

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ПСИХОЛОГИИ

Оглавление

(для перехода к соответствующему разделу нажмите кнопку)

- Введение
- Понятие генеральной совокупности и выборки
- Измерения и шкалы
- Формы учета результатов измерений
- Числовые характеристики распределений, нормальный закон распределения и его свойства
- Общие принципы проверки статистических гипотез
- Статистические критерии (непараметрические)
- Статистические критерии. Примеры обработки данных в SPSS
- Статистические критерии. Фильм по обработке данных в SPSS
- Сравнение средних (*t-критерии Стьюдента*)
- *Одно выборочный t Стьюдента. Фильм 1 по обработке в SPSS*
- *t-критерии -критерии Стьюдента. Фильм 2*
- *Однофакторный дисперсионный анализ (ANOVA)*
- *Однофакторный дисперсионный анализ (ANOVA). Фильм*
- *Корреляционный анализ*
- *Корреляционный анализ Фильм*

Исследование в любой области, в том числе и в педагогике, психологии, социологии, предполагает получение результатов - обычно в виде чисел (Как писал А. де Сент-Экзюпери «взрослые люди любят цифры»). Проще говоря необходимо научиться отвечать на простой вопрос «да» или «нет» - только что «да» или «нет». Исследователю необходимо умение собрать, организовать данные, обработать и проинтерпретировать их, что невозможно без знания основ статистики, применения математических методов и соответствующих современных программных средств. Естественно, что наличие современных пакетов прикладных программ, применение которых сейчас становится нормой для исследователя значительно упрощает и ускоряет процесс обработки данных .

Но любая программа обработки данных переводит один набор чисел в другой набор чисел. При этом предлагается богатый набор способов такого преобразования, замечательным образом расширяющий возможности анализа данных. И для использования этих возможностей психолог должен уметь:

а) организовать исследование так, чтобы его результаты были доступны обработке в соответствии с целями и задачами исследования;

б) правильно выбрать метод обработки с учетом собранных эмпирических данных;

в) содержательно интерпретировать результаты обработки.

Эти умения не заменят ни компьютерная программа, ни математик и программист, придумавшие и написавшие данную программу.

Таким образом, применение математики как общенаучного метода, наряду с экспериментом, неизбежно приобретает в психологии свои особенности, связанные со спецификой предмета.

При этом следует исходить из того, что в широком смысле слова рассматриваются не отдельные «предметы», а единое информационное пространство с учетом всех связей и зависимостей, которые на первый взгляд не видны, или просто кажутся не весьма незначительными.

Поэтому следует руководствоваться следующими принципами которые приведены ниже.

ЧЕЛОВЕКОВЕДЕНИЕ



**Основные вопросы, на которые
нужно уметь отвечать специалисту (любому!)**

ЧТО

ГДЕ

КОГДА

КОМУ

ЗАЧЕМ

**ПОЧЕ
МУ**

КАК

**ЭТО И ЕСТЬ
ОСНОВЫ СИСТЕМНО-СТРУКТУРНОГО
АНАЛИЗА**

Основные задачи, которые стоят перед специалистом

↓

АНАЛИЗ СИТУАЦИЙ

↓

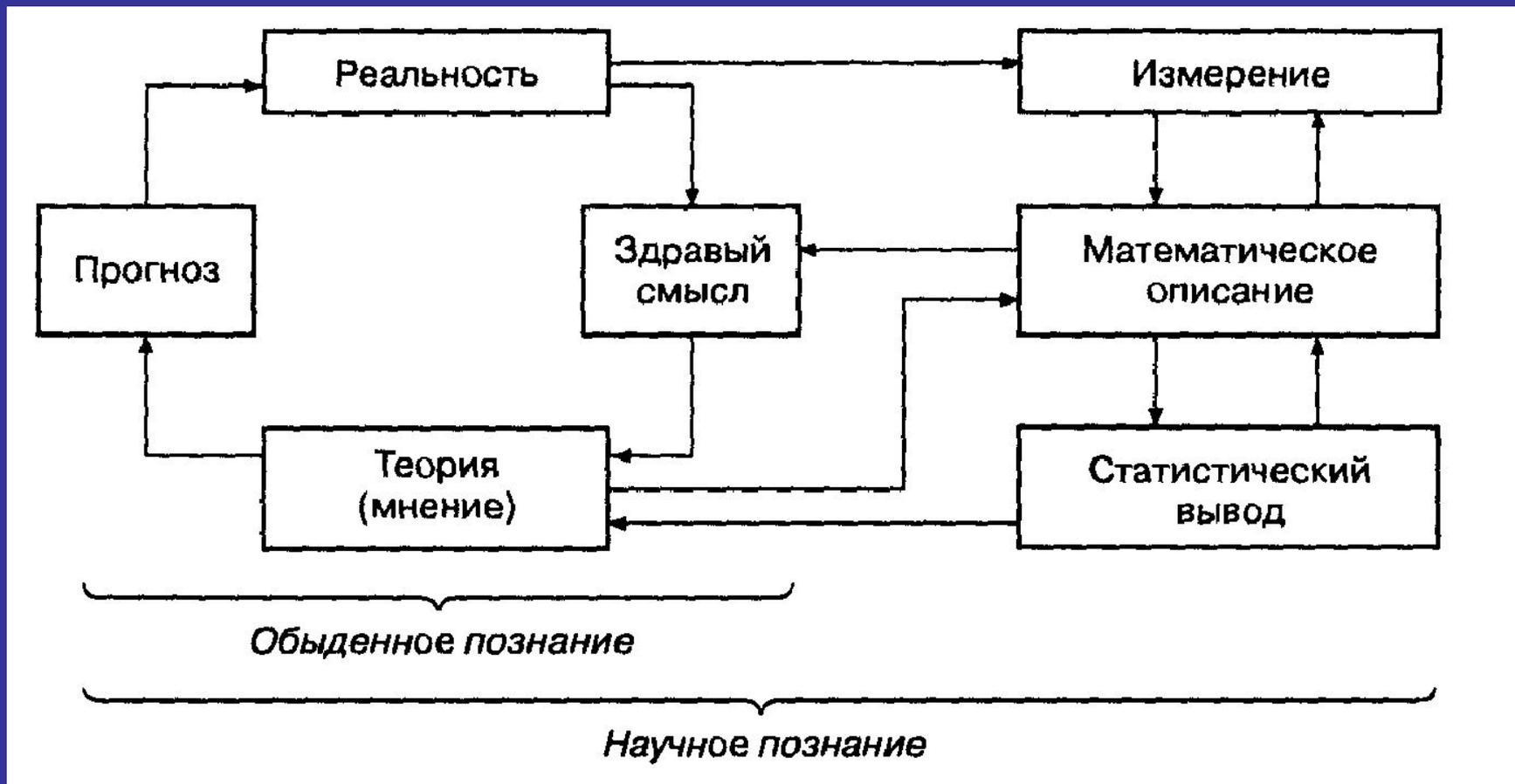
МОДЕЛИРОВАНИЕ
ПРОГНОЗИРОВАНИЕ

↓

УПРАВЛЯЮЩЕЕ
ВОЗДЕЙСТВИЕ

**ОСНОВНОЕ:
ФОРМИРОВАНИЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ
КОМПЕТЕНЦИЙ**

Соотношение обыденного и научного познания



Генеральная совокупность и выборка

В дальнейшем мы будем исходить из следующих положений:

Генеральная совокупность — это все множество объектов, в отношении которого формулируется исследовательская гипотеза. Например, студенты одного вуза, жители одного города и т.д.

