубашка не является зеленой. Ставим знак + в клетку 2-й строки и 5-го столбца, и знак - в клетку 2-й строки и 2-го столбца. Следовательно, у Бима и Бома туфли уже не могут быть зелеными, так же как не могут быть туфли Бама синими или красными. Отметим все это в таблице.

	Рубашки			Туфли		
	К	З	С	К	З	С
Бим				+	-	-
Бам		-		-	+	-
Бом	-			-	-	+
	К	З	С	К	З	С

**Таблица 1**

Далее, туфли и рубашка Бома не являются красными, отметим соответствующие ячейки таблицы знаком – . Из таблицы, заполненной на этом этапе, видим, что красные туфли могут быть только у Бима, а, следовательно, туфли Бома - синие. Правая часть таблицы заполнена, мы установили цвета обуви клоунов (табл.1). Цвет рубашки Бима совпадает с цветом его туфель и является красным. Теперь легко устанавливается владелец зеленой рубашки - Бом. Бам, в таком случае, одет в рубашку синего цвета.

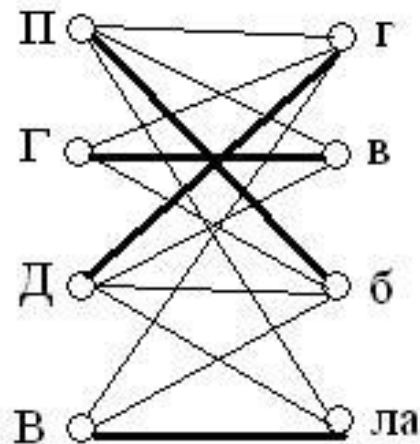
Мы полностью заполнили таблицу, в которой однозначно устанавливаются цвета туфель и рубашек клоунов (см. табл. 2): Бим одет в красную рубашку и красные туфли, Бам в синей рубашке и зеленых туфлях, Бом в зеленой рубашке и туфлях синего цвета.

	Рубашки			Туфли		
	К	З	С	К	З	С
Бим	+	-	-	+	-	-
Бам	-	-	+	-	+	-
Бом	-	+	-	-	-	+
	К	З	С	К	З	С

Таблица 2

**Ответ:** Бим одет в красную рубашку и красные туфли, Бам в синей рубашке и зеленых туфлях, Бом в зеленой рубашке и туфлях синего цвета.

**Задача 3.** Петя, Гена, Дима и Вова занимаются в детской спортивной школе в разных секциях: гимнастической, баскетбольной, волейбольной и легкой атлетики. Петя, Дима и волейболист учатся в одном классе. Петя и Гена на тренировки ходят пешком вместе, а гимнаст ездит на автобусе. Легкоатлет не знаком ни с баскетболистом, ни с волейболистом. Кто из мальчиков в какой секции занимается?



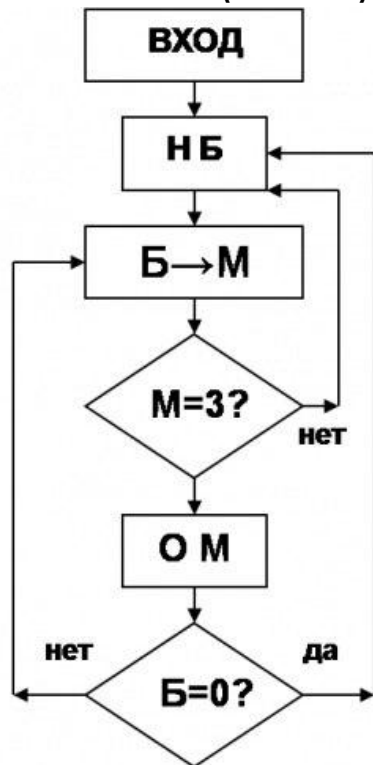
**Решение-ответ.** Петя – баскетболист, Гена – волейболист, Дима – гимнаст, а Вова – легкоатлет.

**Задача 4.** Имеются два сосуда — трехлитровый и пятилитровый. Нужно, пользуясь этими сосудами, получить 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8 литров воды. В нашем распоряжении водопроводный кран и раковина, куда можно выливать воду.

**Решение.** Перечислим все возможные операции, которые могут быть использованы нами, и введем для них следующие сокращенные обозначения: НБ — наполнить большой сосуд водой из-под крана; НМ — наполнить меньший сосуд водой из-под крана; ОБ — опорожнить большой сосуд, вылив воду в раковину; ОМ — опорожнить меньший сосуд, вылив воду в раковину; Б→М — перелить из большего в меньший, пока большой сосуд не опустеет или меньший сосуд не наполнится; М→Б — перелить из меньшего в большой, пока меньший сосуд не опустеет или большой сосуд не наполнится. Выделим среди перечисленных команд только три: НБ, Б→М, ОМ. Кроме этих трех команд рассмотрим еще две вспомогательные команды:  $B = 0 ?$  — посмотреть, пуст ли большой сосуд;  $M = 3 ?$  — посмотреть, наполнен ли малый сосуд.

В зависимости от результатов этого осмотра мы переходим к выполнению следующей команды по одному из двух ключей - "да" или "нет". Такие команды в программировании принято называть командами "условного перехода" и изображать в блок-схемах в виде ромбика с двумя ключами-выходами.

Договоримся теперь о последовательности выполнения выделенных команд. После Б→М будем выполнять ОМ всякий раз, как меньший сосуд оказывается наполненным, и НБ всякий раз, как больший сосуд будет опорожнен. Последовательность команд изобразим в виде блок-схемы (Рис. 1). Начнем выполнение программы. Будем фиксировать, как меняется количество воды в сосудах, если действовать по приведенной схеме. Результаты оформим в виде таблицы (табл.).

