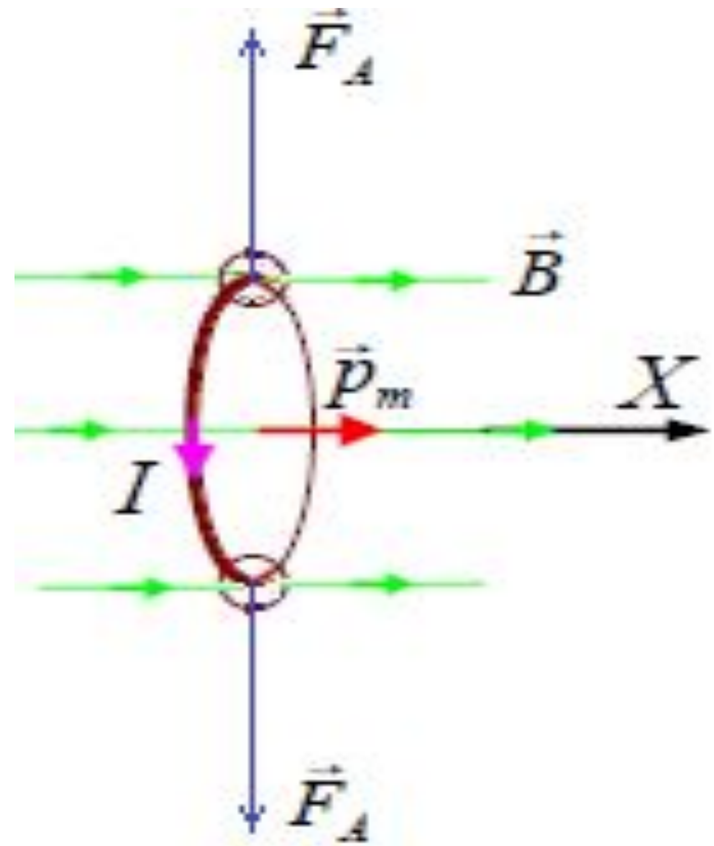
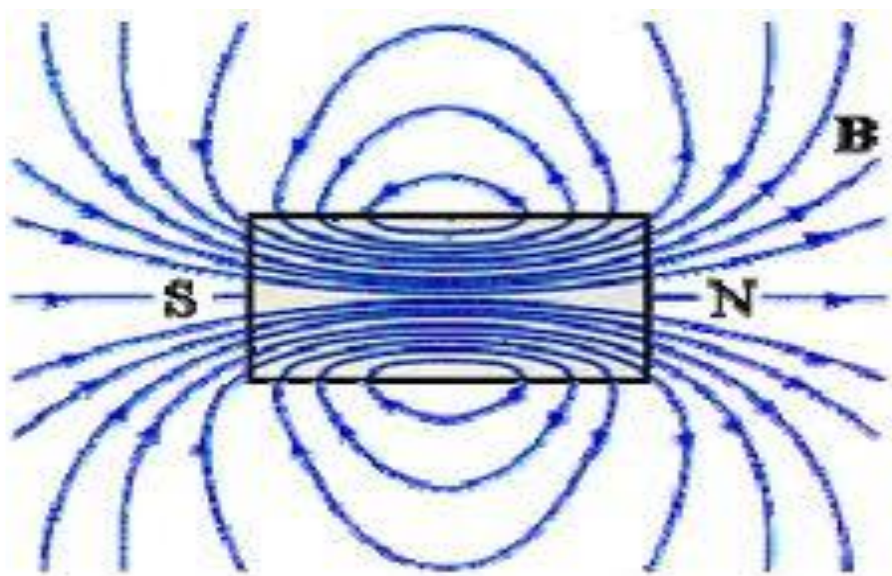
ЛК. 12. Электромагнитные колебания