Выборка — это ограниченная по численности группа объектов (в психологии — испытуемых, респондентов), специально отбираемая из генеральной совокупности для изучения ее свойств. Соответственно, изучение на выборке свойств генеральной совокупности называется **выборочным исследованием** *в отличии от сплошного.*

Практически все психолого-педагогические исследования являются выборочными, а их выводы распространяются на генеральные совокупности при соблюдении следующих обязательных условий:

выборка должна быть **репрезентативной и статистически достоверной (валидной)**.

Репрезентативность выборки — иными словами, ее представительность - это способность выборки представлять изучаемые явления достаточно полно с точки зрения их изменчивости в генеральной совокупности.

Способы получения репрезентативной выборки

Основной прием - это простой случайный отбор или, в настоящее время используется генератор случайных чисел с использованием ПК.

Второй способ обеспечения репрезентативности — это **стратифицированный** случайный отбор с разбиением выборки на страты по определенному правилу.

Валидность (или достаточность) выборки.

Валидность может рассматриваться как мера соответствия того, насколько методика и результаты исследования соответствуют поставленным задачам, а объем достаточен для распространения полученных результатов на всю генеральную совокупность.

Статистическая достоверность, или статистическая значимость, результатов исследования определяется при помощи методов статистического вывода которые предъявляют определенные требования к численности, или иными словами к объему выборки.

Зависимые и независимые выборки. Обычна ситуация исследования, когда интересующее исследователя свойство изучается на двух или более выборках с целью их дальнейшего сравнения. Эти выборки могут находиться в различных соотношениях - в зависимости от процедуры их организации.

Независимые выборки (*не связанные*) характеризуются тем, что вероятность отбора любого испытуемого одной выборки не зависит от отбора любого из испытуемых другой выборки (например, разные классы из разных школ) .

Зависимые выборки характеризуются тем, что каждому испытуемому одной выборки поставлен в соответствие по определенному критерию испытуемый из другой выборки, либо тот же испытуемый, но в сравнении с различными испытаниями.

ИЗМЕРЕНИЯ И ШКАЛЫ

Измерение в терминах производимых исследователем операций - это приписывание объекту числа по определенному правилу. Это правило устанавливает соответствие между измеряемым свойством объекта и результатом измерения - признаком.

Шкалы разделяют на **метрические** (если есть или может быть установлена единица измерения) и **не метрические** (если единицы измерения не могут быть установлены). Принято использовать четыре типа шкал.

1. Номинативная шкала (неметрическая), или шкала наименований. В ее основе лежит процедура, обычно не ассоциируемая с измерением (присваиваемый символ не подлежит статистической обработке).

2. Ранговая, или **порядковая шкала (неметрическая)**, как результат ранжирования (упорядочивания) признаков по определенному правилу.

3. В шкале **интервалов**, или *интервальной* шкале, каждое из возможных значений измеренных величин отстоит от ближайшего на равном расстоянии. Главное понятие этой шкалы — интервал, который можно определить как долю или часть измеряемого свойства между двумя соседними позициями на шкале.

Шкалу **отношений** называют также шкалой *равных отношений*. Особенностью этой шкалы является наличие твердо фиксированного нуля, который означает полное отсутствие какого-либо свойства или признака. Шкала отношений является наиболее информативной шкалой, допускающей любые математические операции и использование разнообразных статистических методов.

ФОРМЫ УЧЕТА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Исходная информация может быть представлена в виде:

- Таблиц;
- Числовых последовательностей;
- Статистических рядов;
- Графиков;
- Диаграмм.

Пример обычной таблицы

Сбор информации о «праворуких» и «леворуких»
учениках одной школы

Классы	Право- рукие	Левору- кие	Сумма
3	23	2	25
4	20	4	24
5	22	11	33
6	22	8	30
Суммы	87	23	110

Числовая последовательность:

2; 4; 6; 6; 8; 8; 8; 9; 9; 10

Статистический ряд

X_i	2	4	6	8	9	10
f_i	1	1	2	3	2	1
P_i	0,1	0,1	0,2	0,3	0,2	0,1

X_i – случайная величина

f_i – частота

P_i – вероятность.

где

N -объем выборки

$$P_i = \frac{f_i}{N}$$

$$N = \sum_{i=1}^n f_i$$

Пример формирования имени признака, метки и её значений с помощью **SPSS** (Statistical Package for the Social Science—Статистический пакет для социальных наук)

The screenshot shows the SPSS data editor interface. The main window displays a list of variables with columns for Name, Type, Width, Decimals, Label, Values, Scale, and Role. A dialog box titled 'Метки значений' (Labels for Values) is open, showing a list of values and their corresponding labels. A red arrow points from the dialog box to the 'Успеваемость' variable in the main window.

Имя	Тип	Шир.	Д.	Метка	Зна.	Про.	Шир.	Выравнивание	Шкала	Роль
fragebnr	Числовая	3	0	Номер анкеты	Нет	Нет	8	По право...	Количество...	Входная
fach	Числовая	2	0	Специальность	{0, н...	0	8	По право...	Номинальная	Входная
пол	Числовая	1	0	Пол	{0, н...	0	8	По право...	Порядковая	Входная
alter	Числовая	2	0	Возраст	{0, н...	0	8	По право...	Порядковая	Входная
semester	Числовая	2	0	Количество семестров	{0, н...	0	8	По право...	Порядковая	Входная
страна	Числовая	2	0	Страна	{0, н...	0	8	По право...	Порядковая	Входная
соцПол	Числовая	2	0	Социальное положение	{0, н...	0	8	По право...	Порядковая	Входная
психСост	Числовая	2	0	Психическое состояние	{0, ...	0	8	По право...	Порядковая	Входная
Учеба	Числовая	2	0	Успеваемость	{1, ...	0	8	По право...	Порядковая	Входная

Метки значений

Метки значений

Значение: 1

Метка: Очень хорошее

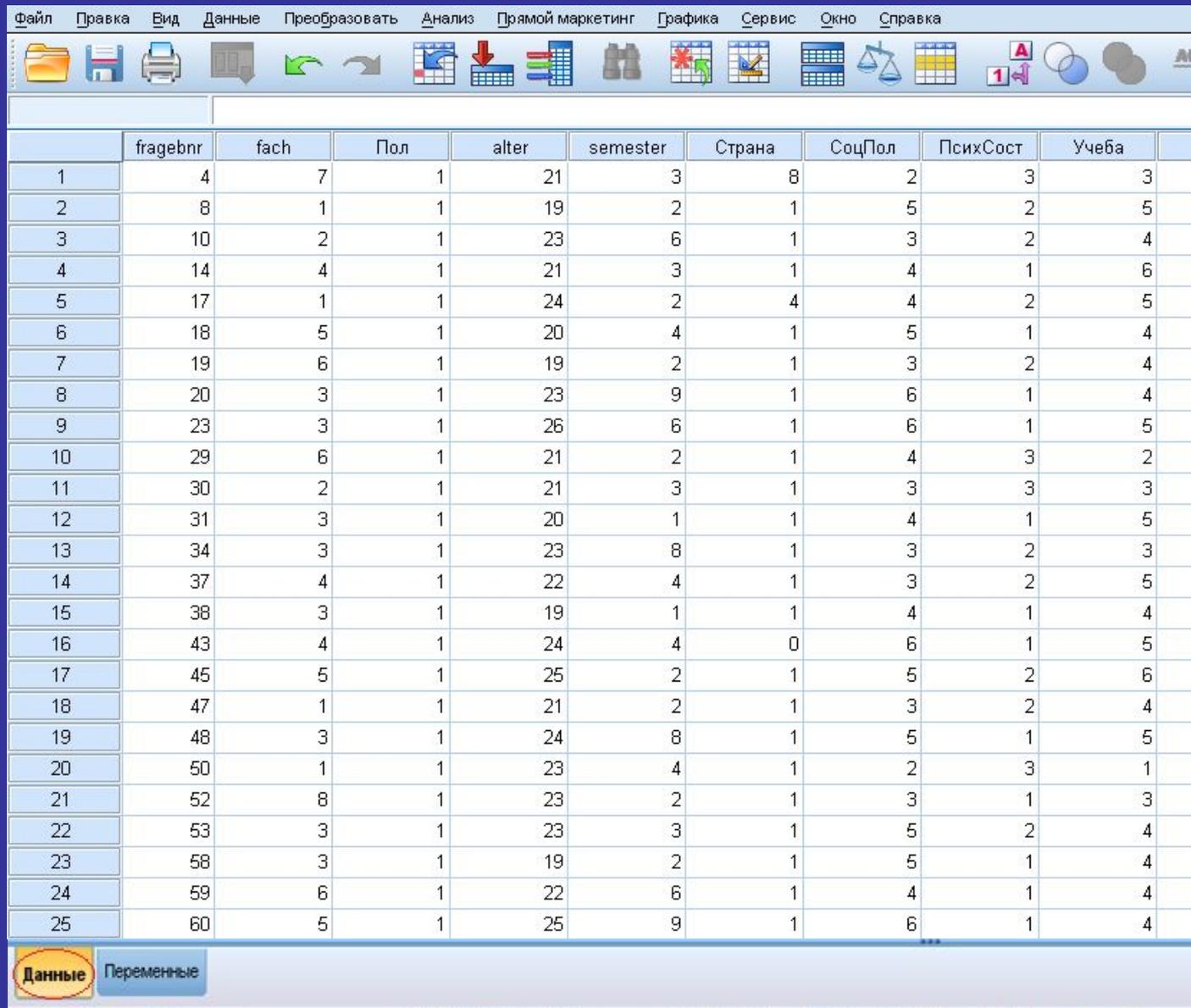
Проверка орфографии...