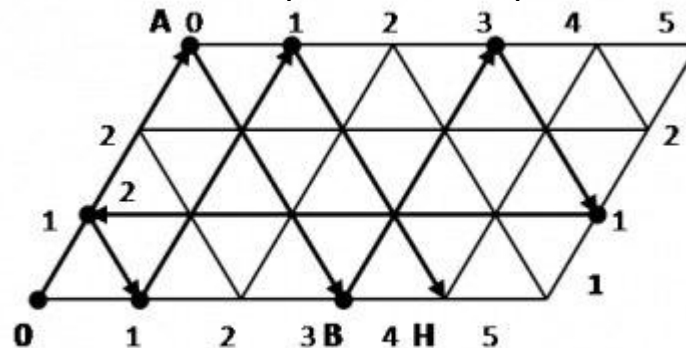


Б	0	5	2	2	0	5	4	4	1	1	0	5	3	3	0	0
М	0	0	3	0	2	2	3	0	3	0	1	1	3	0	3	0
Таблица																

Дальше эта последовательность будет полностью повторяться. Из таблицы видим, что количество воды в обоих сосудах вместе образует следующую последовательность: 0, 5, 2, 7, 4, 1, 6, 3, 0 и т.д. Таким образом, действуя по приведенной схеме, можно отмерить любое количество литров от 1 до 7. Чтобы отмерить еще и 8 литров, надо наполнить оба сосуда.

**Задача 5.** Имеются два сосуда — трехлитровый и пятилитровый. Нужно, пользуясь этими сосудами, получить 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8 литров воды. В нашем распоряжении водопроводный кран и раковина, куда можно выливать воду.

**Решение.** В рассматриваемой задаче стороны параллелограмма должны иметь длины 3 и 5 единиц. По горизонтали будем откладывать количество воды в литрах в 5-литровом сосуде, а по вертикали – в 3-литровом сосуде. На всем параллелограмме нанесена сетка из одинаковых равносторонних треугольников (см. рис.1).



Бильярдный шар может перемещаться только вдоль прямых, образующих сетку на параллелограмме. После удара о стороны параллелограмма шар отражается и продолжает движение вдоль выходящего из точки борта, где произошло соударение. При этом каждая точка параллелограмма, в которой происходит соударение, полностью характеризует, сколько воды находится в каждом из сосудов.



Пусть шар находится в левом нижнем углу и после удара начнет перемещаться вверх вдоль левой боковой стороны параллелограмма до тех пор, пока не достигнет верхней стороны в точке А. Это означает, что мы полностью наполнили водой малый сосуд. Отразившись упруго, шар покатится вправо вниз и ударится о нижний борт в точке В, координаты которой 3 по горизонтали и 0 по вертикали. Это означает, что в большом сосуде 3 литра воды, а в малом сосуде воды нет, то есть мы перелили воду из малого сосуда в большой сосуд.

Прослеживая дальнейший путь шара и записывая все этапы его движения в виде отдельной таблицы (табл.1), в конце концов, мы попадаем в точку Н, которая соответствует состоянию, когда малый сосуд пуст, а в большом сосуде 4 литра воды. Таким образом, получен ответ и указана последовательность переливаний, позволяющих отмерить 4 литра воды. Все 8 переливаний изображены схематически в таблице.

	<b>О</b>	<b>А</b>	<b>В</b>						<b>Н</b>
<b>М</b>	0	3	0	3	1	1	0	3	0
<b>Б</b>	0	0	3	3	5	0	1	1	4

**Задача 6.** "Обитаемый остров"

и "Стиляги". Некоторые ребята из нашего класса любят ходить в кино. Известно, что 15 ребят смотрели фильм «Обитаемый остров», 11 человек – фильм «Стиляги», из них 6 смотрели и «Обитаемый остров», и «Стиляги». Сколько человек смотрели только фильм «Стиляги»?

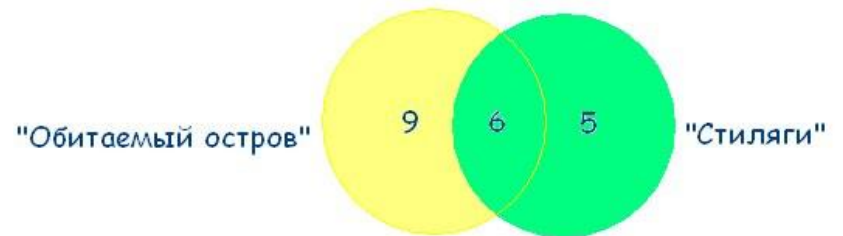
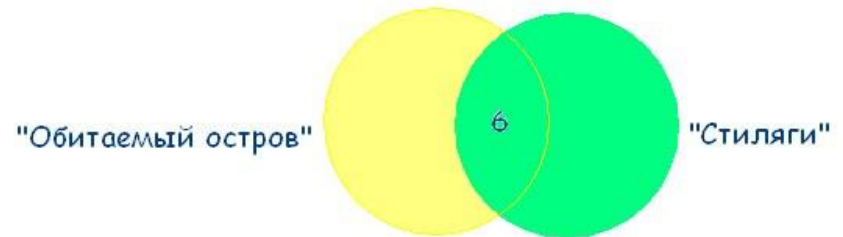
**Решение.** Чертим два множества таким образом:

6 человек, которые смотрели фильмы «Обитаемый остров» и «Стиляги», помещаем в пересечение множеств.

$15 - 6 = 9$  – человек, которые смотрели только «Обитаемый остров».

$11 - 6 = 5$  – человек, которые смотрели только «Стиляги».

Получаем:



**Ответ.** 5 человек смотрели только «Стиляги».

Конец.

Спасибо за внимание.