Действие магнитных сил на контур с током в неоднородном поле

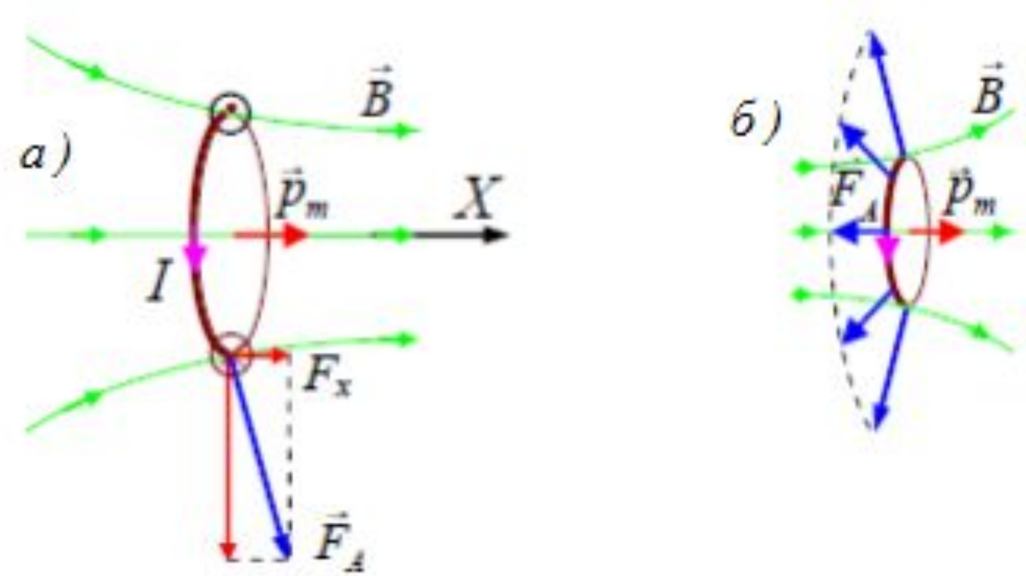
- Однородное магнитное поле оказывает на виток с током только вращающее действие. После поворота витка в положение, при котором его магнитный момент совпадет по направлению с вектором
- индукции повернувшего
- его магнитного поля, силы
- ампера только растягивают
- виток в разные стороны и
- не стремятся переместить
- или повернуть его.



- В случае неоднородного поля его силовые линии не являются параллельными. Они расходятся в направлении убывания индукции поля и сходятся в направлении возрастания. На рисунке для примера показаны силовые линии поля цилиндрической катушки