- 0 = "нет ответа"
- 1 = "Очень хорошее"
- 2 = "Хорошее"
- 3 = "Среднее"
- 4 = "Удовлетворительное"
- 5 = "Неудовлетворительное"
- 6 = "Плохое"

OK Отмена Справка

Перечень значений для конкретной метки

Пример представления данных в виде таблицы в SPSS (столбец – признак, строка – респондент)



The screenshot shows the SPSS data editor window with a table of 25 rows and 11 columns. The columns are labeled: fragebnr, fach, Пол, alter, semester, Страна, СоцПол, ПсихСост, Учеба, and п. The rows are numbered 1 through 25. The bottom status bar shows 'Данные' and 'Переменные'.

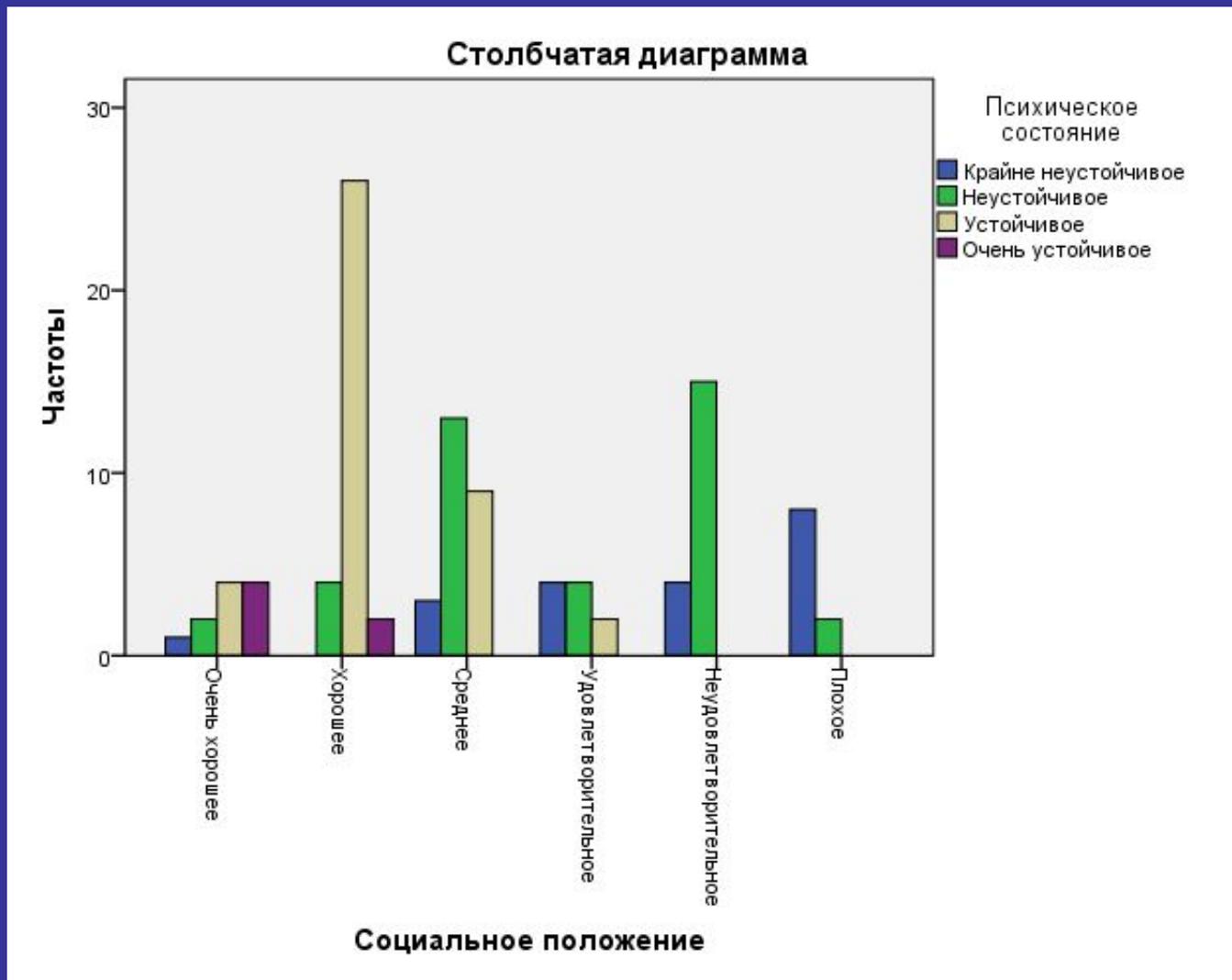
	fragebnr	fach	Пол	alter	semester	Страна	СоцПол	ПсихСост	Учеба	п
1	4	7	1	21	3	8	2	3	3	
2	8	1	1	19	2	1	5	2	5	
3	10	2	1	23	6	1	3	2	4	
4	14	4	1	21	3	1	4	1	6	
5	17	1	1	24	2	4	4	2	5	
6	18	5	1	20	4	1	5	1	4	
7	19	6	1	19	2	1	3	2	4	
8	20	3	1	23	9	1	6	1	4	
9	23	3	1	26	6	1	6	1	5	
10	29	6	1	21	2	1	4	3	2	
11	30	2	1	21	3	1	3	3	3	
12	31	3	1	20	1	1	4	1	5	
13	34	3	1	23	8	1	3	2	3	
14	37	4	1	22	4	1	3	2	5	
15	38	3	1	19	1	1	4	1	4	
16	43	4	1	24	4	0	6	1	5	
17	45	5	1	25	2	1	5	2	6	
18	47	1	1	21	2	1	3	2	4	
19	48	3	1	24	8	1	5	1	5	
20	50	1	1	23	4	1	2	3	1	
21	52	8	1	23	2	1	3	1	3	
22	53	3	1	23	3	1	5	2	4	
23	58	3	1	19	2	1	5	1	4	
24	59	6	1	22	6	1	4	1	4	
25	60	5	1	25	9	1	6	1	4	

Пример таблицы сопряженности (перекрестной таблицы)

