

## ***Лабораторная работа 2***

***Расчет динамических характеристик объекта  
с сосредоточенными координатами***

## Модель химического реактора периодического действия

Объектом моделирования является химический реактор периодического действия с мешалкой, в котором происходит реакция вида:  $A \xrightarrow{r_2} B \xrightarrow{r_1} R$

Перед началом рабочего цикла в реактор загружается раствор вещества А с концентрацией  $C_{a\_вх}$ .

Включается мешалка, в продолжении рабочего цикла в реакторе происходит образование продуктов В и R .

После окончания рабочего цикла мешалка останавливается и производится выгрузка смеси.

Изменение концентрации веществ в ходе реакции описывается уравнениями (1)

$$\frac{dC_a}{dt} = -r_2 \cdot C_a$$

$$\frac{dC_B}{dt} = r_2 \cdot C_a - r_1 \cdot C_B \quad (1)$$

$$\frac{dC_R}{dt} = r_1 \cdot C_B$$



В течение рабочего цикла в реакторе происходит образование полезного (В) и побочного (R) продуктов.

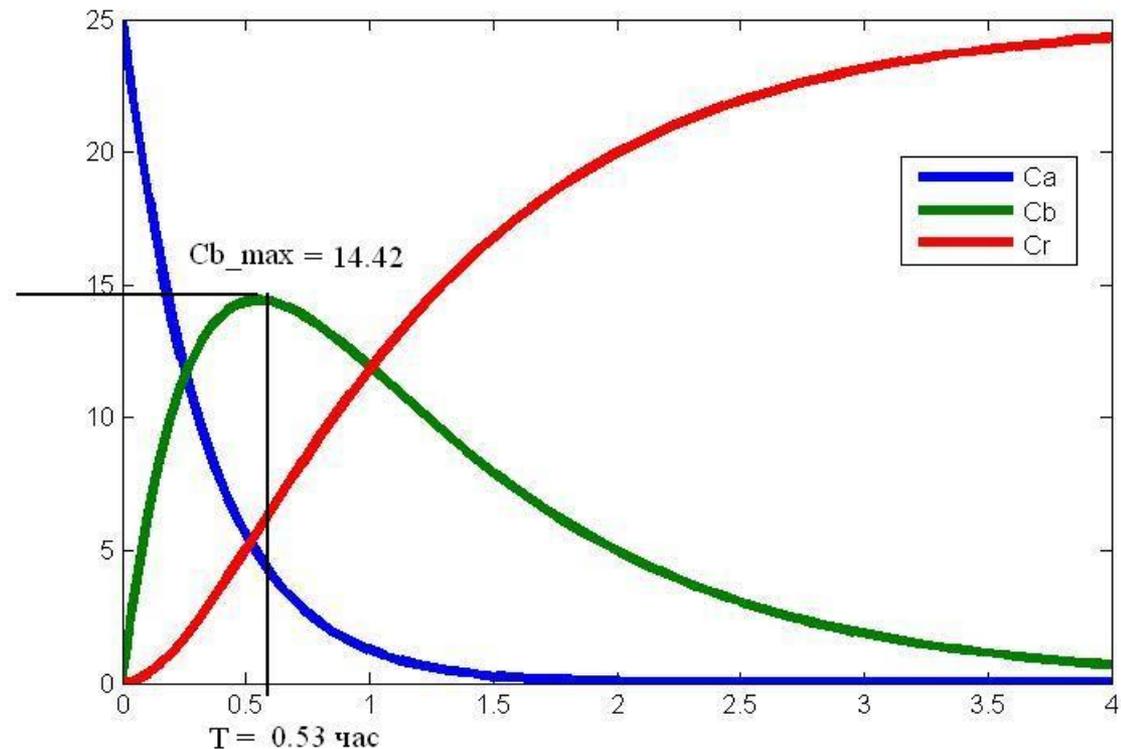
Изменение концентраций веществ в течение рабочего цикла можно оценить по графикам **динамических характеристик** этого объекта.

На рисунке приведен один из вариантов таких характеристик.

На основе этих графиков можно оценить

- необходимое время рабочего цикла ( $T$ )
- максимальную концентрацию полезного продукта ( $C_{b\_max}$ )

График динамических характеристик получают путем решения уравнений модели (1).



Для этого используют численные методы решения систем дифференциальных уравнений

## Решение систем дифференциальных уравнений.

Система дифференциальных уравнений должна быть представлена в форме Коши:

$$\frac{dy}{dt} = F(y, t)$$

Исходные данные для решения системы (2):

- начальные условия  $y_0$
- интервал решения  $t_0 \leq t \leq t_{\text{final}}$

Для решения систем вида (2) используются различные методы. Их реализации в МатЛаб названы **решателями** ОДУ (solver).