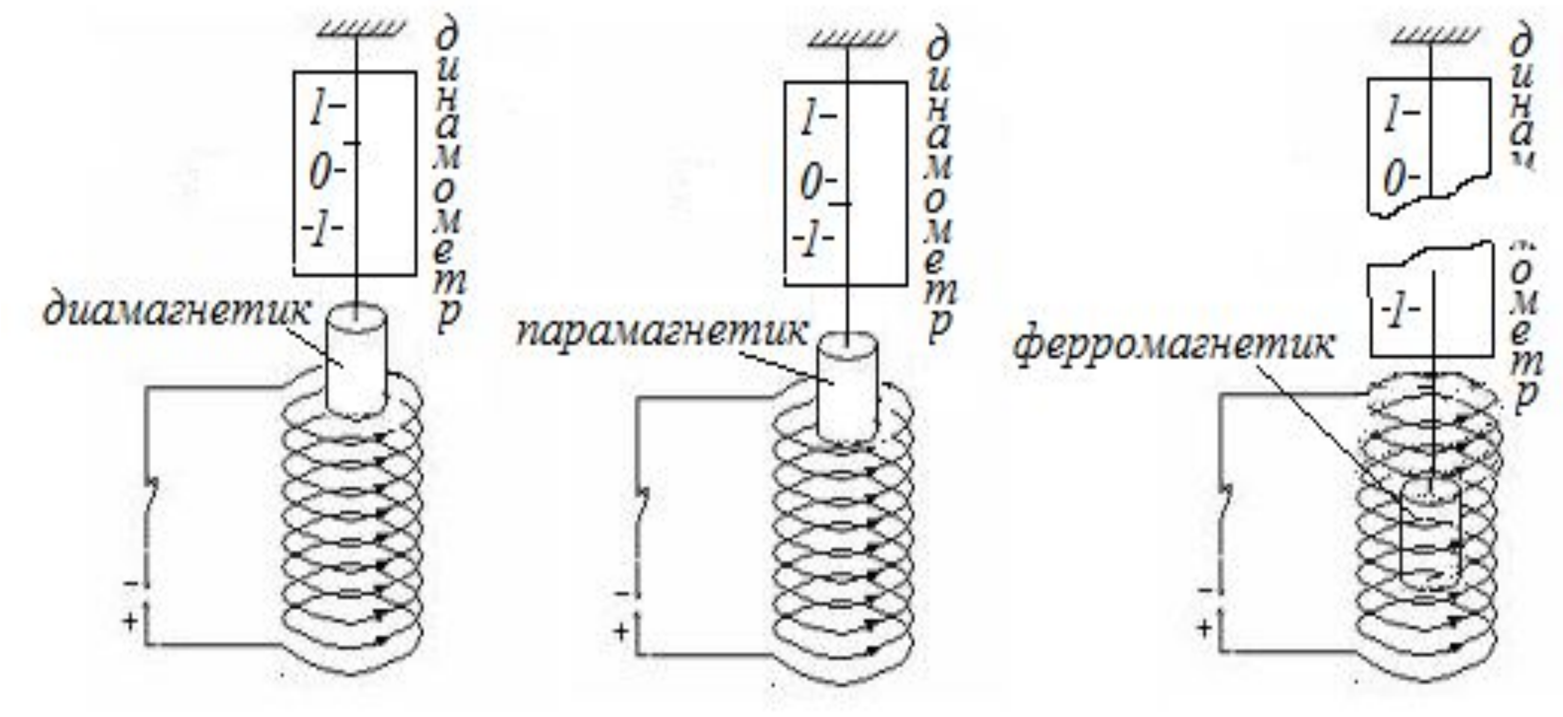


- Если контур с током помещен в неоднородное поле, то силы ампера, наряду с вращающим, будут оказывать на него и перемещающее действие. Определить направление перемещающего действия можно изображением сил Ампера, **которые перпендикулярны вектору индукции магнитного поля**. Для случая возрастания поля в направлении оси X изображаем сходящиеся в этом направлении силовые линии и перпендикулярные им силы ампера, которые действуют на контур с током. Как видно из рисунка , в этом случае появляется составляющая силы ампера в направлении оси X, т.е. в направлении увеличения поля. Если поле убывает в направлении оси X, то его силовые линии становятся расходящимися в этом направлении, как показано на рис.б. Построение сил ампера в этом случае показывает, что они имеют составляющие, направленные против оси X, т.е. вновь в направлении возрастания поля.



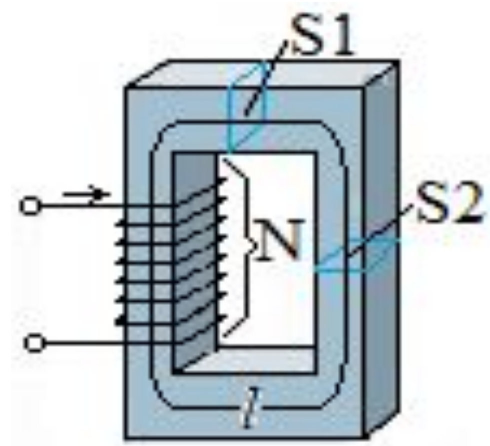
Силовое действие неоднородного магнитного поля на вещество

- Диамагнетик выталкивается из области сильного поля. Парамагнетик втягивается в область сильного поля. Ферромагнетик с большой силой втягивается в область сильного поля



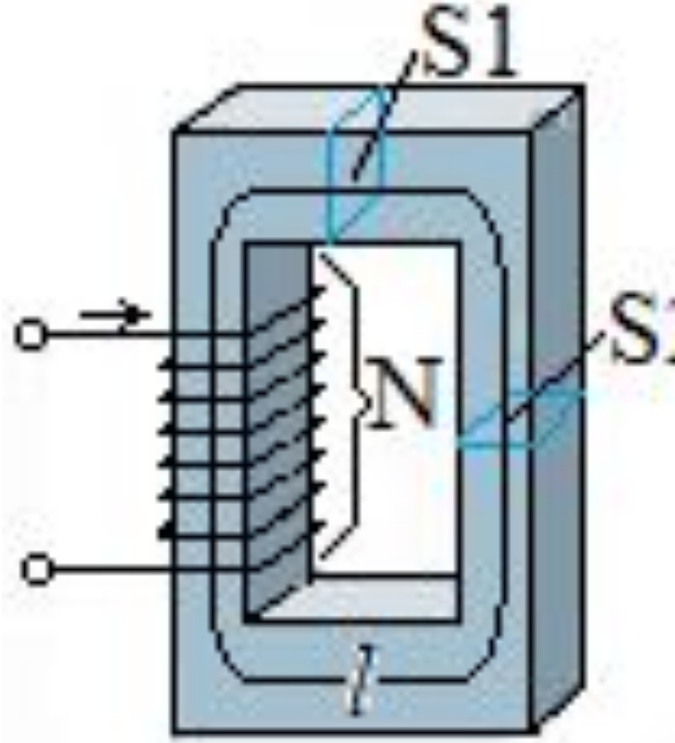
Понятие магнитной цепи

- Электрическая цепь - это совокупность устройств для создания электрического тока. Аналогично определяется магнитная цепь: ***это совокупность устройств для создания и управления магнитным потоком***.



- Исходным элементом магнитной цепи выступает источник магнито-движущей силы (МДС). Обычно – это катушка с током. Если число витков в катушке -N и по ним протекает ток I, то величина магнитодвижущей силы определяется как произведение M=IN

- Простейшая электрическая цепь состоит из источника ЭДС и проводника электрического тока, обладающего некоторым сопротивлением. По аналогии, простейшая магнитная цепь состоит из источника МДС и ***проводника магнитного потока***. В роли последнего выступает ферромагнитный или ферримагнитный замкнутый сердечник, показанный на рисунке и называемый
- ***Магнитопроводом***. Он характеризуется площадью поперечного сечения - S и длиной *l*



- Будем считать, что индукция магнитного поля -B связана с напряженностью-H соотношением $B=\mu\mu_0H$. Вследствие большой магнитной проницаемости ферромагнитного магнитопровода величина индукции магнитного поля в нем будет на несколько порядков превышать индукцию поля в окружающей парамагнитной или диамагнитной среде. Это позволяет пренебречь магнитным потоком через окружающую среду и учитывать только магнитный поток в магнитопроводе. Величина магнитного потока $\boldsymbol{\Phi=BS}$, где S - площадь поперечного сечения магнитопровода. Определим величину магнитного потока в простейшей магнитной цепи.

