элементы геометрии

Окружающие нас предметы обладают разнообразными свойствами, которые изучаются различными науками

стальной шар

Химия	***Физика***	***Геометрия***
сколько железа, углерода и других элементов содержится в этом сплаве	с какой силой шар давит на опору, при какой температуре он плавится	**форма** и **размеры** предметов

«*Геометрия*» с греч. γεωμετρια - «***землемерие***»

(**«γεω »**– земля, **«μετρια »** – измеряю)

Геометрия возникла в Древнем Египте 5-6 тыс. лет назад как прикладная наука, как собрание правил, необходимых для решения практических задач

Основные достижения в области математики были систематизированы **в 3 в. до н.э.** греческим ученым **Евклидом** и изложены в его знаменитом труде **«Начала»**, состоящем из 13 книг.

геометрия

планиметрия

стереометрия

плоские фигуры

неплоские фигуры

геометрическая фигура -
это любое множество точек
(конечное или бесконечное)

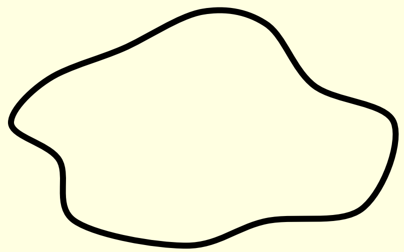
Фигура – латинское слово, означающее *образ*, *вид*, *начертание*. Этот термин вошел в общее употребление, начиная с XII в. До этого, наряду с ним, употреблялось для того же понятия и другое латинское слово – «**форма**» - также означающее *наружный вид*, *внешнее очертание* предметов.

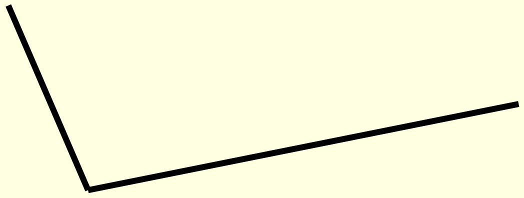
Планиметрия – лат.***planum*** - плоскость, греч. **μετρεω** - измеряю.

Стереометрия – греч. **στερεοζ** - пространственный, **μετρεω** - измеряю.

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ФИГУРЫ НА ПЛОСКОСТИ

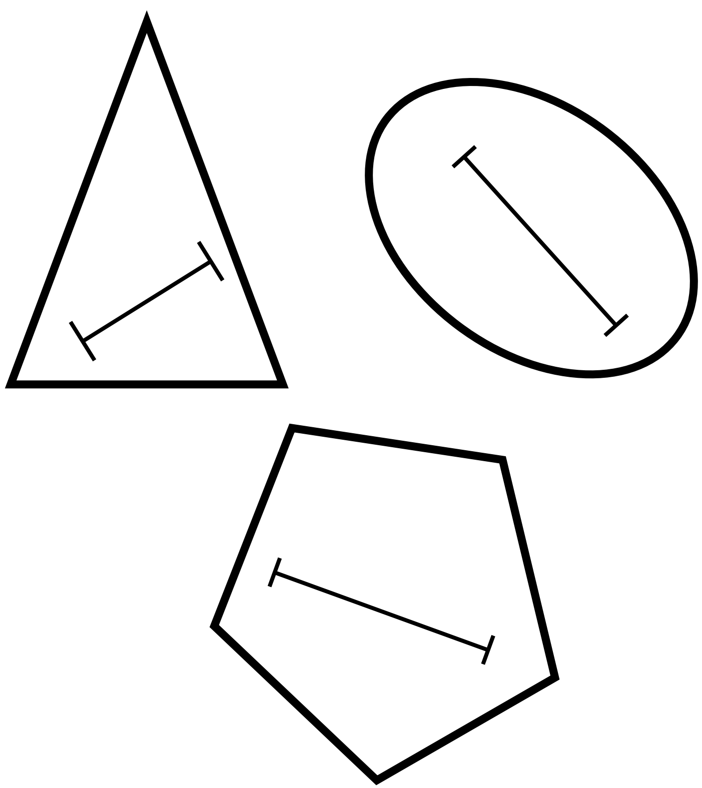
ограниченные	**неограниченные**
многоугольник отрезок окружность круг и др.	угол прямая полуплоскость луч и др.



