а). Решите уравнение $\sqrt{2}\sin^2\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=-\cos x$

б). Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{}\right.$

$$\sqrt{2}\cos^2 x+\cos x=0$$

$$\cos x\left(\sqrt{2}\cos x+1\right)=0$$

$$\cos x=0 \qquad \sqrt{2}\cos x+1=0$$

$$x=\frac{\pi}{2}+\pi n$$

$$\cos x=-\frac{1}{\sqrt{2}}=-\frac{1\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x=\pm\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+2\pi n$$

$$x=\pm\frac{3\pi}{4}+2\pi n;\quad x=\frac{3\pi}{4}+2\pi n;\quad -\frac{3\pi}{4}+2\pi n$$

Применим формулу приведения:
Название «**синус**» изменится на «**косинус**», т.к.

$$\sin^2\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=\cos^2 x$$

О четверти и о знаке не думаем, т.к. синус в квадрате.

$$\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\pi-\arccos\frac{\sqrt{2}}{2}=\pi-\frac{\pi}{4}=\frac{3\pi}{4}$$

Нам будет удобно записать решение в виде **двух множеств**, т.к. аналитическая запись ответа

в виде:

неудобна для решения двойного неравенства.

Отбор корней с помощью решения неравенств

б). Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$

n=-1

n=-3

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n$$

$$-\frac{5\pi}{2} \le \quad \le -\pi \;\Big/ :\pi$$

$$-\frac{5}{2} \le \frac{1}{2} + n \le -1 \;\Big/ -\frac{1}{2}$$

$$-3 \le n \le -1\frac{1}{2}$$

$$n = -2, \; x = -\frac{3\pi}{2}$$

$$n = -3, \; x = -\frac{5\pi}{2}$$

$$x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n$$

$$-\frac{5\pi}{2} \le \quad \le -\pi \;\Big/ :\pi$$

$$-\frac{5}{2} \le -\frac{3}{4} + 2n \le -1 \;\Big/ +\frac{3}{4}$$

$$-\frac{7}{4} \le 2n \le -\frac{1}{4} \;\Big/ :2$$

$$-\frac{7}{8} \le n \le -\frac{1}{8}$$

$$n \in Z$$

нет значений

$$x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n$$

$$-\frac{5\pi}{2} \le \quad \le -\pi \;\Big/ :\pi$$

$$-\frac{5}{2} \le \frac{3}{4} + 2n \le -1 \;\Big/ -\frac{3}{4}$$

$$-\frac{13}{4} \le 2n \le -1\frac{3}{4} \;\Big/ :2$$

$$-\frac{13}{8} \le n \le -\frac{7}{8}$$

$$n = -1, \; x = -\frac{5\pi}{4}$$

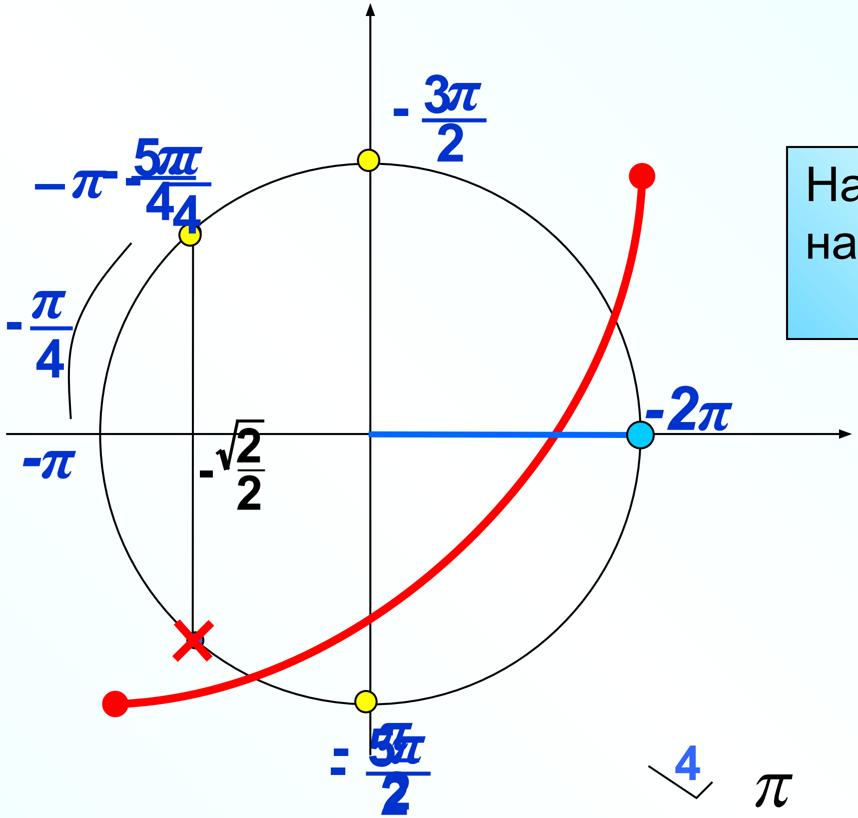
б). Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

Отбор корней с помощью числовой окружности.

$$\left[-\frac{5\pi}{2};\ -\pi\right]$$

$$\cos x = 0$$

$$\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$



Найдем этот промежуток на единичной окружности

$$-\pi-\frac{\pi}{4}=-\frac{4\pi}{4}-\frac{\pi}{4}=-\frac{5\pi}{4}.$$

$$Ответ:\ -\frac{5\pi}{2};\ -\frac{3\pi}{2};\ -\frac{5\pi}{4}.$$