- Считаем магнитопровод однородным: S, μ одинакова для всех его участков. Индукция поля в магнитопроводе $B=\mu\mu_0 H$, где H - напряженность поля, созданного катушкой одинакова во всем МП.
- Напряженность найдется из закона полного тока
- $$\oint H dl = \sum I \quad => \quad \mathrm{H}l = NI \quad => \quad H = NI/l$$,
- где l - длина средней линии - магнитопровода. В результате последовательных подстановок получим:

$$\Phi = \frac{NI}{\frac{l}{\mu\mu_0 S}} = \frac{M}{R_m}$$

- В этой формуле обозначено ***M=IN*** – МДС катушки, $\boldsymbol{R_m = l/\mu\mu_0 S}$ - магнитное сопротивление магнитопровода. Формула аналогична по виду закону Ома

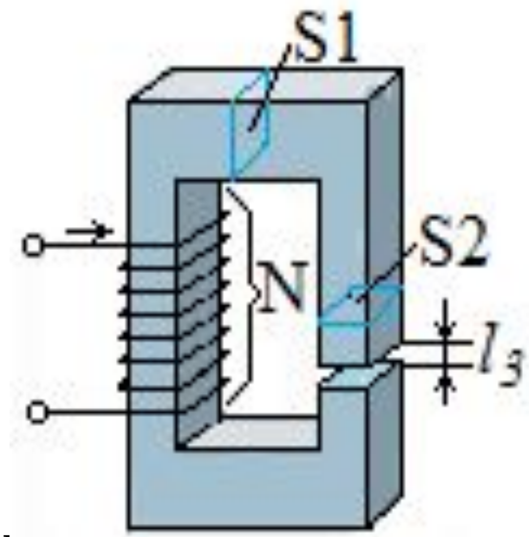
• «ВТОРОЕ ПРАВИЛО КИРХГОФА» ДЛЯ МАГНИТНОЙ ЦЕПИ

- Величина магнитного сопротивления, как и электрического сопротивления проводника, пропорциональна его длине и обратно пропорциональна площади поперечного сечения. Размерность магнитного сопротивления ***1/Гн***. Величина $\mu\mu_0$ выступает в роли удельной магнитопроводности материала.
- Имея понятие магнитного сопротивления, можно определить величину магнитного напряжения на участке магнитной цепи как произведение $R_m\Phi$.

- Теперь, в случае неразветвленного неоднородного магнитопровода, у которого отдельные участки имеют разные площади поперечного сечения и магнитную проницаемость, можем записать
  - $\Phi*(R_{m1}+R_{m2}+ ...)=M$,
- откуда сразу определится величина магнитного потока. Произведение
  - $\mathit{\Phi} R_{mk}=B_k S_k l_k/S_k\,\mu_k\mu_0=(B_k/\,\mu_k\mu_0)*\,l_k=H_k l_k$
- можно считать падением магнитного напряжения на k-том участке магнитной цепи. При этом закон полного тока
  - $M=NI=H_1 l_1+H_2 l_2+...$
- можно сформулировать в виде второго правила Кирхгофа для магнитной цепи: ***Сумма падений магнитного напряжения на элементах замкнутого контура магнитной цепи равна МДС, действующей в этом контуре***.

- Рассмотрим для примера магнитную цепь, показанную на рисунке. Магнитопровод неоднородный по сечению и имеет зазор. Для определения магнитного потока вычислим магнитные сопротивления всех его участков:

$$R_{m1} = \frac{l_1}{\mu\mu_0 S_1};\ R_{m2} = \frac{l_2}{\mu\mu_0 S_2};\ R_{m3} = \frac{l_3}{\mu_0 S_2}$$



- После этого определится величина
- магнитного потока, который одинаков по всему магнитопроводу и зазору:

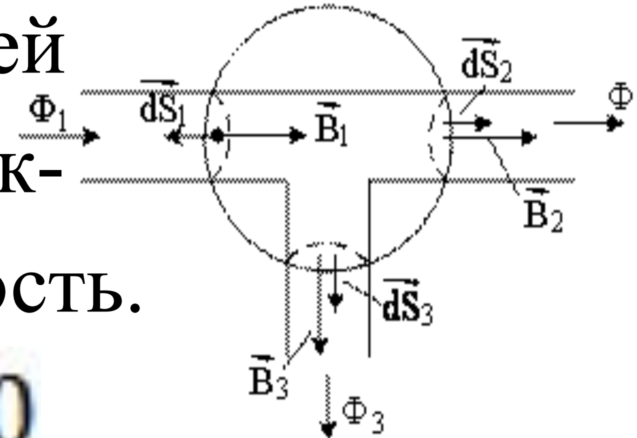
$$\Phi = \frac{IN}{\frac{l_1}{\mu\mu_0 S_1} + \frac{l_2}{\mu\mu_0 S_2} + \frac{l_3}{\mu_0 S_2}}$$

«ПЕРВОЕ ПРАВИЛО КИРХГОФА» ДЛЯ МАГНИТНОЙ ЦЕПИ

- ***Алгебраическая сумма магнитных потоков в разветвлении магнитной цепи равна нулю***
- Магнитные потоки, втекающие в разветвление считаются положительными, а вытекающие - отрицательными. Это правило является следствием замкнутости силовых линий магнитного поля или теоремы о потоке вектора магнитной индукции через замкнутую поверхность

$$\oint \vec{B}\, d\vec{S} = 0$$

- Рассмотрим трех плечное разветвление (узел магнитной цепи).Ограничим его замкнутой поверхностью и применим к ней

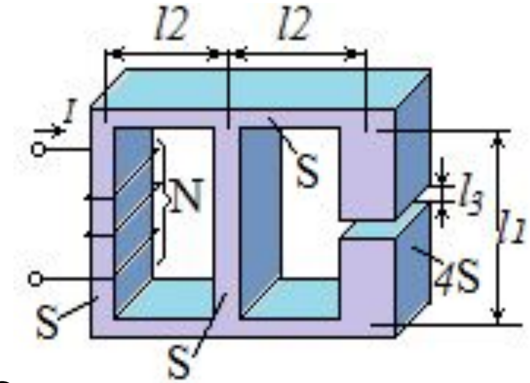


- теорему о потоке вектора индук-
- ции через замкнутую поверхность.
- $$B_1S_1 - B_2S_2 - B_3S_3 = 0$$
- Общая формула записи перового правила Кирхгофа для магнитной цепи:

$$\sum \Phi_k = 0$$

- Рассмотрим в качестве примера

расчет индукции поля в зазоре магнитной цепи, показанной на рисунке, при следующих исходных



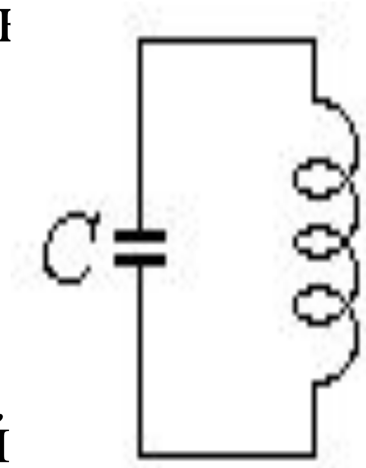
данных: I=1A, N=100, S=2 см^2, l1=4 см, l2=2 см, lз=1 мм, μ=1000.

- *Решение*: Обозначим магнитные потоки в вертикальных стержнях магнитопровода как,Ф1, Ф2, Ф3. Магнитные сопротивления участков, по которым проходят эти потоки, - R_{m1}, R_{m2}, R_{m3}. И составим систему уравнений для данной магнитной цепи по правилам Кирхгофа м "закону Ома" для магнитных цепей.
- Ф1-Ф2-Ф3=0
- $NI=\Phi_1 R_{m1}+\Phi_2 R_{m2}$
- $\Phi_2 R_{m2}-\Phi_3 R_{m3}=0$

- Решим эту систему относительно Ф3.
- $Ф3=NI/(R_{m1}+R_{m3}+R_{m1}R_{m3}/R_{m2})$. Для вычисления потока необходимо определить величины магнитных сопротивлений:
- $Rm1=(l_1+2l_2)/(\mu\mu_0 S)=3.184*10^5*1/Гн$, $Rm2=l_1/(\mu\mu_0 S)=1.59*10^5*1/Гн$, $Rm3==(l_1+2l_2)/(\mu\mu_0 4S)+lз/(4S\ \mu_0)=1.075*10^6$ 1/гн
- Величина магнитного потока в третьем стержне $Ф3= NI/(R_{m1}+R_{m3}+R_{m1}R_{m3}/R_{m2})=3.22*10^{-4}$ Вб.
- Индукция поля в зазоре вычислится очень просто $B=Ф/(4S)=0.4$ Тл

Электромагнитные колебания.