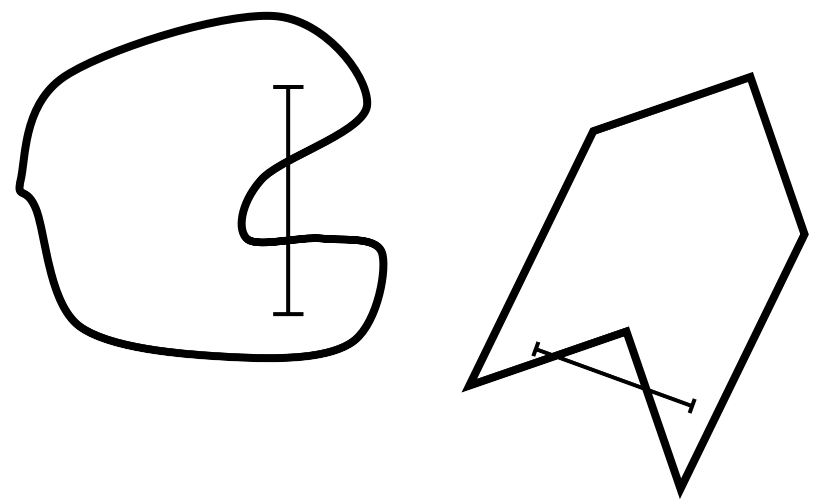


ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ФИГУРЫ НА ПЛОСКОСТИ

выпуклые



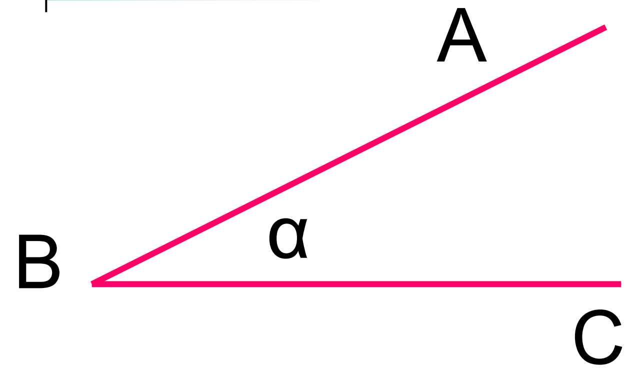
невыпуклые



Отрезок

Луч

Угол



∠B, ∠ABC, ∠ α

развернутый

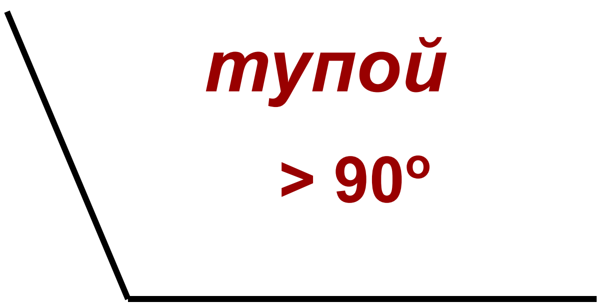
180°

прямой

90°

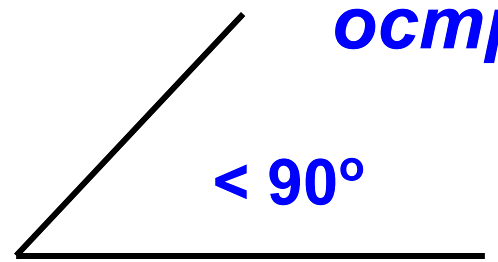
тупой

> 90°



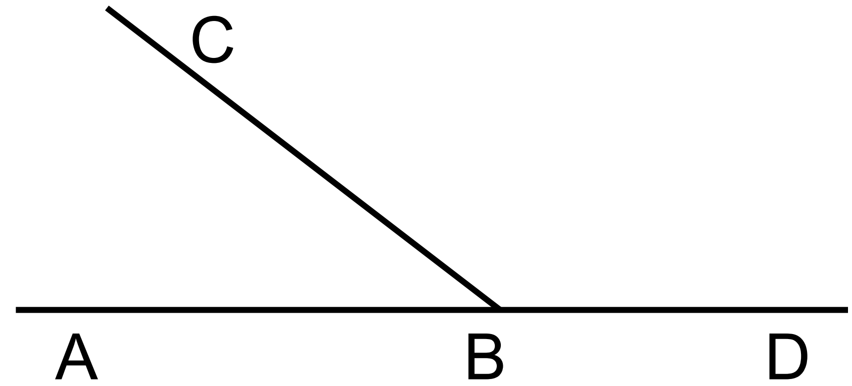
острый

< 90°



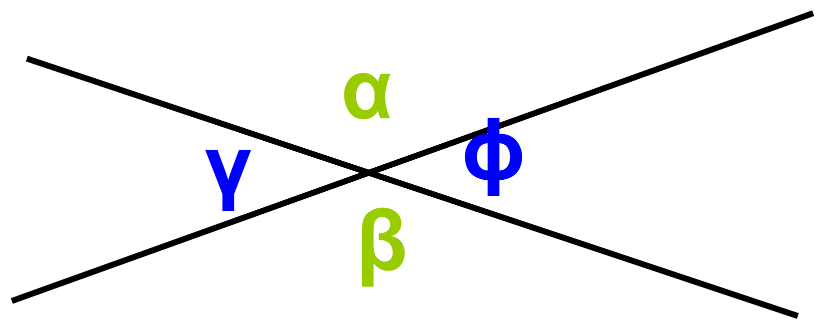
Смежные углы

∠ ABC + ∠ CBD = 180°



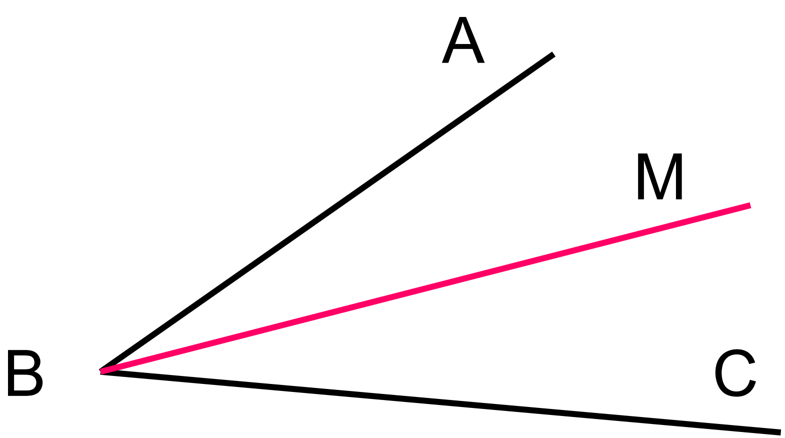
Вертикальные углы

∠α = ∠β, ∠γ = ∠φ



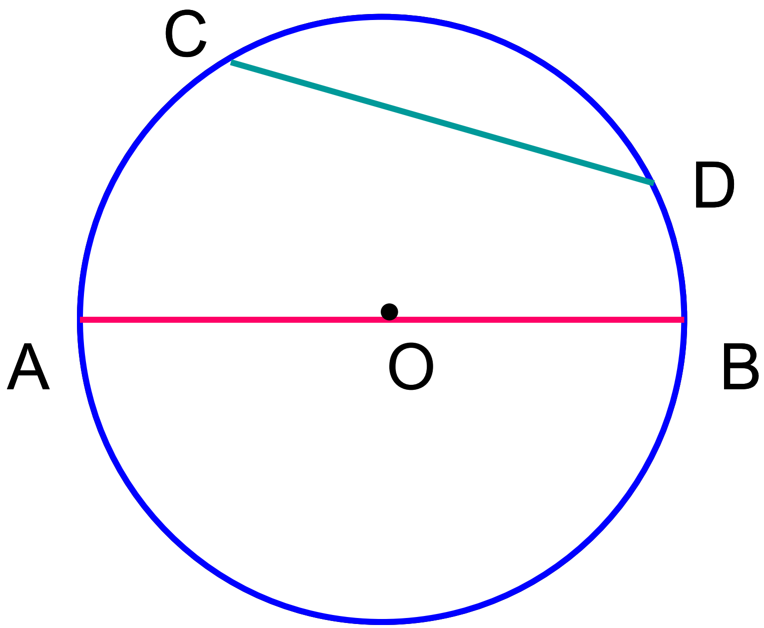
Биссектриса угла

∠ ABM = ∠ MBC



Окружность

Круг



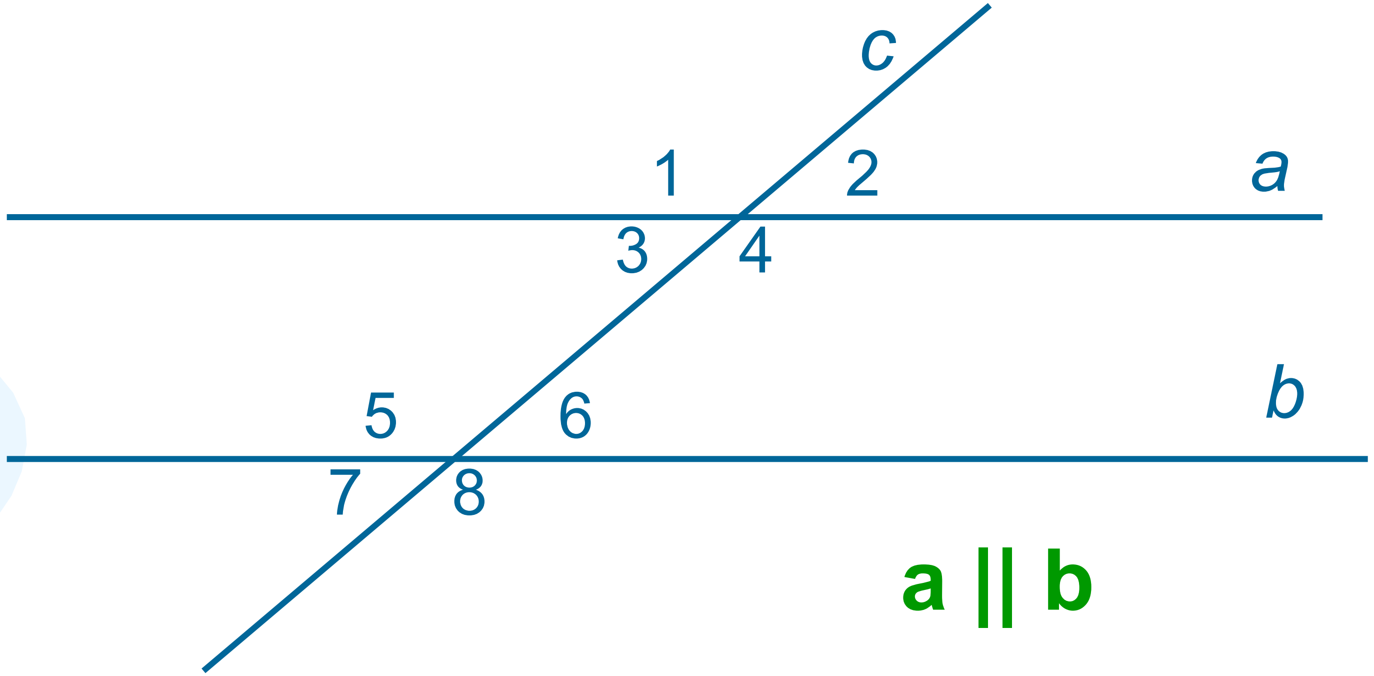
O – центр

OB – радиус

AB – диаметр

CD - хорда

Параллельные прямые

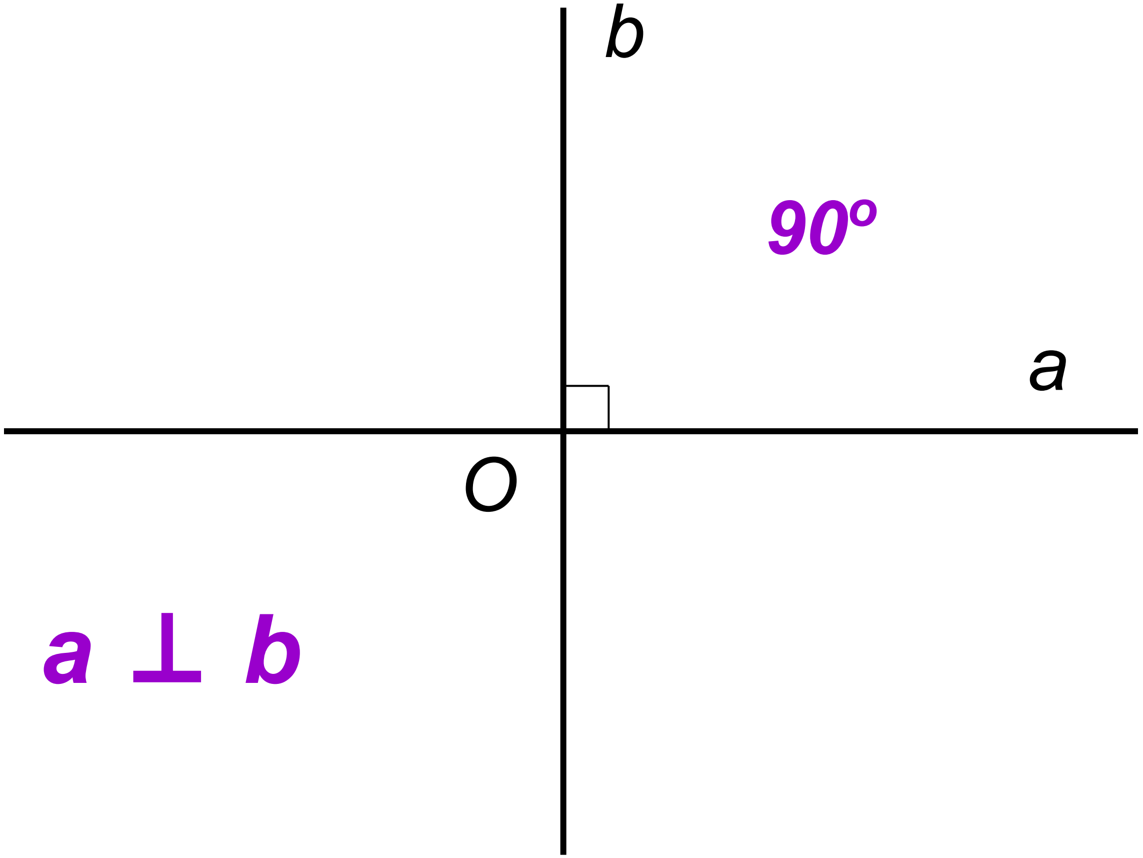


Углы 3 и 6, 4 и 5 – *накрест лежащие*

4 и 6, 3 и 5 – *односторонние*

1 и 5, 2 и 6, 3 и 7, 4 и 8 - *соответственные*

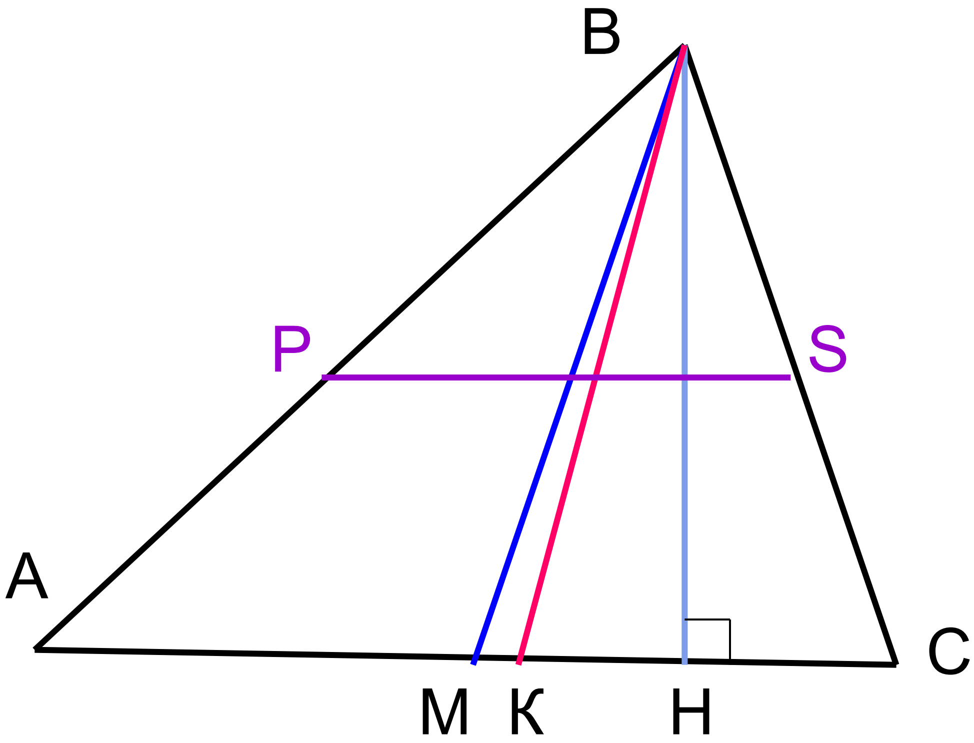
Перпендикулярные прямые



$a \perp b$

Многоугольники

Треугольник



BM – медиана

BK – биссектриса

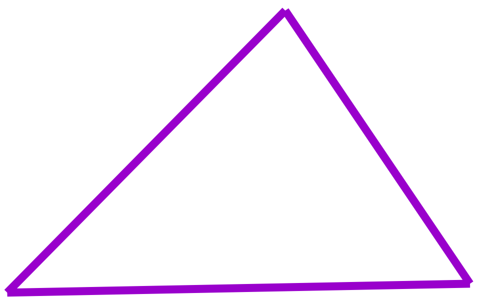
BH – высота

PS – средняя линия

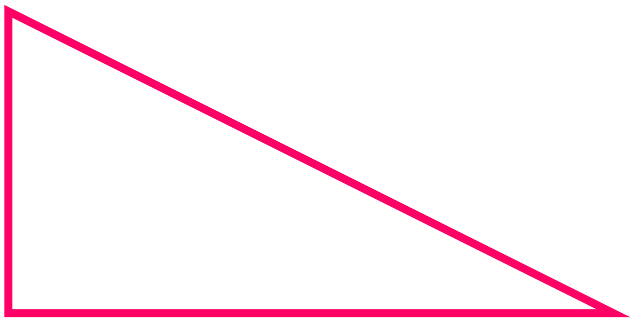
$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^{o}$$