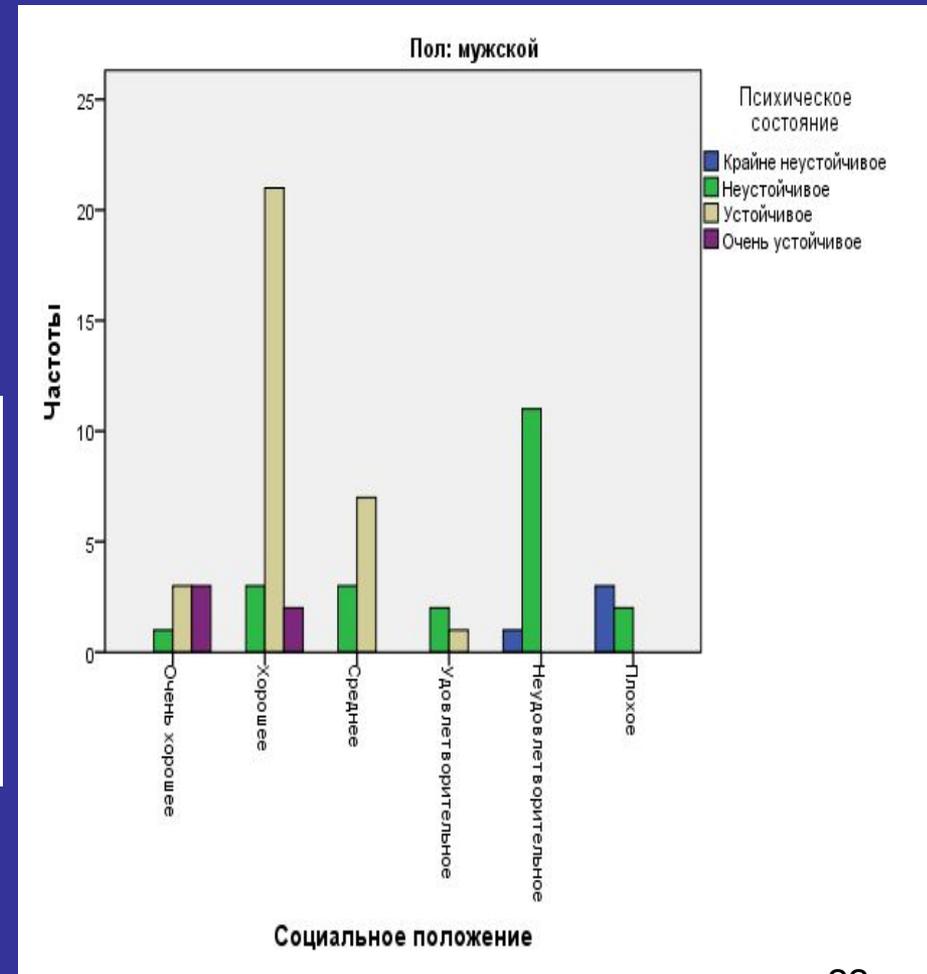
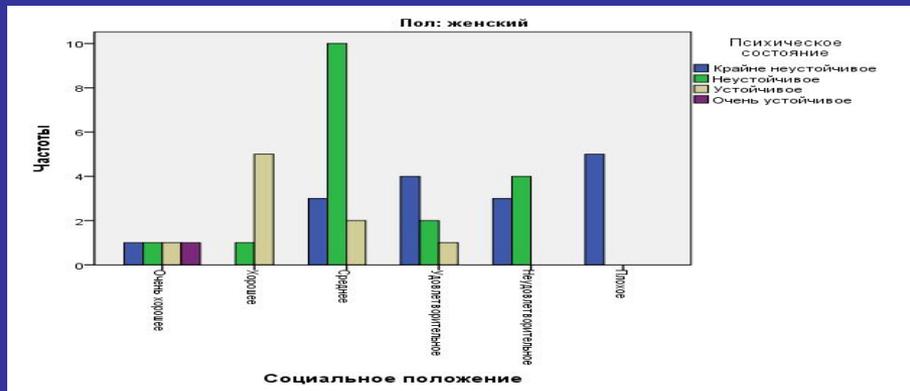
Связь социального положения и психического состояния для студентов обучающихся в одном из университетов Германии

		Психическое состояние				Итого
		Крайне неустойчивое	Неустойчивое	Устойчивое	Очень устойчивое	
Социальное положение	Очень хорошее	1	2	4	4	11
	Хорошее	0	4	26	2	32
	Среднее	3	13	9	0	25
	Удовлетворительное	4	4	2	0	10
	Неудовлетворительное	4	15	0	0	19
	Плохое	8	2	0	0	10

Столбчатая диаграмма, полученная из таблицы сопряженности (связь психического состояния и социального положения)



Данные полученные после обработки таблиц сопряженности с разбиением на страты (по полу: женский и мужской)



ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ.

НОРМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

- Числовой характеристикой выборки как правило не требующей вычислений является так называемая **мода**, такое числовое значение которое встречается в выборке наиболее часто.
- **Медиана** — это значение x_i которое делит упорядоченное множество данных пополам.
- **Среднее арифметическое** ряда из n числовых значений X_1, \dots, X_n обозначается M_x и подсчитывается как:

$$M_x = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

где N – объем выборки, X_i – значение .

Квантиль - это точка на числовой прямой, которая делит совокупность исходных наблюдений на две части с известными пропорциями в каждой из частей. Так. Например, один из квантилей - это медиана, значение признака, которое делит всю совокупность измерений на две группы с равной численностью.

Процентили - это 99 точек — значений признака (P_1, \dots, P_{99}), которые делят упорядоченное (по возрастанию) множество наблюдений на 100 частей, равных по численности, так 50 процентиль соответствует медиане.

Меры изменчивости применяются в психологии для численного выражения величины межиндивидуальной вариации признака.

Очевидной мерой изменчивости является размах, это разность максимального и минимального значений

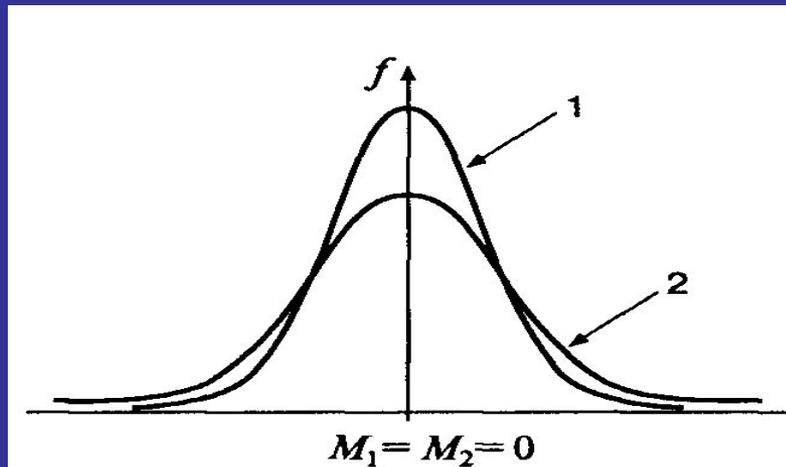
- **Дисперсия** — мера изменчивости для метрических данных, пропорциональная сумме квадратов отклонений измеренных значений от их арифметического среднего.

