
Основные понятия математической логики

Контрольные вопросы по теме:

1. **Логика (определение).**
2. **Логическое высказывание.**
3. **Типы высказываний.**
4. **Составляющие логического высказывания.**
5. **Отрицание, таблица истинности отрицания.**
6. **Конъюнкция, таблица истинности.**
7. **Дизъюнкция, таблица истинности.**
8. **Строгая дизъюнкция, таблица истинности.**
9. **Импликация, таблица истинности.**
10. **Эквиваленция, таблица истинности.**
11. **Приоритет логических операций.**
12. **Алгоритм построения таблиц истинности.**

Логика — это наука,
изучающая методы
установления
истинности или
ложности одних
высказываний на основе
истинности или
ложности других

Логическое высказывание - это повествовательное предложение, о котором можно сказать, истинно оно или ложно.

Истина=1

Ложь=0

А: «дважды два равно четырем» истинно $A=1$,

В: «три больше пяти» всегда есть ЛОЖЬ $B=0$.

Типы высказываний:

Простое –

никакая его часть сама не является высказыванием.

Составное (сложное) –

состоит из простых высказываний, связанных между собой логическими операциями.

Составляющие логического высказывания:

- Субъект (S)**
- Предикат (P)**
- Связка**
- Квантор**

Составляющие логического высказывания

Субъект, S -

понятие о предмете мысли

Предикат, P -

понятие о свойствах и отношениях предмета мысли.
Субъект и предикат - *термины* суждения.

Связка -

отношения между субъектом и предикатом
(выражается «есть», «не есть», «является», «состоит» и
т.д.)

Квантор -

указывает, относится ли суждение ко всему или к части
объема понятия, выражающего субъект («все»,
«некоторые», «многие», «ни один», и т.п.).

«Все компьютеры состоят из процессора, памяти и внешних устройств»

«компьютеры» - субъект,

«процессора, памяти и внешних устройств» - предикат,

«состоят» - связка,

«все» - квантор.

Логические операции:

- **Отрицание (инверсия)**
- **Конъюнкция**
- **Дизъюнкция**
- **Строгая дизъюнкция**
- **Импликация**
- **Эквиваленция**

Отрицание

(NOT, не, не верно, что)

Обозначения: $\neg A$; \bar{A}

Инверсия высказывания истинна, когда высказывание ложно, и ложна, когда высказывание истинно.

Таблица истинности		$A = \{\text{Завтра будет снег.}\}$ $\bar{A} = \{\text{Завтра НЕ будет снега.}\}$
A	\bar{A}	
0	1	
1	0	

Конъюнкция (AND, и, но, а, однако)

Обозначения: $A \cdot B$; $A \wedge B$; $A \& B$

Конъюнкция двух высказываний истинна тогда и только тогда, когда оба высказывания истинны, и ложна, когда хотя бы одно высказывание ложно.

Таблица истинности		
A	B	$C = A \& B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A = «высота шкафа меньше высоты двери»
B = «ширина шкафа меньше ширины двери»
A & B = «шкаф можно внести в дверь, если ширина шкафа меньше ширины двери **И** высота шкафа меньше высоты двери»

Дизъюнкция (OR, или, либо)

Обозначение: $A \vee B$

Дизъюнкция двух высказываний истинна тогда, когда хотя бы одно высказывание истинно и ложна, когда оба высказывания ложны.

Таблица истинности		
A	B	$C = A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

*Обычно в 8 вечера я смотрю телевизор **или** пью чай.*

Строгая дизъюнкция (XOR, или...или, либо...либо)

Обозначение: $A \oplus B$, $A \underline{\vee} B$

Строгая дизъюнкция двух высказываний истинна тогда, когда только одно из высказываний истинно.

Таблица истинности			<i>Данное существительное или во множественном или единственном числе.</i>
A	B	$C = A \oplus B$	
0	0	0	
0	1	1	
1	0	1	
1	1	0	

Импликация (если-то, следует)

Обозначения: $A \rightarrow B$, $A \Rightarrow B$.

Импликация двух высказываний ложна тогда и только тогда, когда из истинного высказывания следует ложное.

Таблица истинности		
A	B	$C = A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Если идет дождь,
то на небе тучи.

A= идет дождь - посылка
B= на небе тучи - заключение

Эквиваленция

(тождественно, равносильно)

Обозначение: $A=B$; $A \leftrightarrow B$; $A \sim B$

Эквивалентность двух высказываний истинна тогда и только тогда, когда оба высказывания истинны или оба ложны.

Таблица истинности		
A	B	$C=A \sim B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$A = \{\text{Угол прямой}\};$
 $B = \{\text{Угол равен } 90^0\}$
 $A \leftrightarrow B = \{\text{Угол называется прямым тогда и только тогда, когда он равен } 90^0\}$

Основные логические союзы (связки), с помощью которых в естественном языке строятся сложные высказывания.

В естественном языке	В логике
.....И.....	КОНЪЮНКЦИЯ
.....однако.....	
.....НО.....	
.....а.....	
....неверно, что....	инверсия
.....или.....	дизъюнкция
либо.....либо.....	строгая дизъюнкция
если.....,то.....	импликация
из.....следует.....	
.....влечет.....	
...необходимо и достаточно...	ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ
.....равносильно.....	
...В ТОМ И ТОЛЬКО В ТОМ случае...	

Неверно, что в зале №1 идет лекция по психологии.

Число 123 либо четное, либо нечетное, третьего не дано.

Аня отличница, но плохая спортсменка.

Если пожелтели листья, то пришла осень.

Чтобы перейти на следующий курс достаточно сдать сессию на тройки.

$$C = (\neg(A \vee B) \rightarrow B) \wedge A$$

Приоритет логических операций:

- операции в скобках;
- отрицание;
- конъюнкция и дизъюнкция (слева направо);
- импликация;
- эквиваленция.

Алгоритм построения таблиц ИСТИННОСТИ:

1. Определить количество переменных.
2. Определить количество логических операций и последовательность их выполнения.
3. Заполнить столбцы результатами выполнения логических операций в обозначенной последовательности.

$$\text{Количество столбцов} = \left\{ \begin{array}{l} \text{количество переменных} + \\ + \text{ количество операций.} \end{array} \right\}$$

4. Определить количество строк (K) таблицы по формуле $K=2^n$, где n - количество переменных.

**Спасибо за
внимание!**