Виды треугольников

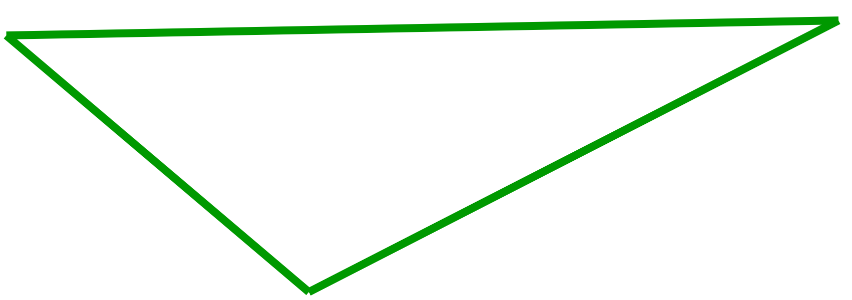
остроугольные



прямоугольные

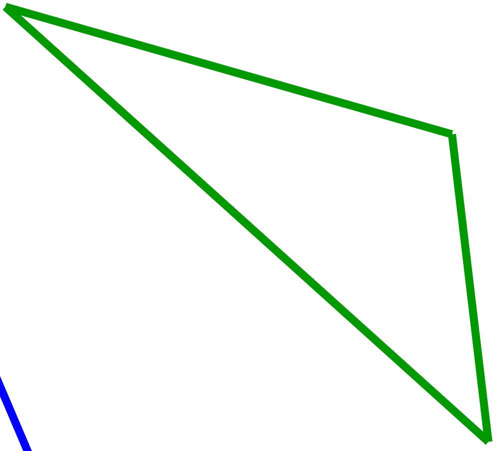


тупоугольные

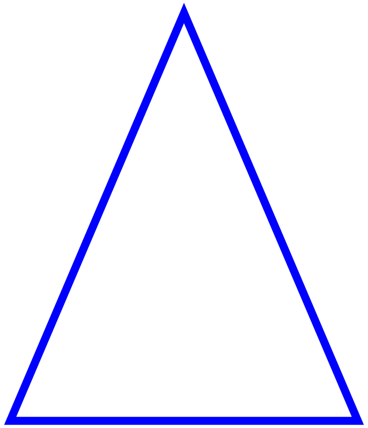


Виды треугольников

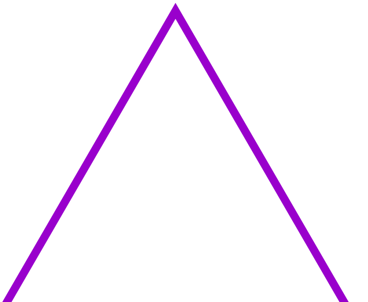
разносторонние



равнобедренные



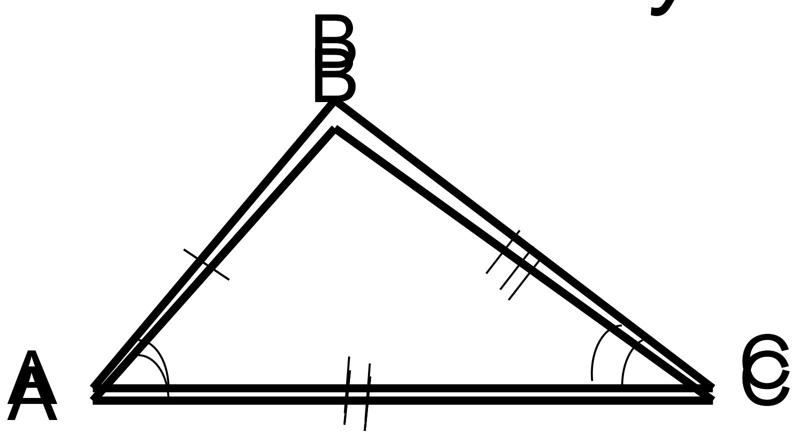
равносторонние

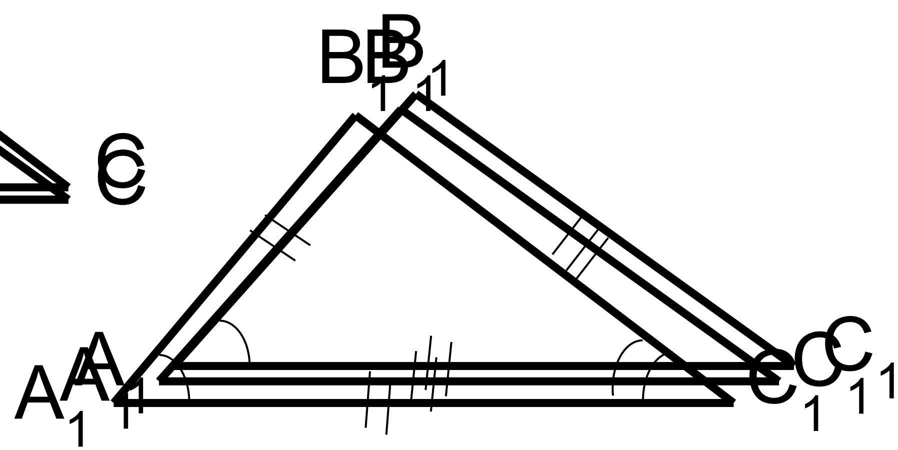


Признаки равенства треугольников

по стороне и двум прилежащим к ней углам

по двум сторонам и углу между ними



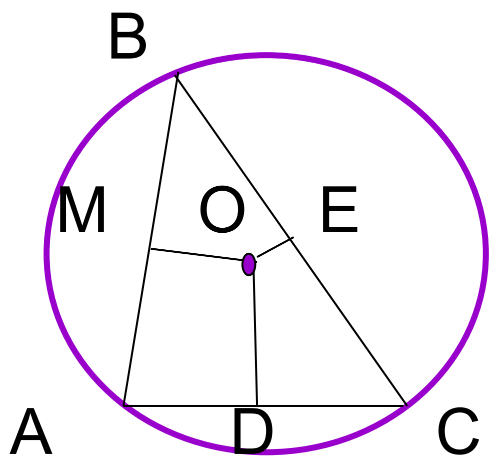


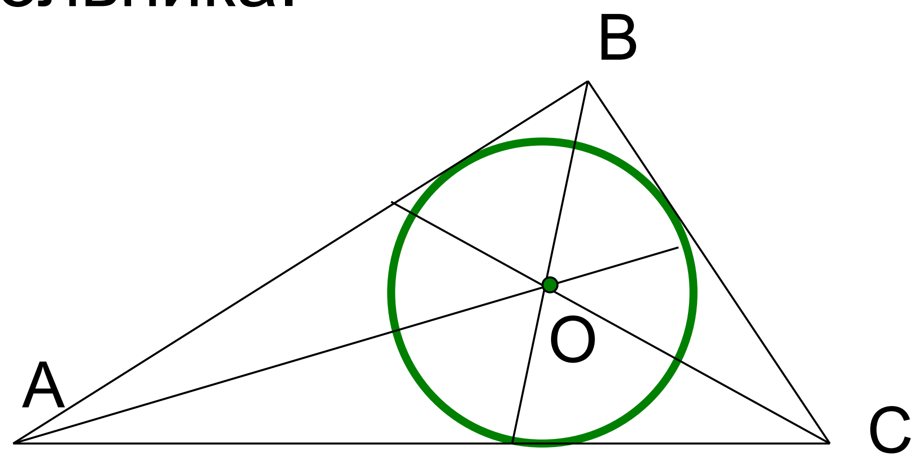
Признаки равенства прямоугольных треугольников