Дисперсия и среднеквадратичное отклонение

$$\bar{D}_x = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - M_x)^2}{N}$$

$$\sigma = \sqrt{D(x)}$$

Чем больше изменчивость в данных, тем больше отклонения значений от среднего, тем больше величина дисперсии. Величина дисперсии получается при усреднении всех квадратов отклонений:



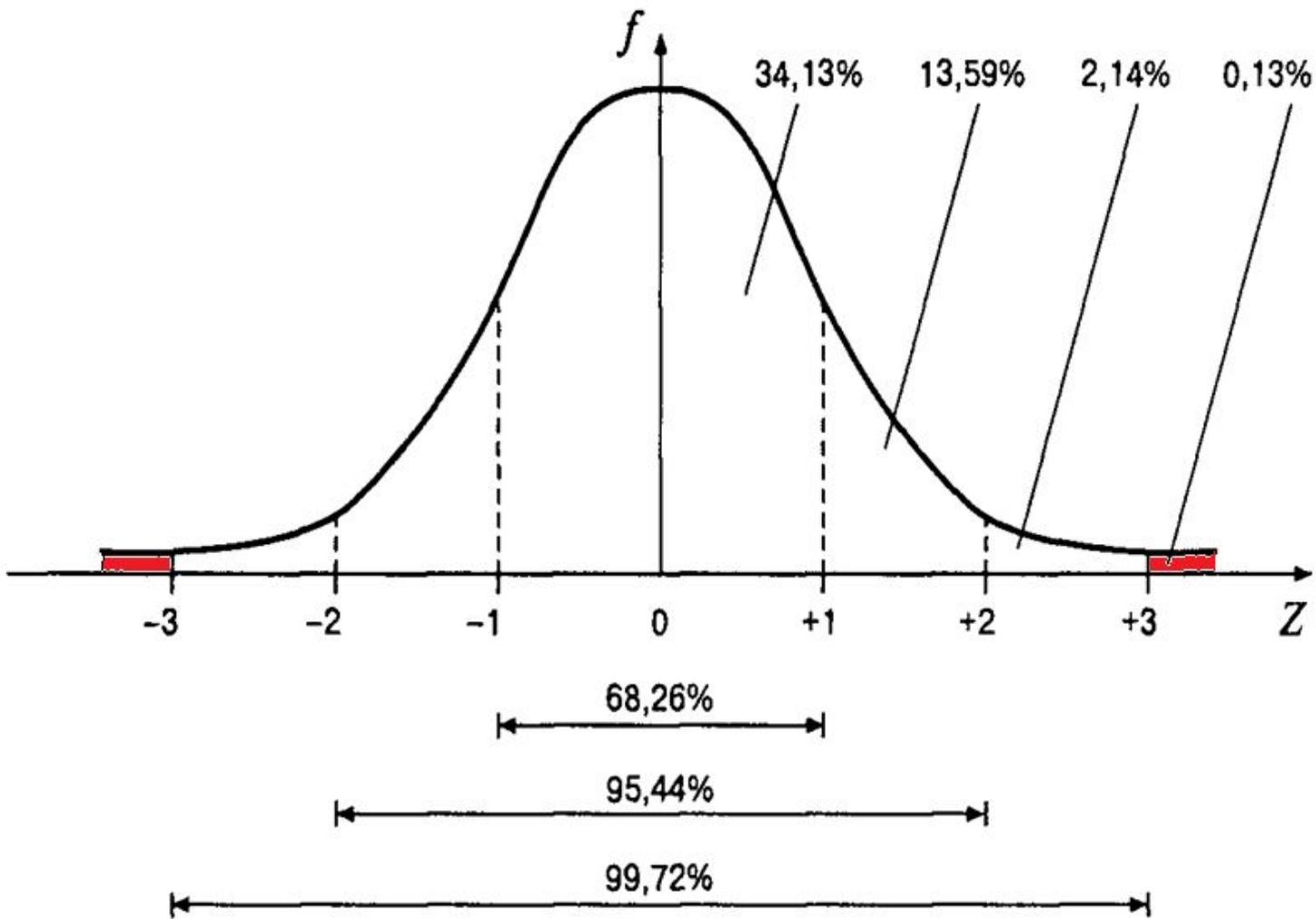
Нормальное распределение играет большую роль в математической статистике, поскольку многие статистические методы предполагают, что, анализируемые с их помощью экспериментальные данные распределены нормально.

Если индивидуальная изменчивость некоторого свойства есть следствие действия множества причин, то распределение частот для всего многообразия проявлений этого свойства в генеральной совокупности соответствует кривой нормального распределения. Это и есть закон нормального распределения.

График нормального распределения имеет вид колоколообразной кривой, а формула для вычисления представлена ниже:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

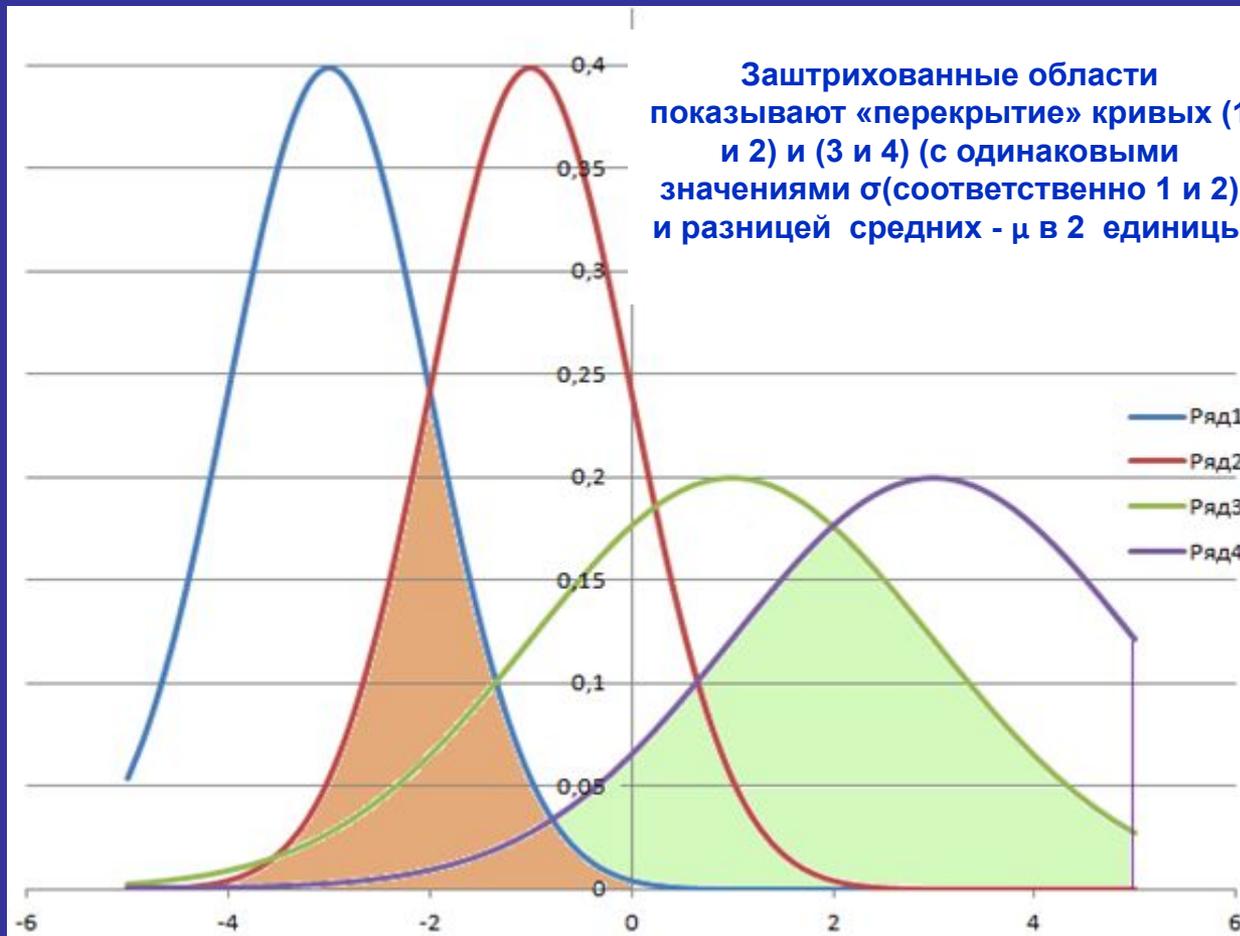
Стандартное нормальное распределение ($\mu=0, \sigma=1$)