решатели	Тип задачи	Степень точности	Область применения
ode45	Не жесткая	средняя	В большинстве случаев
ode23	Не жесткая	низкая	При допустимости грубой погрешности или при решении умеренно жестких задач
ode113	Не жесткая	От низкой до высокой	При высокой точности решения или при решении сложных в вычислительном отношении задач
ode23tb	жесткая	низкая	При уравнениях, заданных в неявной форме Коши.

# Решение систем дифференциальных уравнений

Правую часть системы уравнений (2) оформляют в виде отдельного файла-функции, так называемого ODE файла

```
function dydt = vdp101(t,y)  
    % лаб. Раб. 2....  
dydt = [правая часть 1-го уравнения системы (1);  
        правая часть 2-го уравнения системы (1);  
        И т.д. все уравнения в системе.....];
```

В командном окне выполняется обращение к соответствующей функции МатЛаб с использованием пользовательской функции в качестве параметра:

```
[T,Y]=solver('F',[t0 tfinal],y0)
```

Параметры функции:

**Solver** – имя решателя

**'F'** - имя ODE-файла, в котором описывается правая часть исходной системы.

**[t0 tfinal]** – интервал решения

**y0** – вектор начальных условий

Пример ODE-файла с описанием правой части системы уравнений (3), определяющей модель объекта в форме Коши:

$$\begin{aligned} \frac{dy_1}{dt} &= a_1 y_1 \\ \frac{dy_2}{dt} &= a_2 y_1 - a_1 y_2 \end{aligned} \quad (3)$$

```
function dydt = vdp101(t,y)
```

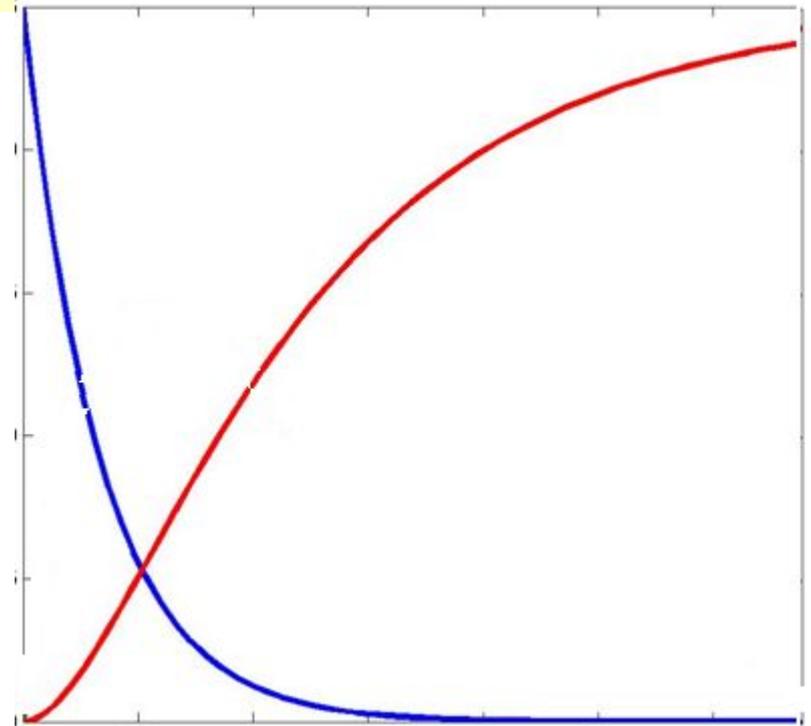
```
a1=10;  
a2=38;  
dydt = [a1*y(1);  
a2*y(1)-a1*y(2)];
```

Сохраняем функцию **vdp101(t,y)** в файле **vdp101.m**.

В командном окне обращаемся к решателю ODE45 и получаем решение:

```
>> [T,Y]=ode45(@vdp101,[0,4],[25,0]);  
>> plot(T,Y)  
>>
```

Размерность вектора нач. условий равна числу уравнений в системе



## ЗАДАНИЕ на лабораторную работу 2

1. Рассчитать динамические характеристики реактора периодического действия
2. В качестве исходных данных использовать значения из таблицы вариантов на следующем слайде.
3. Построить графики динамических характеристик
4. Определить время выгрузки (время рабочего цикла) для получения максимального выхода полезного продукта В
5. Исследовать влияние изменения состава исходного раствора на:
  - а) выход полезного продукта (концентрация полезного продукта в момент окончания рабочего цикла)

$$C_{в\_вых} = F(C_{а\_вх}), \quad CR_{вых} = F(C_{а\_вх})$$

Изменять аргумент в диапазоне:  $-50\% C_{а\_вх\_баз} < C_{а\_вх} < +50\% C_{а\_вх\_баз}$