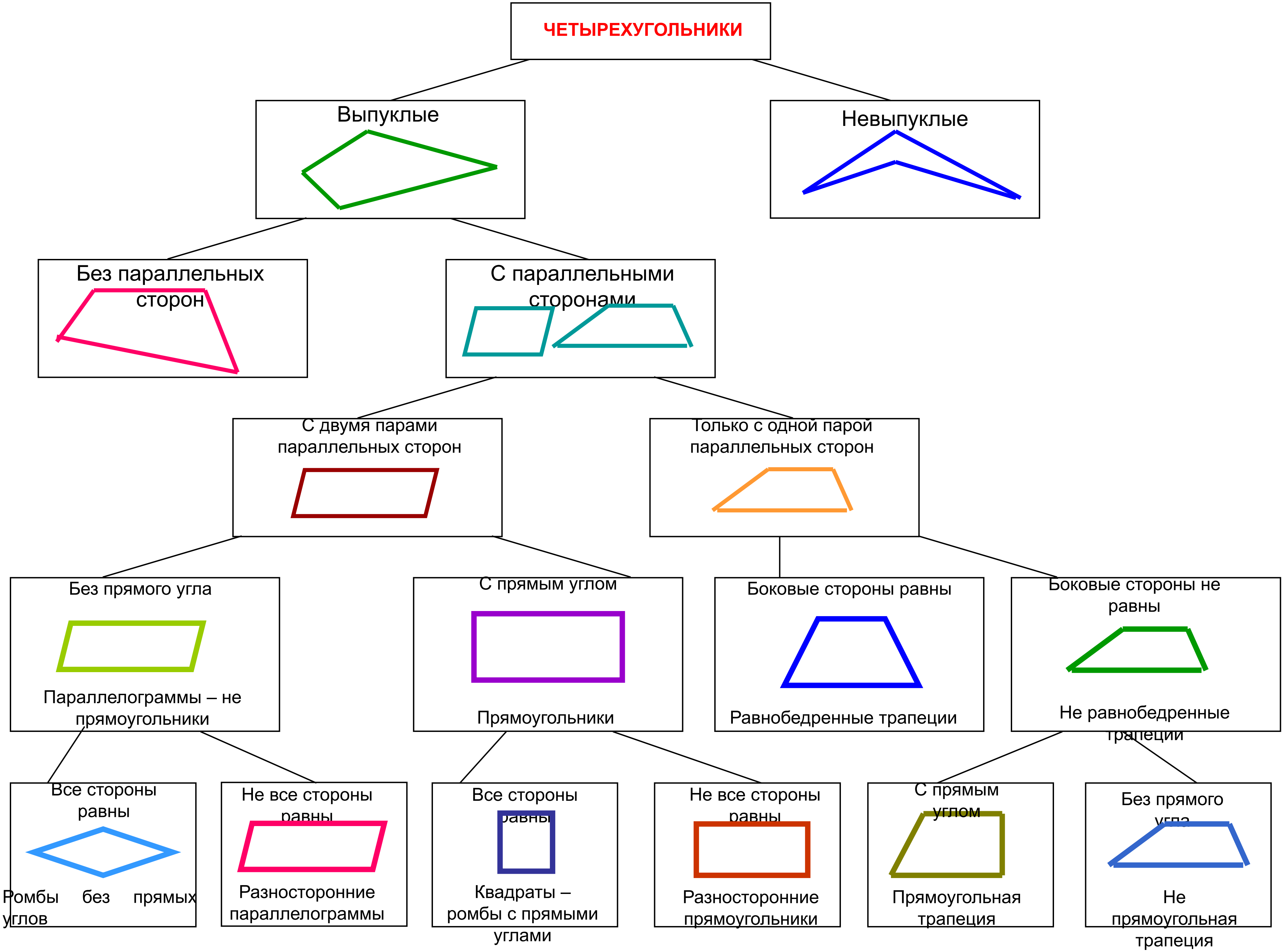
- по гипотенузе и острому углу;
- по гипотенузе и катету;
- по катету и противолежащему углу.

Окружность называется ***описанной*** около треугольника, если она проходит через все его вершины. Центр описанной окружности - точка пересечения *серединных перпендикуляров* к сторонам треугольника.

Окружность называется ***вписанной*** в треугольник, если она касается его сторон. Центр вписанной окружности - точка пересечения *биссектрис* треугольника.

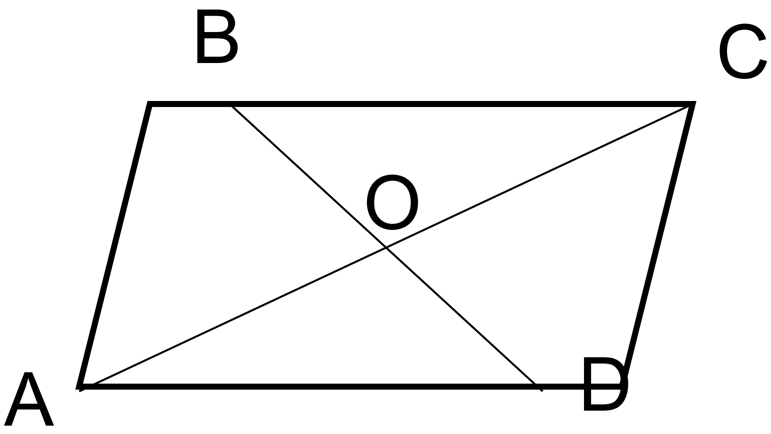





ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ
Выпуклые
Невыпуклые
Без параллельных сторон
С параллельными сторонами
С двумя парами параллельных сторон
Только с одной парой параллельных сторон
Без прямого угла
Параллелограммы – не прямоугольники
С прямым углом
Прямоугольники
Боковые стороны равны
Равнобедренные трапеции
Боковые стороны не равны
Не равнобедренные трапеции
Все стороны равны
Ромбы без прямых углов
Не все стороны равны
Разносторонние параллелограммы
Все стороны равны
Квадраты – ромбы с прямыми углами
Не все стороны равны
Разносторонние прямоугольники
С прямым углом
Прямоугольная трапеция
Без прямого угла
Не прямоугольная трапеция

Параллелограмм

Параллельный – греч. **παραλληλοζ** - рядом идущий

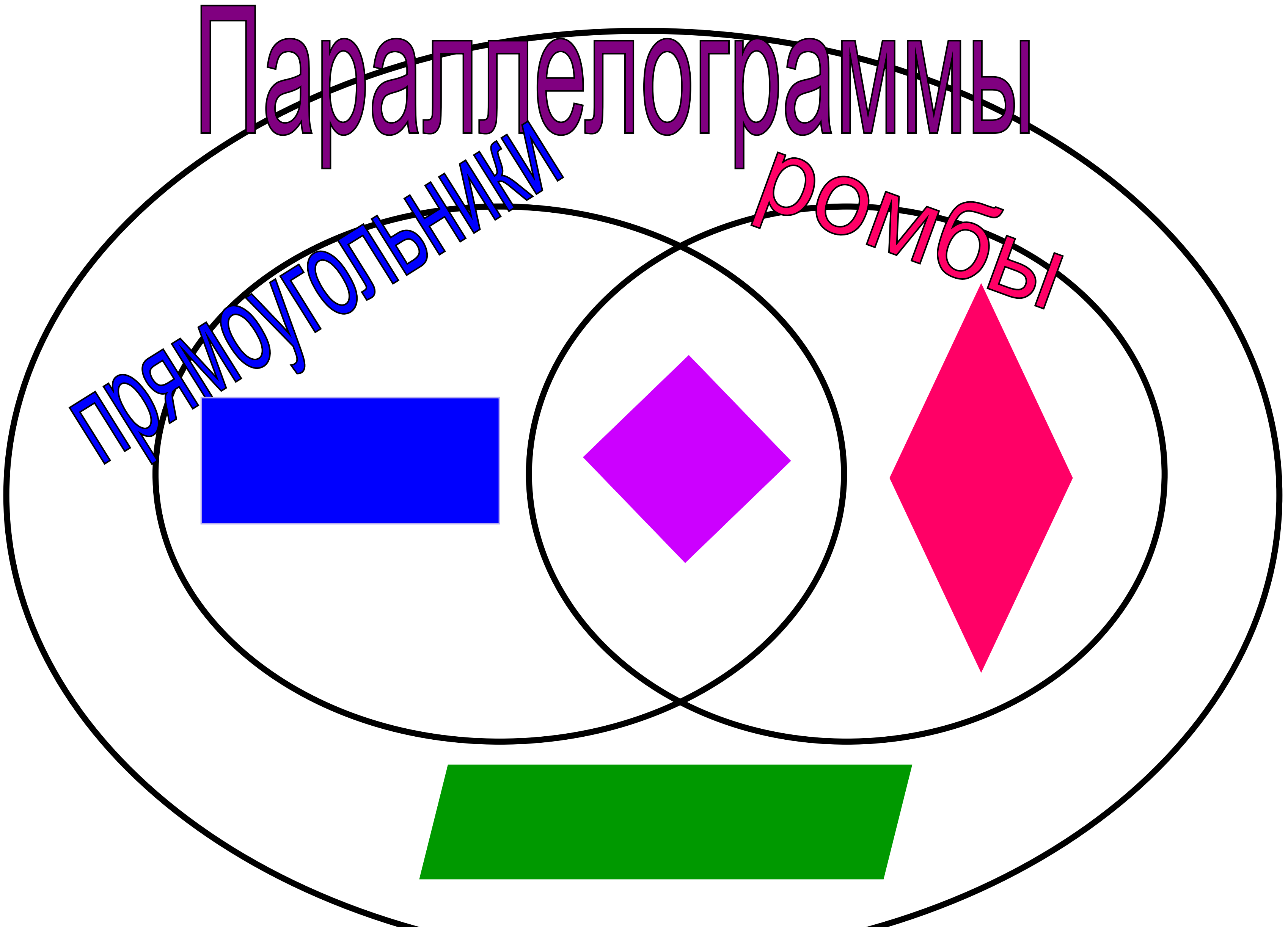


ABCD – параллелограмм

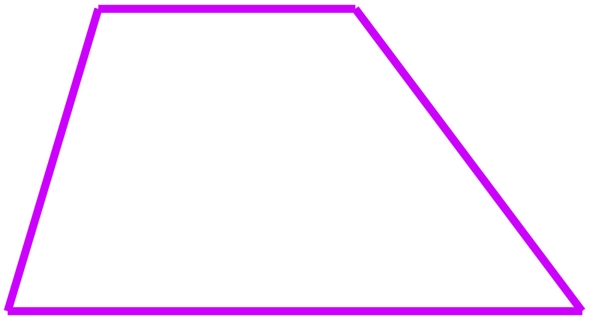
свойства →

← **признаки**

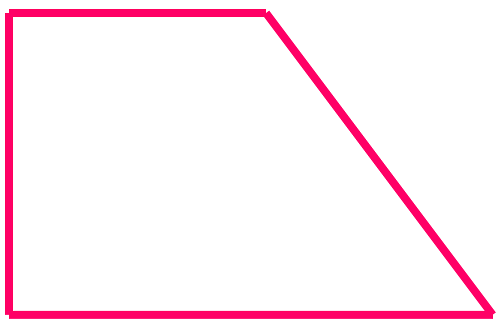
- противолежащие стороны попарно равны
- противоположные углы попарно равны
- две противоположные стороны равны и параллельны
- диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам


Параллелограммы
прямоугольники
ромбы

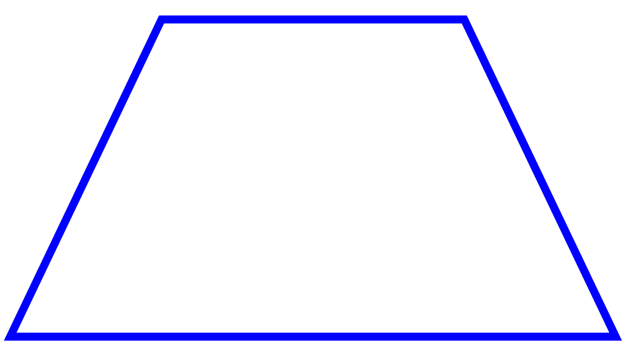
Трапеция



- неравнобедренная
  непрямоугольная



- неравнобедренная
  прямоугольная

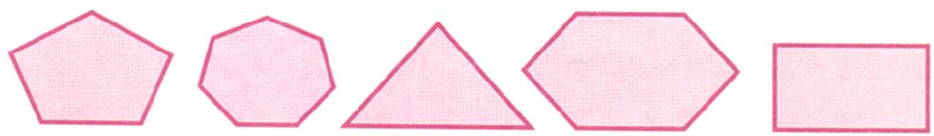


- равнобедренная

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ФИГУРЫ

ПЛОСКИЕ

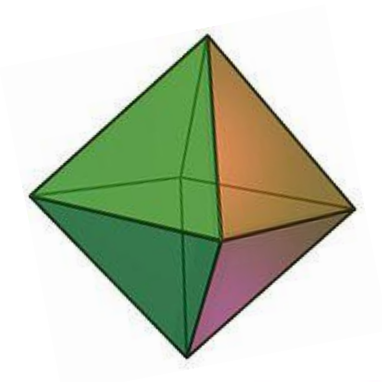
МНОГОУГОЛЬНИКИ

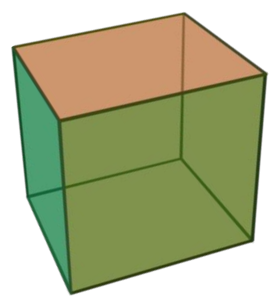


ОБЪЁМНЫЕ

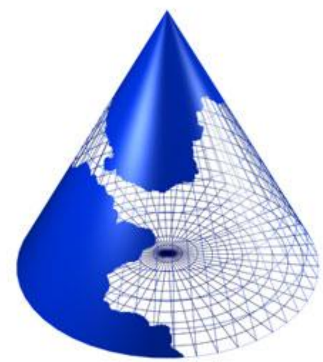
Пространственные геометрические фигуры

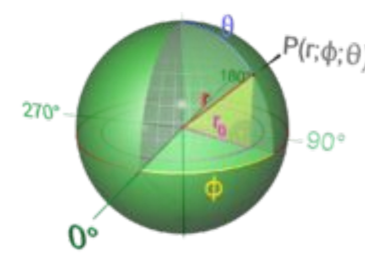
многогранники

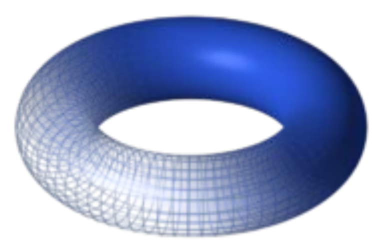




тела вращения

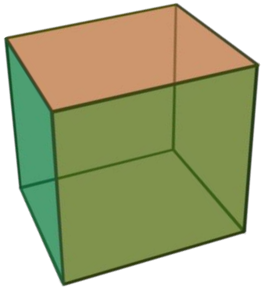






Многогранники

Многогранник – это ограниченное тело, поверхность которого состоит из конечного числа многоугольников



выпуклый

невыпуклый

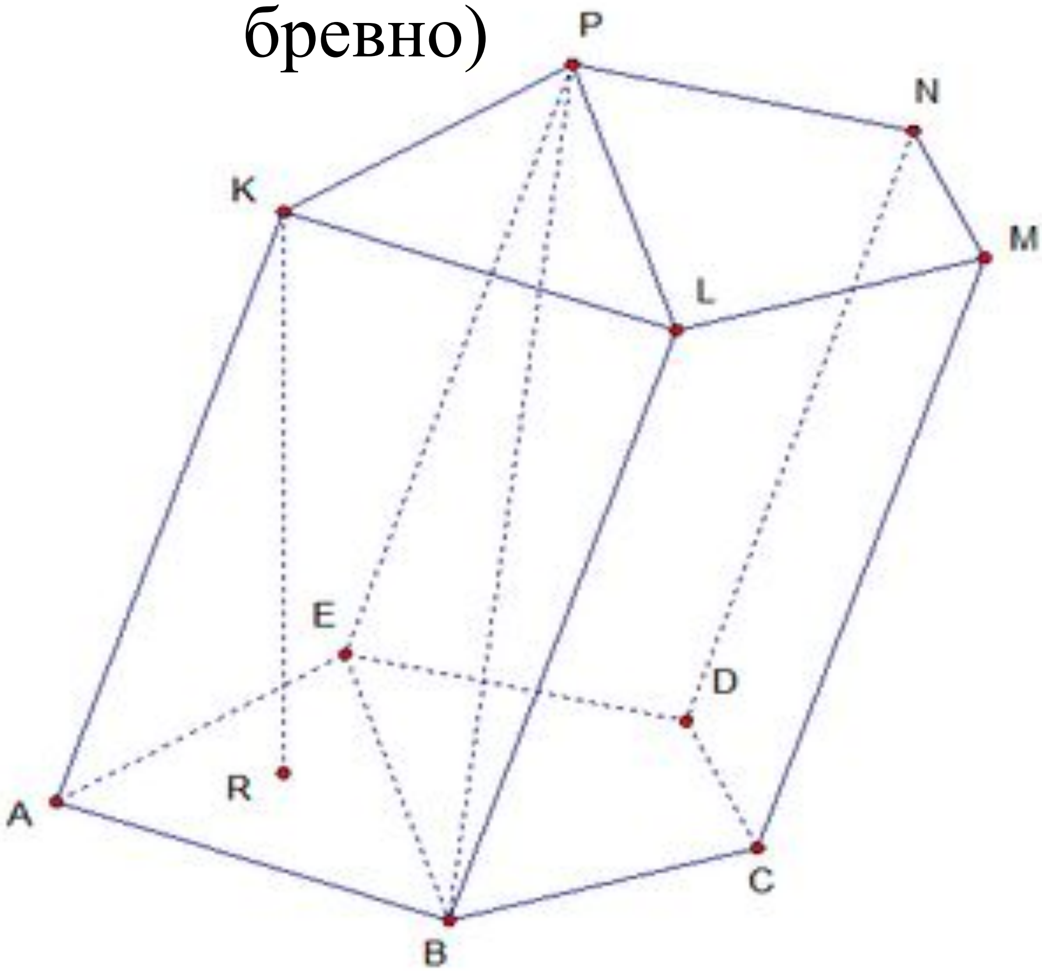
Грани

Ребра

Вершины

Призма

греч. ***πρίσμα*** - *опиленная* (имелось в виду опиленное бревно)



Г: ***Основания***
(2 многоугольника)

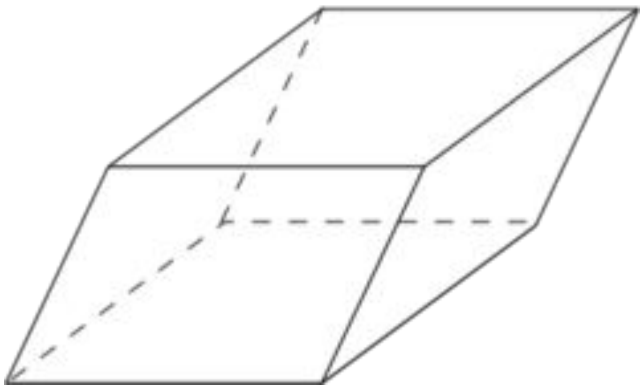
Боковые грани
(параллелограммы)

Р: Стороны оснований и боковые ребра

Высота

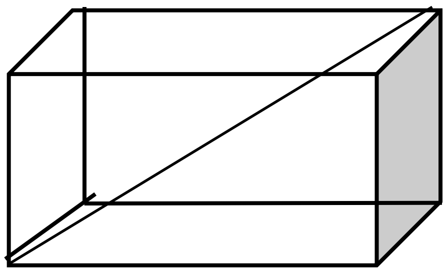
Прямая и наклонная

Правильная



Параллелепипед

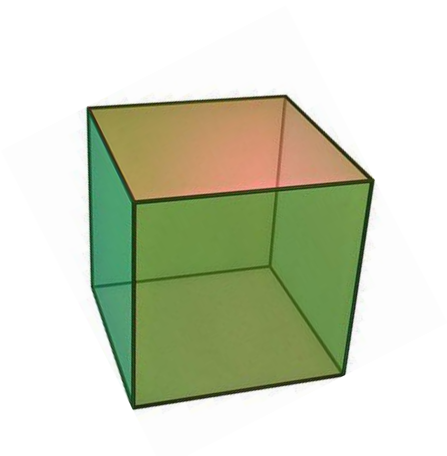
греч. **παράλλος** — *параллельный* (рядом идущий) и **επιπεδον** — *плоскость*)



Прямоугольный параллелепипед

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2,$$

где d – диагональ, a, b и c - ребра

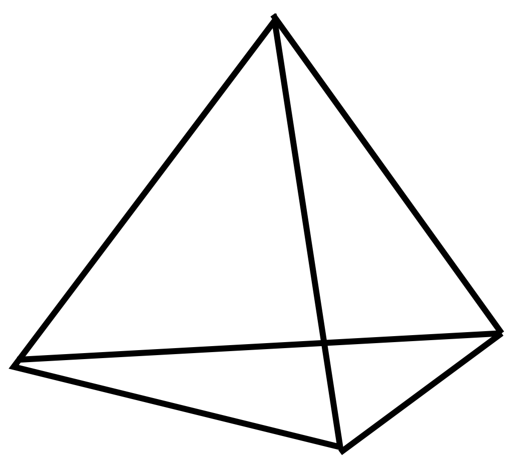


Куб или **гексаэдр**

Пирамида

греч. πυραμίς – название египетских пирамид (египет. «*пурама*»)