- Существование электроэнергии в виде энергии магнитного и электрического полей напоминает существование механи-ческой энергии в виде кинетической энергии движения и по-тенциальной энергии покоя. Как известно, в механике легко реализуются процессы периодической переі энергии из одного вида в другой. Эти процессы называются механическими колебаниями. Ана-логичные процессы реализуются и для электро-энергии. Более того, в этом случае удается прос-транственно разделить накопители электрической и магнитной энергии. Накопителем электричес-кой энергии является конденсатор, а накопителем магнитной - катушка индуктивности. Соединив их вместе, получим цепь, в которой возможны электрические колебания. Данная цепь получила название колебательный контур



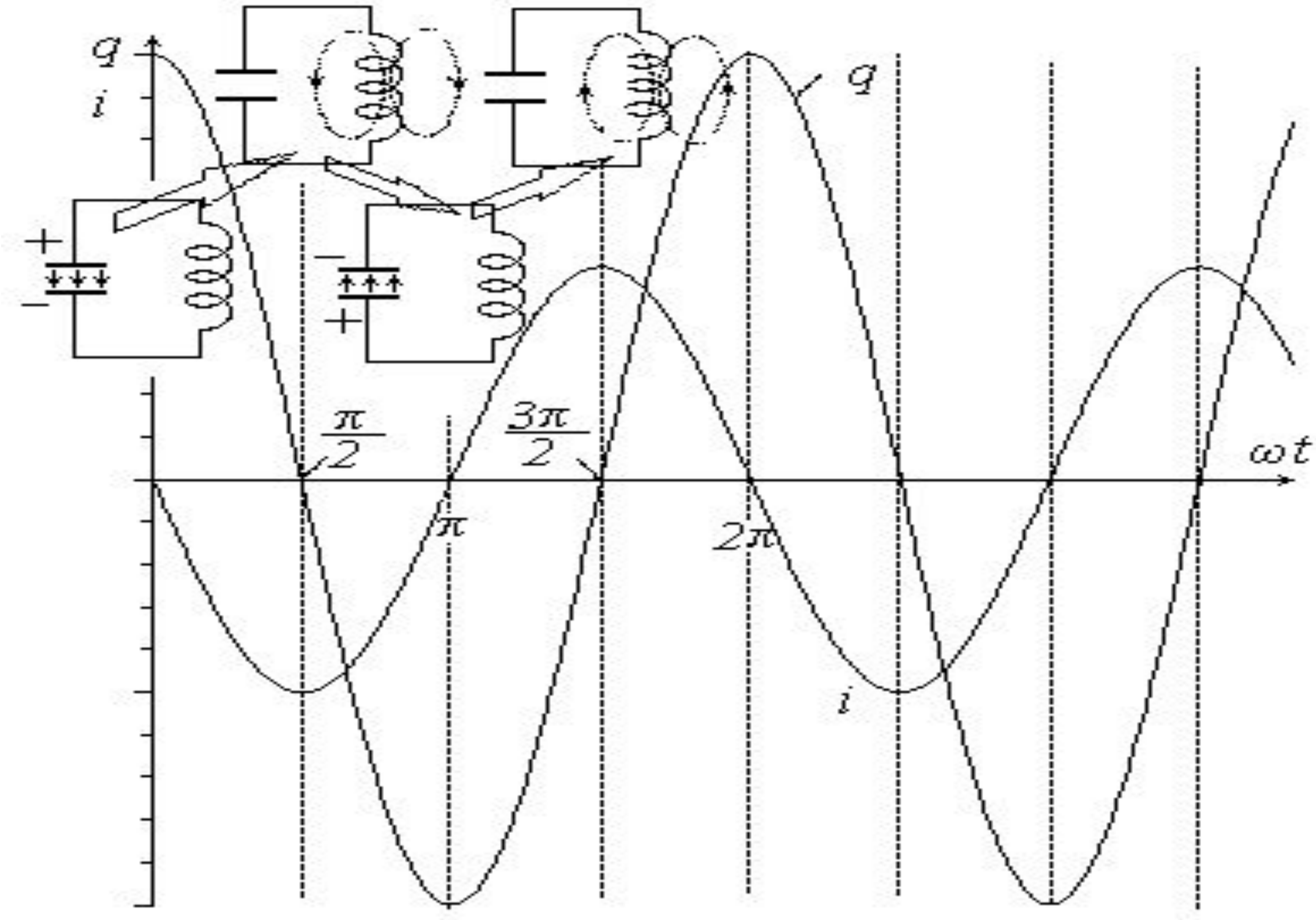
- Пусть в какой-то момент времени ток в контуре равен нулю, а конденсатор заряжен до некоторой величины напряжения - U_m. Ясно, что это напряжение создаст в цепи ток, для которого, следуя второму правилу Кирхгофа, можно составить уравнение: $u_c+u_L=0$. Напряжение между обкладками конденсатора - u_c определяется его зарядом $u_c=q/C$. Напряжение на катушке индуктивности - это ЭДС самоиндук-ции, взятая с противоположным знаком: $u_L=Ldi/dt$. Наконец, ток разрядки конденсатора, который является током во всей цепи равен $i=dq/dt$. Подставив все это в исходное уравнение, получим:

$$\frac{q}{C}+L\frac{d^2q}{dt^2}=0 \qquad (24.1)$$

- Это типичное уравнение колебательного процесса, аналогичное уравнению механических колебаний тела с массой m, удерживаемого пружиной с жесткостью k: $kx+md^2x/dt^2=0$, где x - координата тела. Продолжая эту аналогию можно сказать, что величина 1/C ассоциируется с жесткостью пружины, а индуктивность L - с массой колеблющегося тела. Более того, потенциальная энергия заряженного конденсатора и сжатой пружины выражаются одинаковыми по виду формулами: $W_C=(1/C)*(q^2/2)$, $U=k*(x^2/2)$. Точно такая же аналогия имеется в формулах кинетической энергии движущейся массы и энергии магнитного поля катушки индуктивности: $T=mv^2/2$, $W_L=Li^2/2$.

- Решение колебательного уравнения хорошо известно - это функция синуса или косинуса времени. Для колебательного контура мы имеем:
  - $q=Q_m cos(\omega t+\theta)$ (24.2)
- Подставим это выражение в (24.1) и получим формулу для параметра ω:
- $\frac{1}{C} Q_m \cos(\omega t + \vartheta) - L\omega^2 Q_m \cos(\omega t + \vartheta) = 0 \quad \Rightarrow$ $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
- Названия параметров формулы колебательного движения, в применении к (24.2) следующие:
- $\omega t+\theta$ - фаза колебания *размерность* - рад
- ω - круговая частота колебания *размерность*- рад/с
- θ - начальная фаза колебания *размерность* - рад
- Q_m - амплитуда колебания *размерность* - Кл

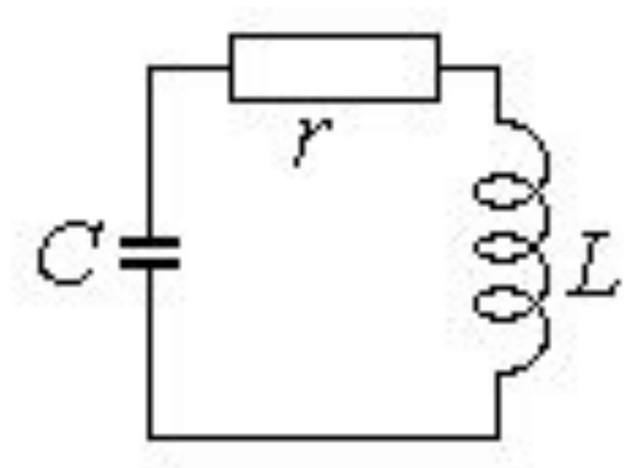
- Имея формулу для заряда конденсатора в колебательном контуре, легко получить выражение для тока в нем:
- $i=dq/dt=-Q\omega \sin(\omega t+\theta)=I_m \cos(\omega t+\theta+\pi/2)$ (24.3)
- Ток в контуре изменяется во времени также по косинусоидальному закону, но его фаза на π/2 превышает фазу изменения заряда конденсатора.
- На рисунке 24.1 показан график изменения во времени заряда и тока



q
i
q
+
−
−
+
$\frac{\pi}{2}$
$\frac{3\pi}{2}$
ωt
π
2π
i

- В начальный момент времени ($t=0$) заряд конденсатора максимален, а ток в цепи равен нулю. Вся энергия сосредоточена в конденсаторе в виде электрического поля между обкладками. Магнитное поле катушки равно нулю. По мере разрядки конденсатора ток в цепи увеличивается (по модулю), что ведет к возрастанию индукции поля в катушке и увеличению энергии магнитного поля. При $\omega t=\pi/2$ конденсатор полностью разряжен, а ток в цепи (по модулю) и энергия магнитного поля катушки достигают максимальной величины. Вся энергия оказалась передана из конденсатора в катушку. Далее ток в катушке уменьшается (по модулю) и возникающая при этом ЭДС самоиндукции поддерживает неизменным направление тока в контуре. Этот ток заряжает конденсатор но в полярности, противоположной начальной. К моменту времени $\omega t=\pi$ ток в катушке уменьшился до 0, а конденсатор оказался заряженным до первоначальной величины заряда, но в противоположной полярности. Энергия из катушки вновь вернулась в конденсатор. Далее весь процесс колебания повторяется для противоположных начальным полярности заряда конденсатора и направления тока в катушке