б) время рабочего цикла

$$T_{кон} = F(C_{а\_вх}) \text{ при полезном продукте В}$$

$$T_{кон} = F(C_{а\_вх}) \text{ при полезном продукте R}$$

**ВАРИАНТЫ  
ЗАДАНИЯ**

на лабораторную  
работу 2

<b>N</b>	<b>r1</b>	<b>r2</b>	<b>Ca_vx</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>23</b>
<b>2</b>	<b>1,2</b>	<b>3</b>	<b>25</b>
<b>3</b>	<b>1,4</b>	<b>4</b>	<b>26</b>
<b>4</b>	<b>1,9</b>	<b>5</b>	<b>27</b>
<b>5</b>	<b>0,3</b>	<b>1</b>	<b>30</b>
<b>6</b>	<b>0,5</b>	<b>2</b>	<b>32</b>
<b>7</b>	<b>9</b>	<b>11</b>	<b>34</b>
<b>8</b>	<b>1,2</b>	<b>2</b>	<b>38</b>
<b>9</b>	<b>1,1</b>	<b>2</b>	<b>41</b>
<b>10</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>44</b>
<b>11</b>	<b>1,2</b>	<b>4</b>	<b>39</b>
<b>12</b>	<b>1,4</b>	<b>2</b>	<b>43</b>
<b>13</b>	<b>1,9</b>	<b>4</b>	<b>47</b>
<b>14</b>	<b>0,3</b>	<b>1</b>	<b>43</b>
<b>15</b>	<b>0,5</b>	<b>1</b>	<b>48</b>
<b>16</b>	<b>9</b>	<b>11</b>	<b>48</b>
<b>17</b>	<b>1,2</b>	<b>2</b>	<b>44,2</b>
<b>18</b>	<b>1,1</b>	<b>2</b>	<b>49,4</b>

**ВАРИАНТЫ  
ЗАДАНИЯ**

на лабораторную  
работу 2

19	2	3	49,9
20	3	4	44,5
21	4	6	49,9
22	5	7	58,9
23	1	2	45,7
24	1,6	2	51
25	1,8	2	59,9
26	1,4	3	46,9
27	1	2	52,4
28	1,2	5	61,8
29	1,4	2	47,2
30	1,9	3	52,9
31	0,3	1	70,8
32	0,5	2	48,4
33	9	11	54
34	1,2	5	72,8
35	1,1	1	51,4
36	2	1,6	58
37	3	1,8	77,8
38	4	1,4	52,4

## Порядок выполнения лабораторной работы 2

1. Создать файл-функцию с описанием правой части системы дифференциальных уравнений
2. Создать файл сценарий :
  - с расчетом динамических характеристик объекта  $C_a(t)$ ,  $C_b(t)$ ,  $C_r(t)$
  - оценкой времени рабочего цикла ( $T$ ) и оценкой концентраций полезного и побочного продуктов в момент окончания рабочего цикла  $C_b(T)$ ,  $C_r(T)$ .
  - с расчетом графика изменения этих характеристик ( $T$ ,  $C_b(T)$ ,  $C_r(T)$ ) при изменении состава исходного раствора (получить 10 точек).
3. Построить графики динамических характеристик  **$C_a(t)$ ,  $C_b(t)$ ,  $C_r(t)$**  при заданном значении  **$C_{a\_вх}$  (исходные данные из таблицы)**.
4. Построить графики

$$C_{в\_вых} = F(C_{a\_вх}), \quad C_{R\text{ вых}} = F(C_{a\_вх}), \quad T = F(C_{a\_вх})$$

## Лабораторная работа 2

### *Расчет динамических характеристик объекта с сосредоточенными координатами*

#### Содержание отчета

1. Объект моделирования (схема, уравнения модели)
2. Текст программы (файл-функция с расчетом вектора  $dY/dt$  и файл-сценарий с описанием обращения к решателю и циклом по **Ca\_vx**)
3. Графики динамических характеристик **Ca(t), Cb(t), Cr(t)**
4. Графики зависимостей:  
$$C_{в\ вых} = F(Ca_{vx}),$$
$$CR_{вых} = F(Ca_{vx}),$$
$$T = F(Ca_{vx})$$

# Примеры рассчитанных зависимостей