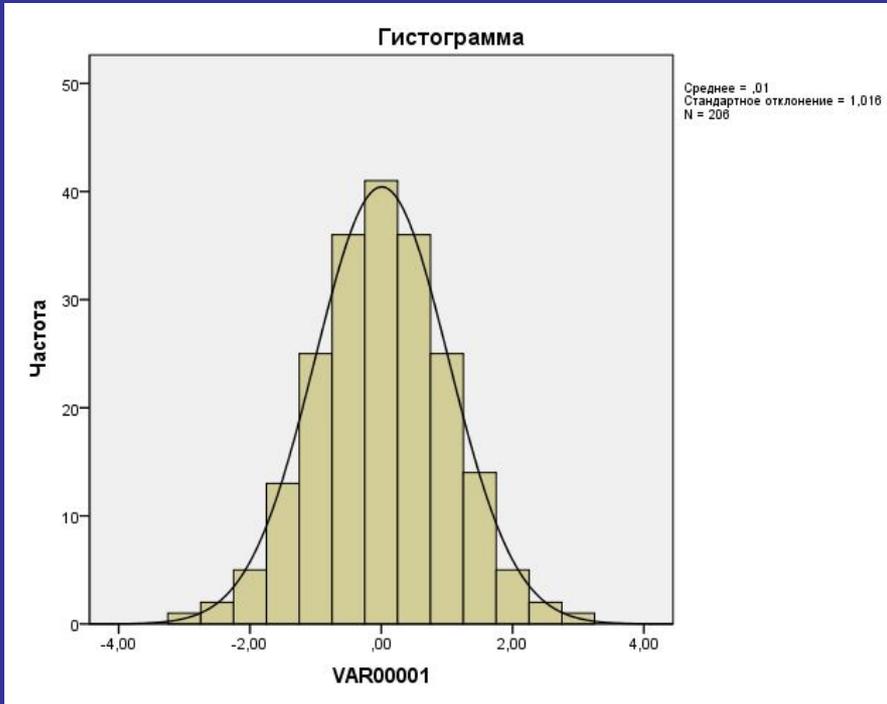
Нормальный закон распределения. Представлены 4 кривые с различными параметрами (μ, σ)

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

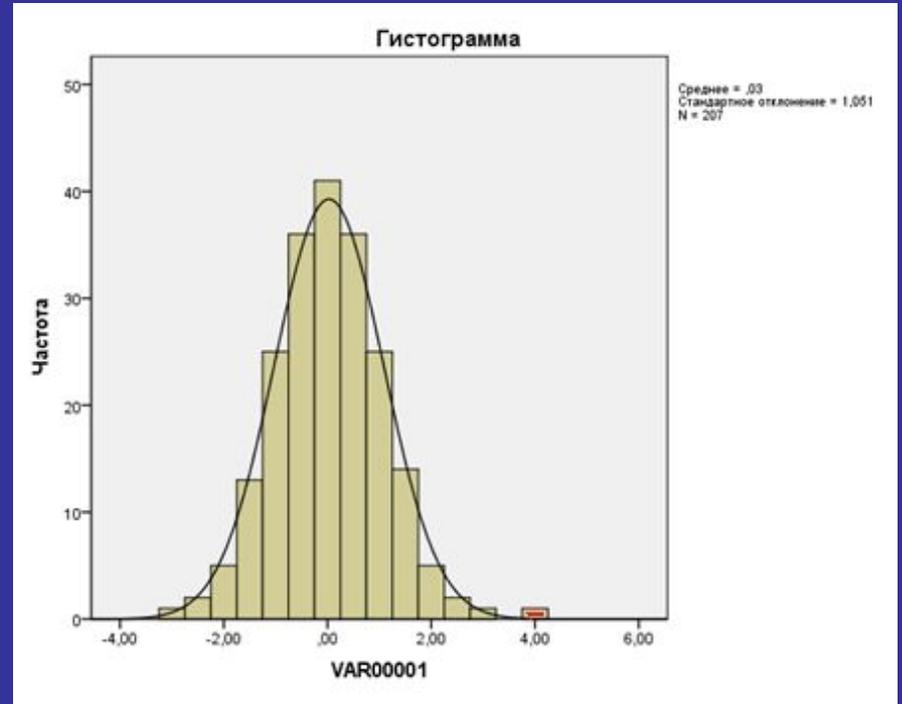
1		2		3		4	
μ_1	σ_1	μ_2	σ_2	μ_3	σ_3	μ_4	σ_4
-3	1	-1	1	1	2	3	2



Пример распределения близкого к нормальному



N	206
Среднее	,0073
Медиана	,0000
Мода	,00
Стд. отклонение	1,01630
Дисперсия	1,033
Минимум	-3,00
Максимум	3,00



N	207
Среднее	,0266
Медиана	,0000
Мода	,00
Стд. отклонение	1,05113
Дисперсия	1,105
Минимум	-3,00
Максимум	4,00

Для отражения близости формы распределения к нормальному виду существует две основные характеристики: асимметрия и **эксцесс**.

Эксцесс (kurtosis) является мерой сглаженности (остро- или плосковершинности) распределения. Если значение эксцесса близко к 0, это означает, что форма распределения близка к нормальному виду. Положительный эксцесс указывает на плосковершинное распределение, у которого максимум вероятности выражен не столь ярко, как у нормального. Значения эксцесса, превышающие 5,0, говорят о том, что по краям распределения находится больше значений, чем вокруг среднего. Отрицательный эксцесс, напротив, характеризует островершинное распределение, график которого более вытянут по вертикальной оси, чем график нормального распределения.

Считается, что распределение с эксцессом в диапазоне от -1 до +1 примерно соответствует нормальному виду. В большинстве случаев вполне допустимо считать нормальным распределение с эксцессом, по модулю не превосходящим 2;

Асимметрия (skewness) показывает, в какую сторону относительно среднего сдвинуто большинство значений распределения. Нулевое значение асимметрии означает симметричность распределения относительно среднего значения. Положительная асимметрия указывает на сдвиг распределения в сторону меньших значений, а отрицательная — в сторону больших значений. В большинстве случаев за нормальное принимается распределение с асимметрией, лежащей в пределах от -1 до +1.

В исследованиях, не требующих высокой точности результатов, нормальным считают распределение с асимметрией, по модулю не превосходящей 2.

Асимметрия – это показатель симметричности / скошенности кривой распределения, а эксцесс определяет ее островершинность.