- Помимо круговой частоты колебаний - ω используются эквивалентные величины: частота ν=ω/2π и период колебаний T=1/ν=2π/ω.
- При отсутствии в колебательном контуре потерь энергии на сопротивлении проводов. Колебания будут продолжаться вечно без потери амплитуды. На практике такая ситуация нево-
- зможна. Добавив в цепь сопро-
- тивление r, получим колебатель-
- ный контур с потерями энергии.
- Уравнение для напряжений на
- его элементах будет иметь следующий вид: $u_c+u_r+u_L=0$. Величина u_r определится законом Ома и вместо (24.1) мы получим следующее уравнение



$$\frac{q}{C} + r\frac{dq}{dt} + L\frac{d^2q}{dt^2} = 0 \qquad (24.4)$$

Вновь по аналогии с механическими колебаниями при наличии трения мы будем искать решение этого уравнения в виде

$$q=Q_m e^{-\beta t}\cos(\omega t+\theta) \qquad (24.5)$$

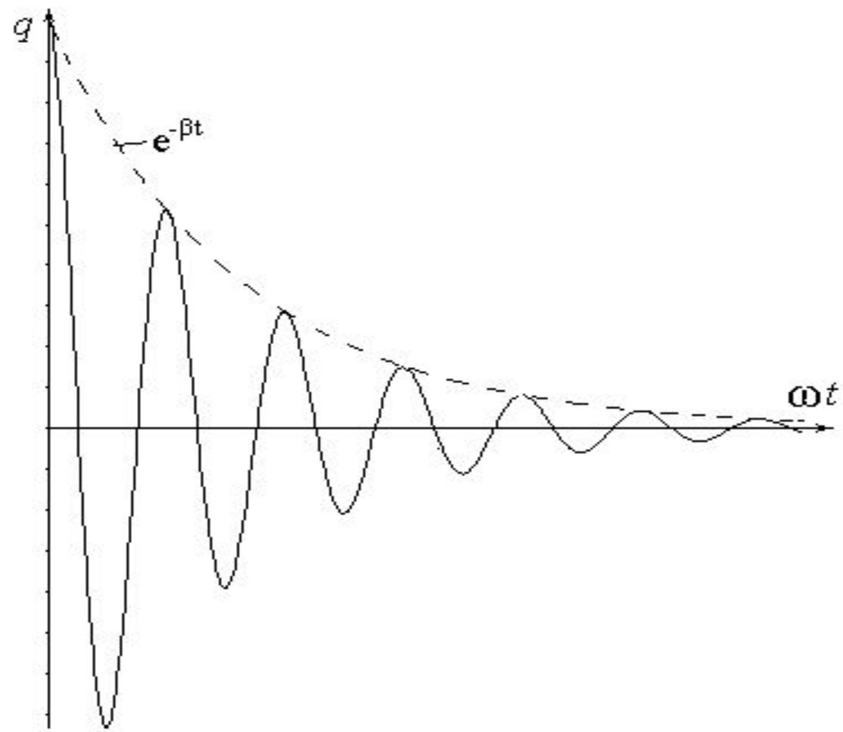
Подставим это выражение в (24.4) и после группировки синусов и косинусов получим:

$$Q_m e^{-\beta t}\cos(\omega t+\vartheta) * \left(\frac{1}{C} - r\beta + L\beta^2 - \omega^2\right) + \omega Q_m \sin(\omega t+\vartheta) * (2\beta L - r) = 0$$

Для выполнения этого равенства в любой момент времени необходимо, чтобы коэффициенты при cos и sin были равны нулю. Это условие определяет два неизвестных параметра - β и ω:

$$\beta = \frac{r}{2L}; \qquad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{r^2}{4L^2}}$$

•График изменения во времени заряда - q показан на рисунке 24.4 Это график затухающих колебаний. Уменьшение амплитуды колебаний со временем определяется множителем $e^{-\beta t}$ в формуле для заряда. Величина β носит название постоянной затухания. Более популярной величиной является добротность колебательного контура - Q, которая выражает отношение энергии, имеющейся в контуре - W, к энергии, теряемой им за один период - ΔW.



- Энергия в контуре $$W = \frac{q_m^2 e^{-2\beta t}}{2C}$$

- Энергия, теряемая за один период

$$\Delta W = \frac{q_m^2 e^{-2\beta t}}{2C} - \frac{q_m^2 e^{-2\beta(t+T)}}{2C}$$

- Добротность

$$Q = 2\pi \frac{W}{\Delta W} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\beta T}} \approx \frac{2\pi}{2\beta T} = \frac{\omega L}{r}$$

- При отсутствии потерь энергии в контуре r=0 добротность Q=∞. Колебания не затухают. Чем больше потери, тем меньше Q, тем быстрее затухание колебаний.

Пяитиминутка

- Колебательный контур составлен из катушки индуктивности L=1 мГн и конденсатора C=10000пФ. Добротность контура Q=100. Определить сопротивление потерь контура, и циклическую частоту собственных колебаний