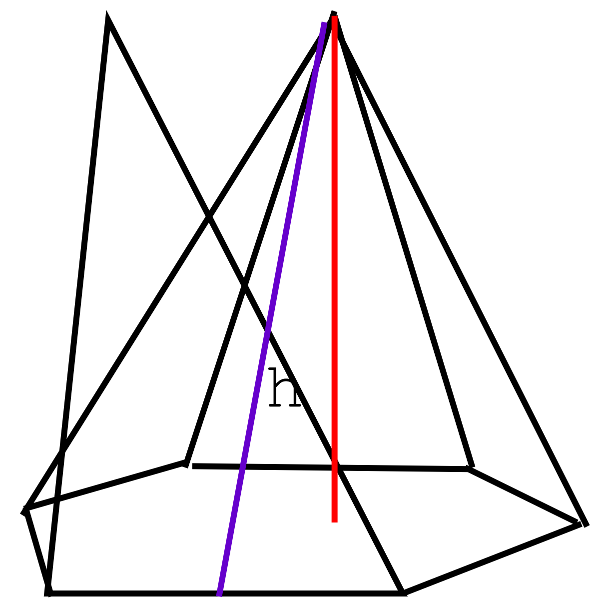
Тетраэдр



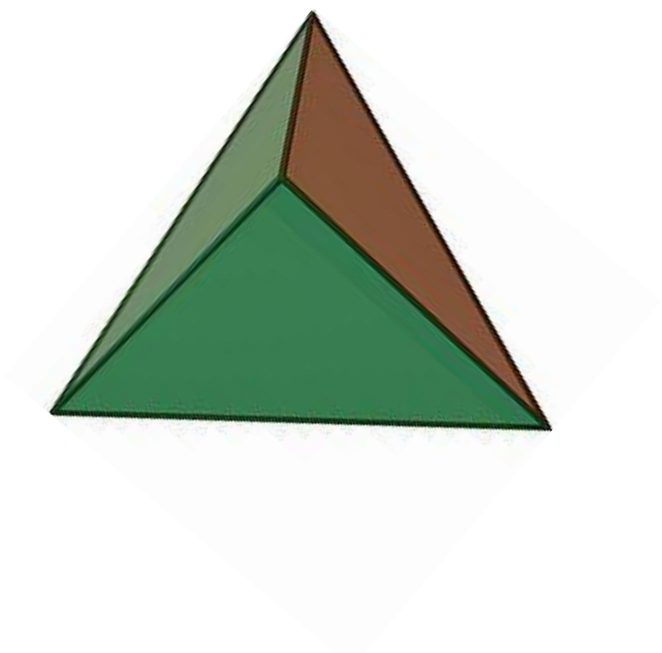
Правильная

Высота

Апофема



Правильные многогранники



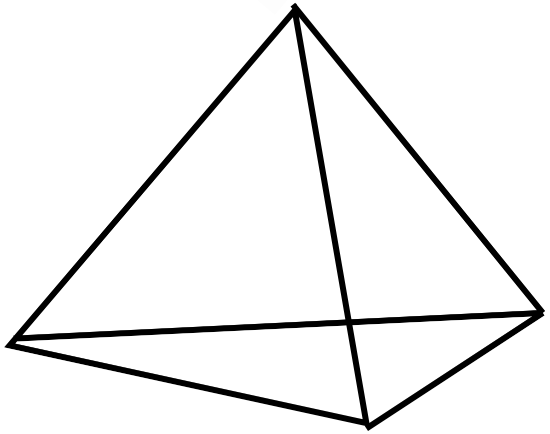
Тетраэдр –

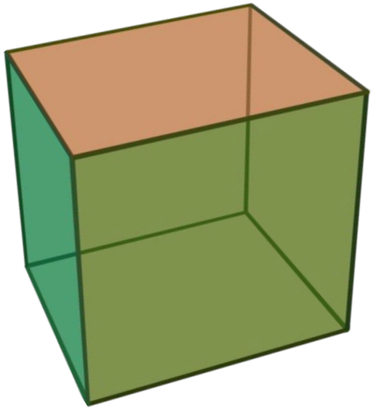
греч. **τετρα** - четыре, **εδρα** - грань

Вершин – 4

Граней – 4

Ребер - 6



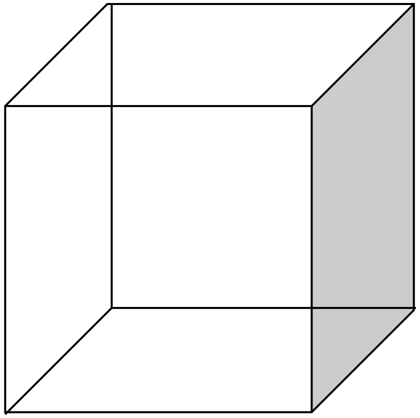


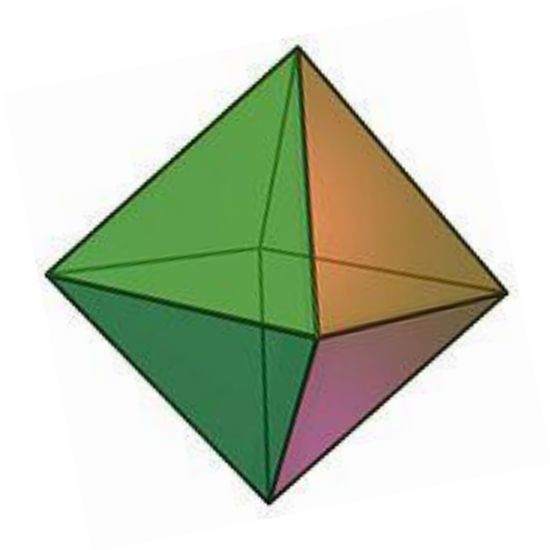
Куб (гексаэдр) – игральная кость

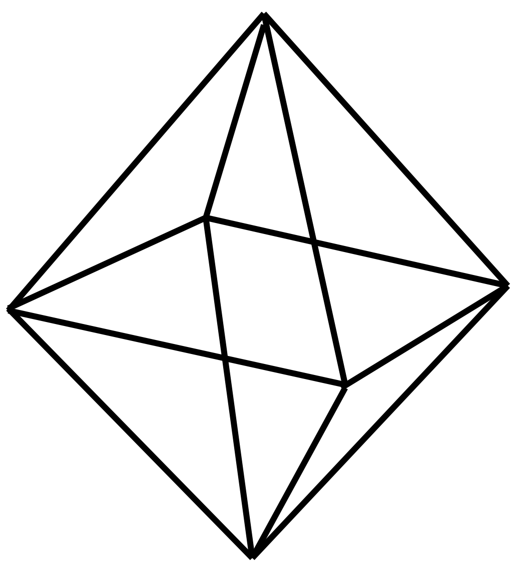
Вершин – 8

Граней – 6

Ребер - 12







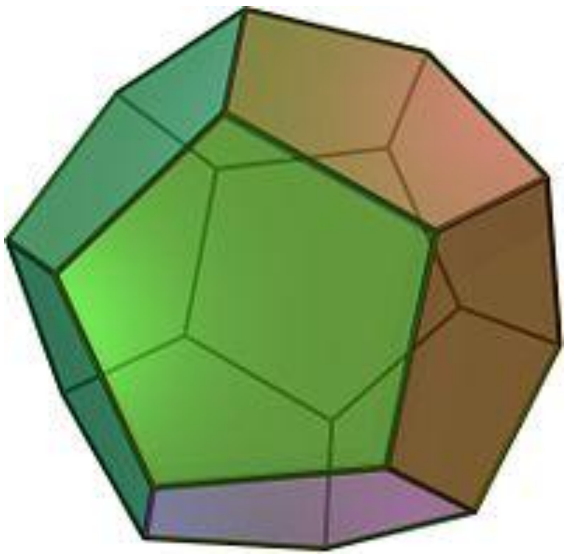
Октаэдр –

греч. – восьмигранник (**οχτω** - восемь, **εδρα** - грань)

Вершин – 6

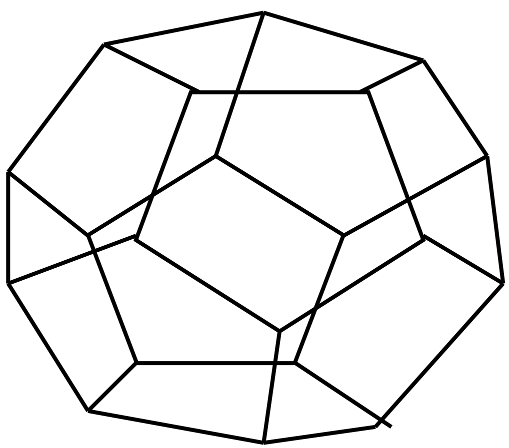
Граней – 8

Ребер - 12



Додекаэдр –

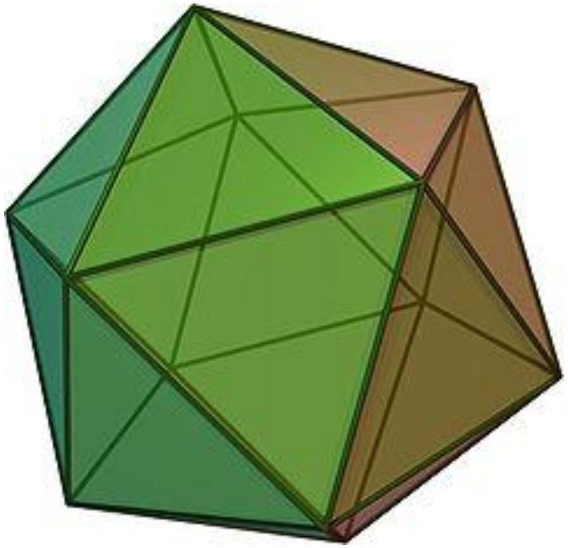
греч. – двенадцатигранник (греч. δώδεκα - двенадцать, εδρον - грань)



Вершин – 20

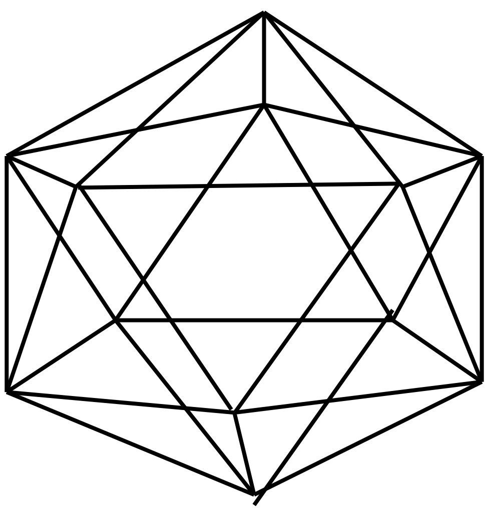
Граней – 12

Ребер - 30



Икосаэдр –

греч. – двадцатигранник (греч. ***εικοσάς***, - двадцать, ***εδρον*** - грань)



Вершин – 12

Граней – 20

Ребер - 30

Теорема Эйлера. Для любого выпуклого многогранника справедлива формула **В + Г – Р = 2**, где **В** – число вершин, **Г** – число граней, **Р** – число ребер.