При левостронней асимметрии ее показатель является положительным и в распределении преобладают более низкие значения признака. При правостронней – показатель положительный и преобладают более высокие значения. У всех симметричных распределений (в том числе и у нормального распределения) величина асимметрии равна нулю. Формула показателя асимметрии является следующей:

$$A = \frac{\sum (x_i - M_x)^3}{n * \sigma^3}$$

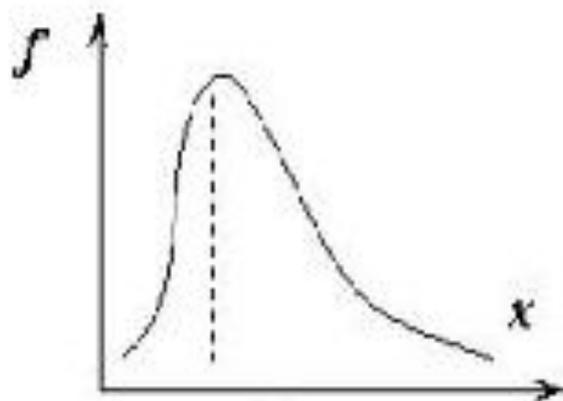
Если в распределении преобладают значения близкие к среднему арифметическому, то формируется островершинное распределение. В этом случае показатель эксцесса стремится к положительной величине. У нормального распределения эксцесс равен нулю. Если у распределения 2 вершины (бимодальное распределение), то тогда эксцесс стремится к отрицательной величине. Показатель эксцесса определяется по формуле:

$$E = \frac{\sum(x_i - M_x)^4}{n \cdot \sigma^4} - 3$$

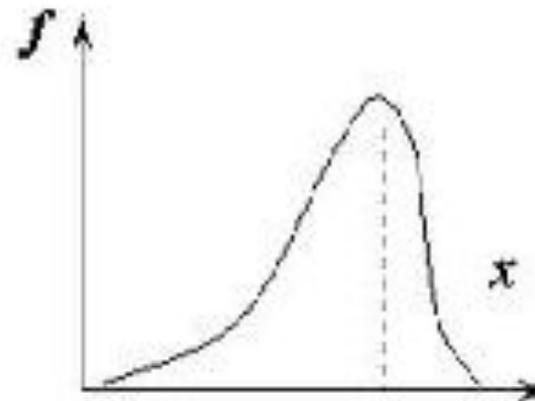
Распределение оценивается как предположительно близкое к нормальному, если установлено, что от 50 до 80 % всех значений располагаются в пределах одного стандартного отклонения от среднего арифметического, и коэффициент эксцесса по абсолютной величине не превышает значения равного двум.

Распределение считается достоверно нормальным если абсолютная величина показателей асимметрии и эксцесса меньше их ошибок репрезентативности в 3 и более раз.

Пример левосторонней и правосторонней асимметрии



Правосторонняя асимметрия

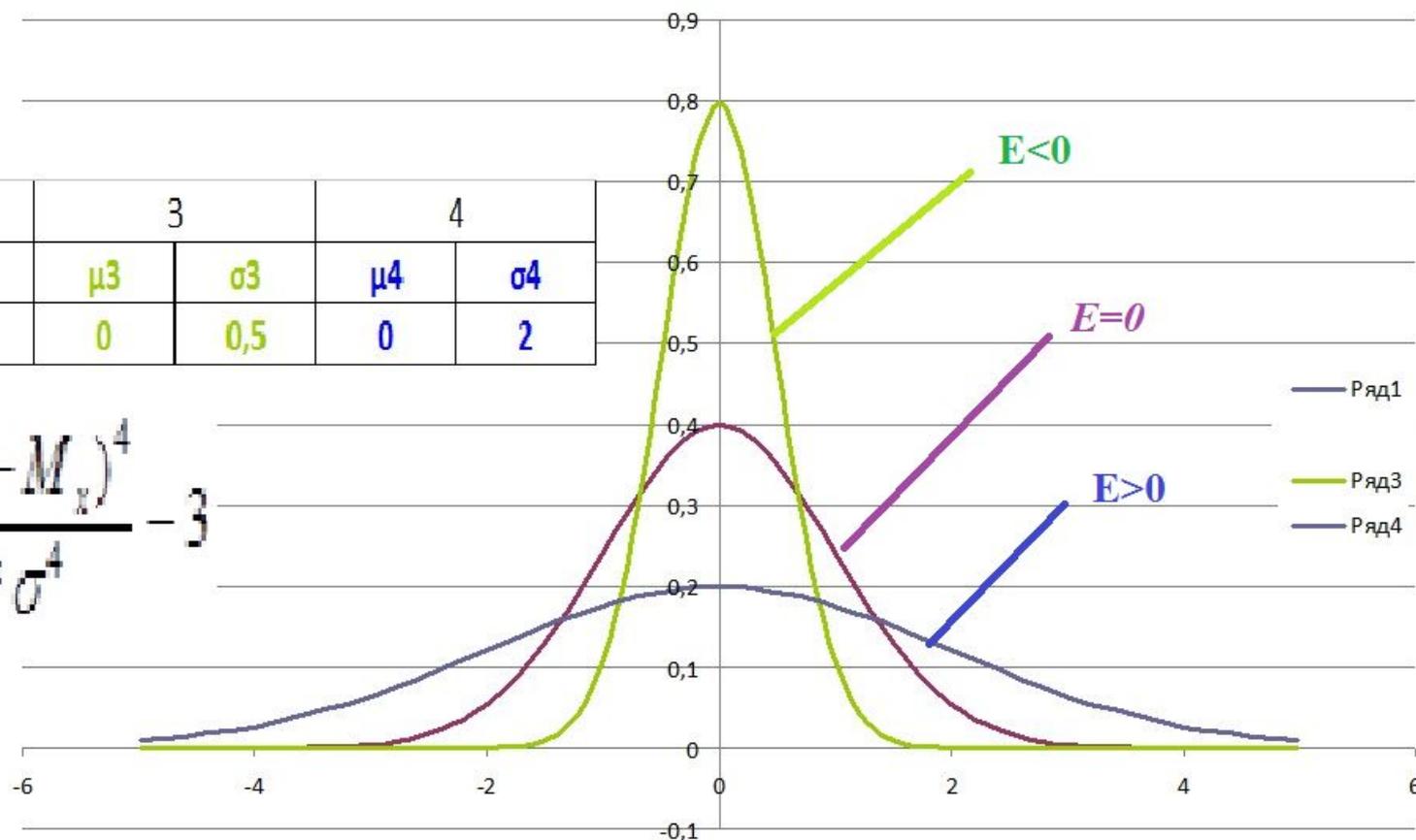


Левосторонняя асимметрия.

Острове́ршинное и плоскове́ршинное распределение в сравнении с нормальным распределением

1		3		4	
μ_1	σ_1	μ_3	σ_3	μ_4	σ_4
0	1	0	0,5	0	2

$$E = \frac{\sum(x_i - M_x)^4}{n \cdot \sigma^4} - 3$$



ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ ПРОВЕРКИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ГИПОТЕЗ

Под **статистической гипотезой** обычно понимают формальное предположение о том, что сходство (или различие) некоторых параметрических или функциональных характеристик случайно или, наоборот, неслучайно.

При проверке статистических гипотез используются два понятия так называемая **нулевая - H_0** (гипотеза о совпадении) и **альтернативная гипотеза H_1** (гипотеза о различии)

Результат проверки гипотезы H_0	Возможные состояния проверяемой гипотезы	
	Гипотеза H_0 отклоняется	Гипотеза H_1 отклоняется
Гипотеза H_0 верна	Ошибка первого рода	Правильное решение
Гипотеза H_0 не верна	Правильное решение	Ошибка второго рода

Уровнем значимости называется вероятность ошибочного отклонения нулевой гипотезы. Или уровень значимости это вероятность ошибки первого рода при принятии решения

Традиционная интерпретация уровней значимости при $\alpha=0.05$

Вопрос о величине α — вопрос о том, при каком же p -уровне исследователь может отклонить H_0 , решается преимущественно исходя из неформальных соглашений, принятых на основе практического опыта в различных областях исследования. Традиционная интерпретация различных уровней значимости исходит из $\alpha = 0,05$ и приведена в табл. В соответствии с ней приемлемым для отклонения H_0 признается уровень $p \leq 0,05$. Такая относительно высокая вероятность ошибки I рода может быть рекомендована для небольших выборок (когда высока вероятность ошибки II рода). Если объемы выборок около 100 и более объектов, то порог отклонения H_0 целесообразно снизить до $\alpha = 0,01$ и принимать решение о наличии связи (различий) при $p \leq 0,01$.