Многогранник	**В**	**Г**	**Р**
Тетраэдр	4	4	6
Куб	8	6	12
Октаэдр	6	8	12
Додекаэдр	20	12	30
Икосаэдр	12	20	30

Звездчатые многогранники

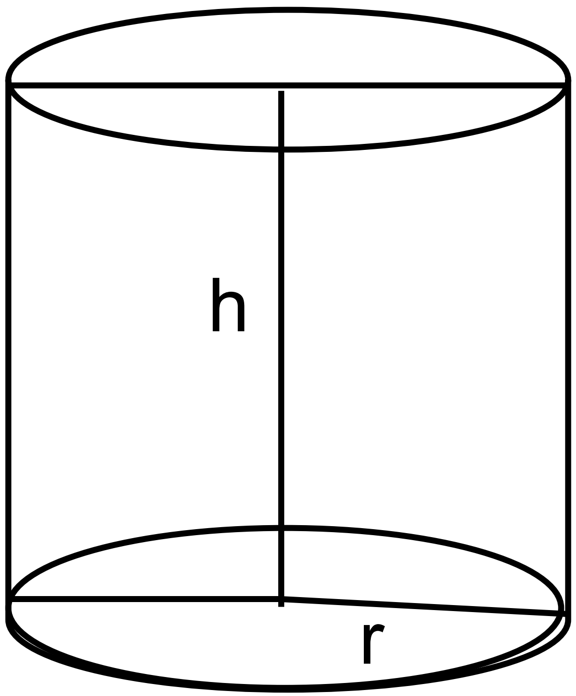





Тела вращения

Цилиндр

греч. **κυλινδρος** (лат. ***cylindrus***) - валик, каток



Основания

Образующие

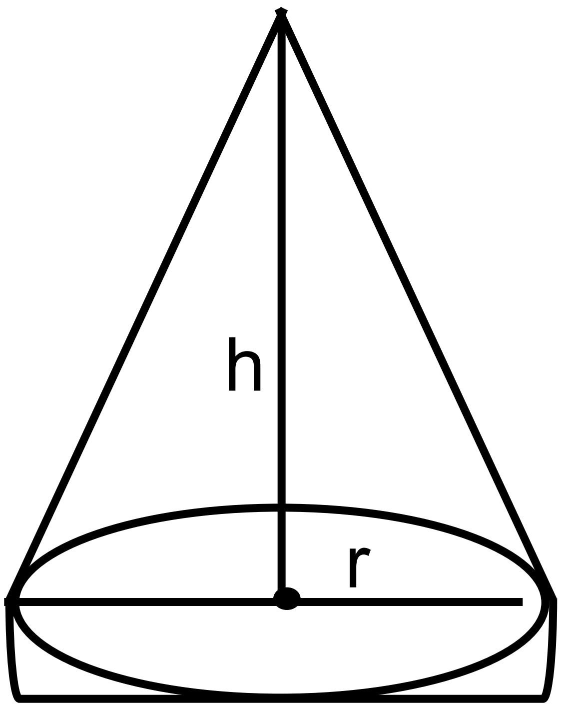
Радиус

Высота

Ось, осевое сечение

Конус

греч. **χωνος** – сосновая шишка, остроконечная верхушка шлема

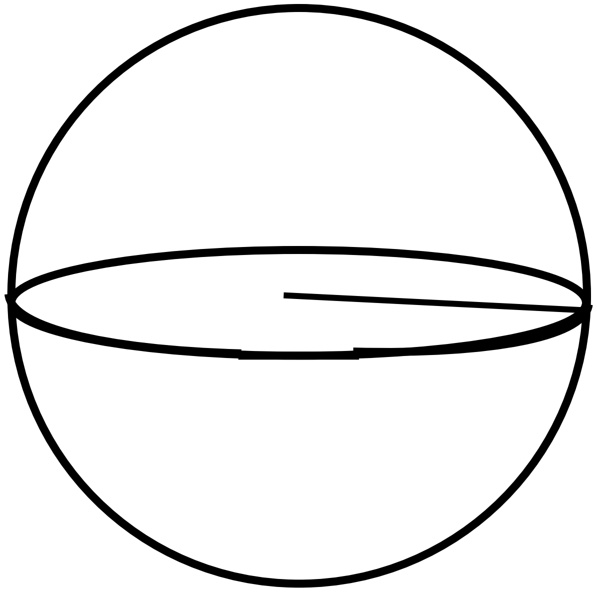


Основание

Вершина

Образующие

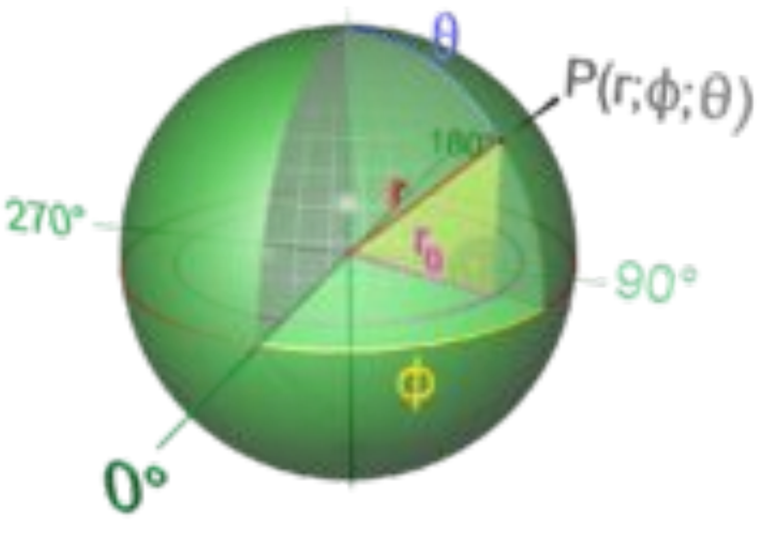
Радиус



Сфера

греч. **σφαίρα** – мяч

Шар



Центр

Радиус

Диаметр

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФИГУР

Понятие геометрического преобразования

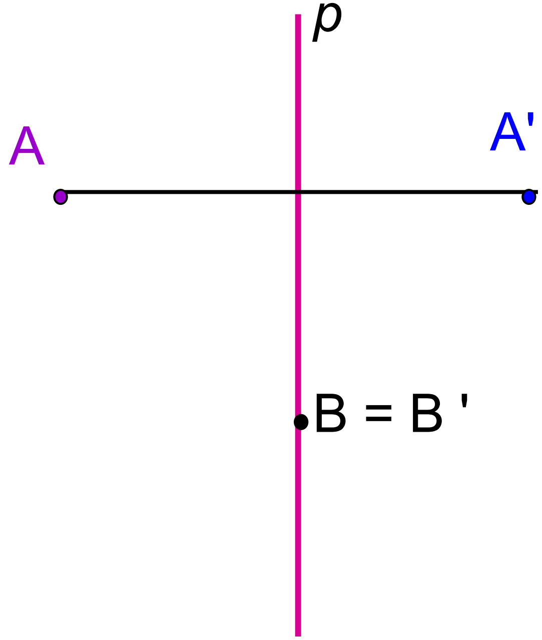
Пусть задана некоторая фигура F и каждой точке фигуры F поставлена в соответствие единственная точка плоскости. Множество точек, сопоставленных точкам фигуры F, является некоторой фигурой F'. Говорят, что фигура F' получена преобразованием фигуры F.

F' - *образ* фигуры F

F – *прообраз* фигуры F'.

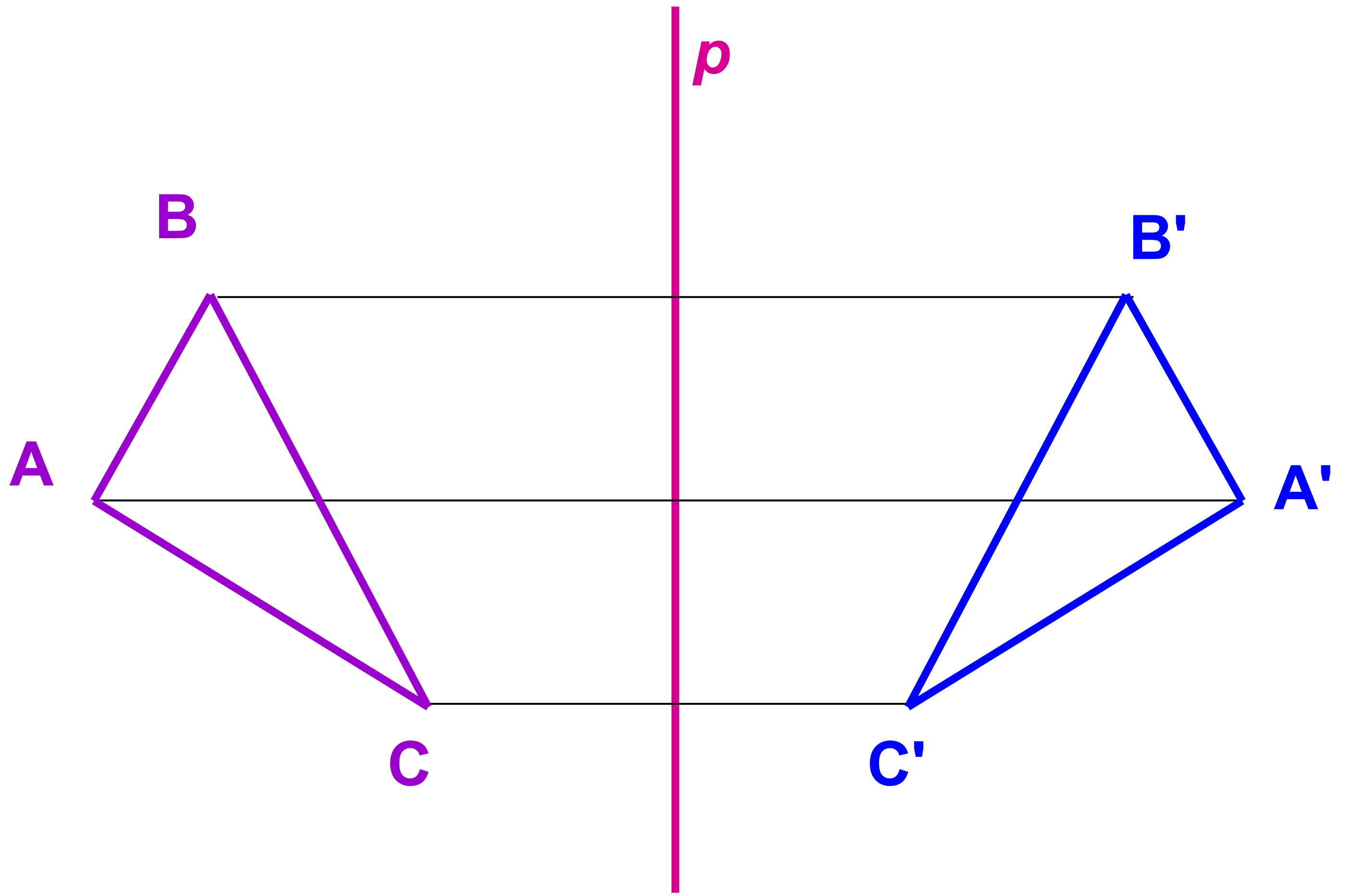
Симметрия относительно прямой (осевая симметрия)

Пусть *p* фиксированная прямая. Точка A' называется *симметричной точке A относительно прямой p*, если отрезок AA' перпендикулярен этой прямой и его середина лежит на ней. Если точка A лежит на прямой *p*, то она будет симметрична самой себе относительно этой прямой

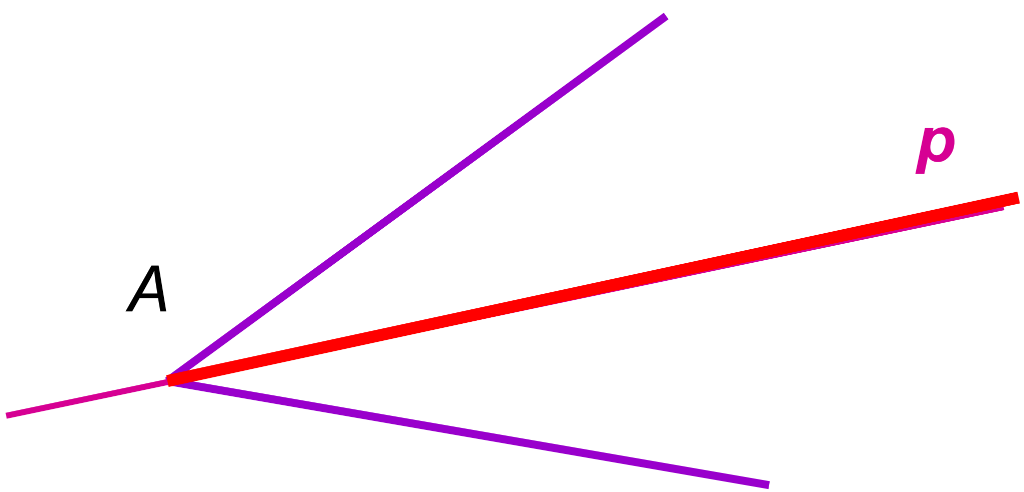


Пусть **F** – данная фигура, ***p*** – фиксированная прямая. Преобразование фигуры **F** в фигуру **F'**, при котором каждая точка **A** фигуры **F** переходит в точку **A'** фигуры **F'**, симметрично относительно прямой ***p***, называется ***преобразованием симметрии относительно прямой p***. При этом фигуры **F** и **F'** называются симметричными относительно прямой ***p***.

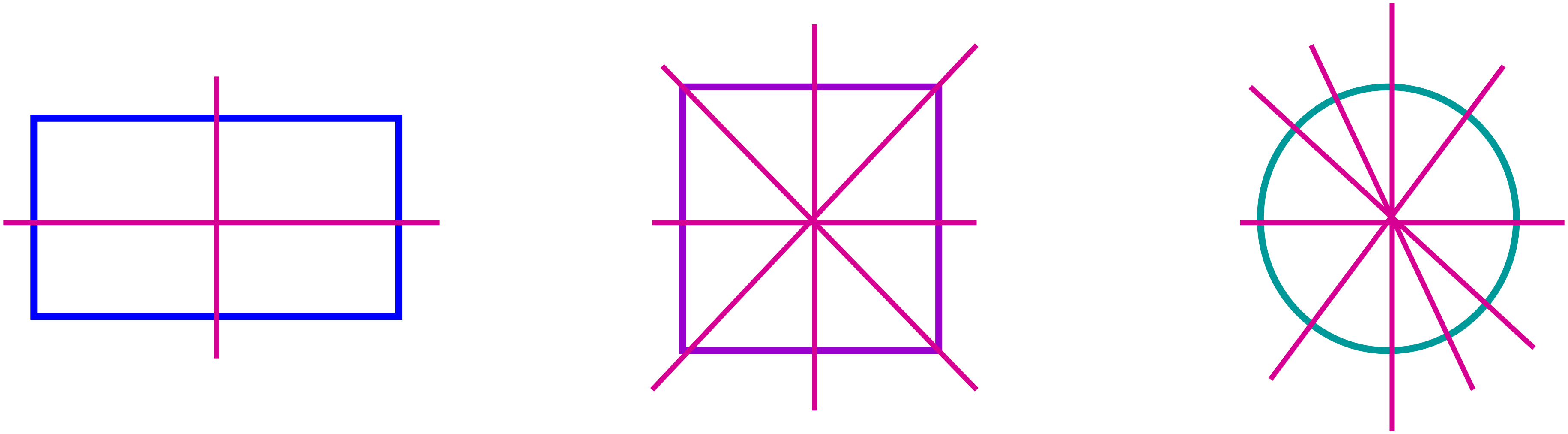
Пример: треугольники ABC и A'B'C' симметричны относительно прямой *p*



Если преобразование симметрии относительно прямой *p* переводит фигуру F в себя, то фигура называется симметричной относительно прямой *p*, прямая *p* называется *осью симметрии* фигуры. Такая фигура состоит из двух половин, переходящих друг в друга при симметрии.



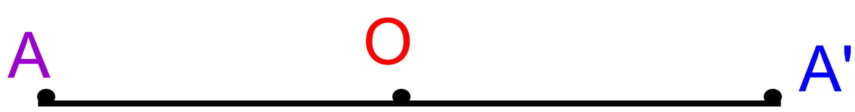
Фигуры могут иметь несколько осей симметрии



Симметрия относительно точки (центральная симметрия)

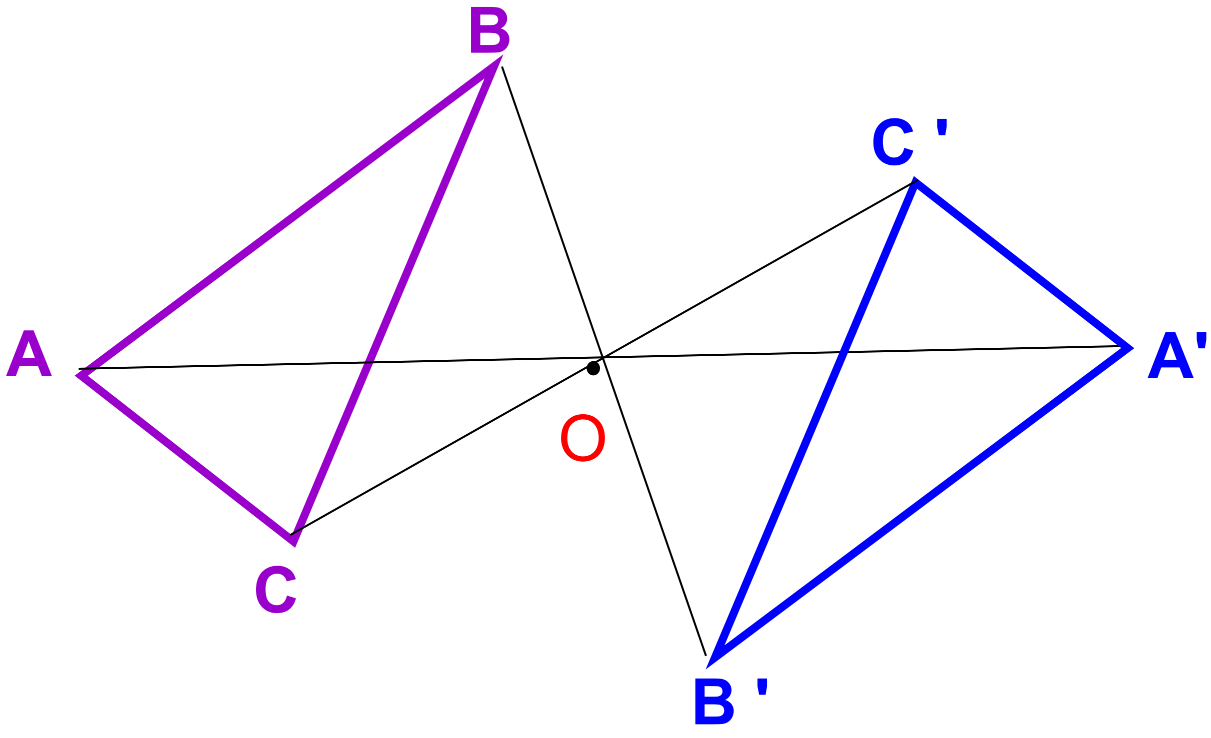
Пусть О – фиксированная точка, А – произвольная точка плоскости.

Точка А' называется *симметричной точке А относительно точки О*, если точка О – середина отрезка АА', т. е. ОА = ОА'. Точка, симметричная точке О, есть сама эта точка

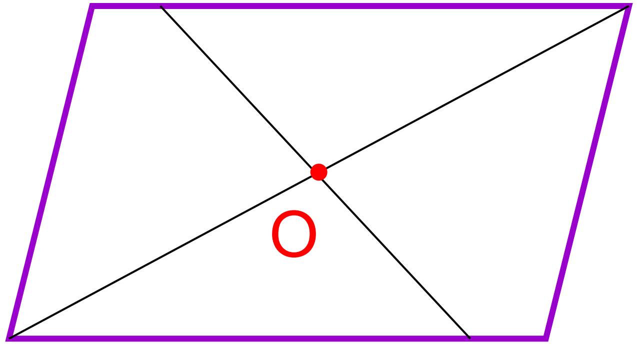


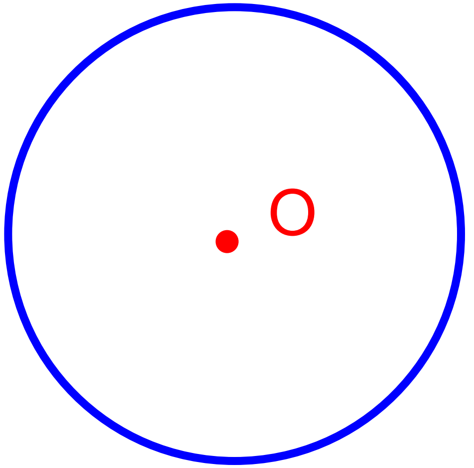
Пусть F – данная фигура и O – фиксированная точка плоскости. Преобразование фигуры F в фигуру F', при котором каждая точка A фигуры F переходит в точку A' фигуры F', симметричную A относительно точки O, называется *преобразованием симметрии относительно точки O*.

Пример: Δ ABC и Δ A'B'C' симметричны относительно точки O



Если преобразование симметрии относительно точки О переводит фигуру в себя, то фигура называется ***центрально симметричной***, а точка **О** – ее ***центром симметрии***.





Спасибо за внимание!