Традиционная интерпретация уровней значимости при $\alpha=0.05$

(А.Д. Наследов)

Традиционная интерпретация уровней значимости при $\alpha = 0,05$

Уровень значимости	Решение	Возможный статистический вывод
$p > 0,1$	Принимается H_0	«Статистически достоверные различия не обнаружены»
$p \leq 0,1$	сомнения в истинности H_0 , неопределенность	«Различия обнаружены на уровне статистической тенденции»
$p \leq 0,05$	значимость, отклонение H_0	«Обнаружены статистически достоверные (значимые) различия»
$p \leq 0,01$	высокая значимость, отклонение H_0	«Различия обнаружены на высоком уровне статистической значимости»



$p > 0,1$



$p \leq 0,1$



$p \leq 0,05$



$p \leq 0,01$



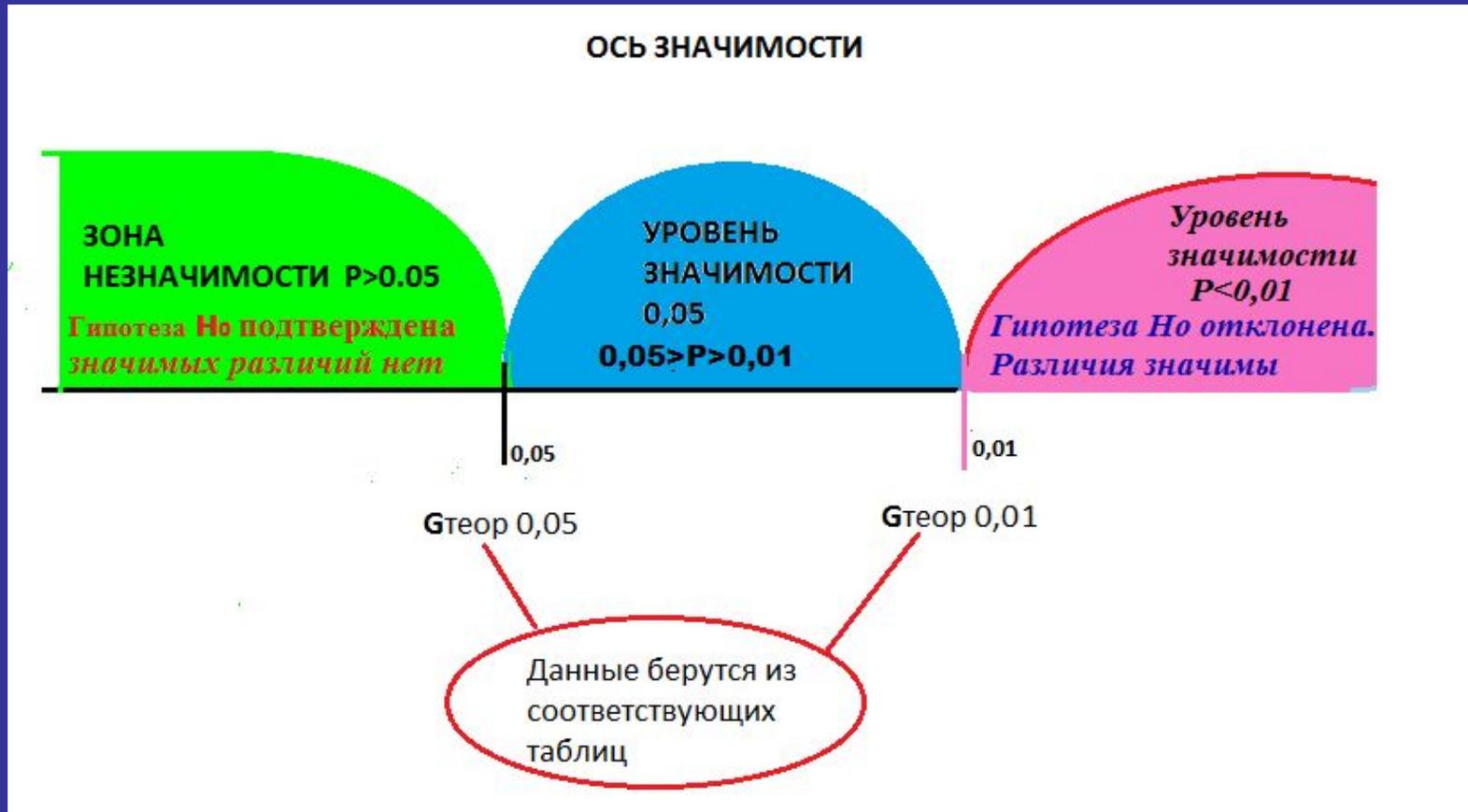
$p \leq 0,001$

Из приведенного ниже слайда следует, что точка на оси значимости отражает положение полученного результата относительно двух точек:

$G_{\text{теор } 0,05}$ и $G_{\text{теор } 0,01}$.

Использование таблиц, рассчитанных для конкретных критериев позволяет ответить на вопрос об уровне значимости анализируемого результата.

Общие принципы анализа результатов исследования



При использовании компьютерных методов обработки получается асимптотическое значение, которое и сравнивается с указанными выше значениями (0,05 и 0,01).

Схема - классификации статистических гипотез



Классификация задач, решаемых с использованием математических методов

1. Задачи, требующие установления сходства или различия.
2. Задачи, требующие группировки и классификации данных.
3. Задачи, ставящие целью анализ источников вариативности получаемых психологических признаков.
4. Задачи, предполагающие возможность прогноза на основе имеющихся данных

Классификация психологических задач по методам обработки (по Е. Сидоренко)

Задачи	Условия	Методы
1. Выявление различий в уровне исследуемого признака	а) 2 выборки испытуемых	Q - критерий Розенбаума; U - критерий Манна-Уитни
	б) 3 и более выборок испытуемых	S - критерий тенденций Джонкира; H - критерий Крускала-Уоллиса.
2. Оценка сдвига значений исследуемого признака	а) 2 замера на одной и той же выборке испытуемых	T - критерий Вилкоксона; G - критерий знаков; Угловое преобразование Фишера
	б) 3 замера на одной и той же выборке испытуемых	χ_p^2 - критерий Фридмана; L - критерий тенденций Пейджа.
3. Выявление различий в распределении	а) при сопоставлении эмпирического признака распределения с теоретическим	χ^2 - критерий Пирсона хи-квадрат; λ - критерий Колмогорова-Смирнова; m - биномиальный критерий.
	б) при сопоставлении двух эмпирических распределений	λ - критерий Колмогорова-Смирнова
		ϕ^* - критерий ϕ^* — угловое преобразование Фишера
4. Выявление степени согласованности изменений	а) двух признаков	r_s - коэффициент ранговой корреляции Спирмена.
	б) двух иерархий или профилей	r_s - коэффициент ранговой корреляции Спирмена.
5. Анализ изменений признака под влиянием контролируемых условий	а) под влиянием одного фактора	L - критерий тенденций Пейджа; однофакторный дисперсионный анализ Фишера.
	б) под влиянием двух факторов одновременно	Двухфакторный дисперсионный анализ Фишера.

Дополнительные возможности

<p>6. Факторный анализ - это один из способов снижения размерности, то есть выделения во всей совокупности признаков тех, которые действительно влияют на изменение зависимой переменной.</p>	<p>Наличие признаков, измеренных в абсолютной шкале.</p>	<p>1. Подготовки ковариационной матрицы (Иногда вместо нее используется корреляционная матрица); 2. Выделения первоначальных ортогональных векторов (основной этап); 3. Вращение с целью получения окончательного решения.</p>
<p>7. Кластерный анализ</p>		<p>1. Объединение по наблюдениям; 2. Объединение по признакам.</p>

СТАТИСТИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ

Параметрические критерии

Критерии, включающие в формулу расчета параметры распределения, то есть средние и дисперсии (t-критерий Стьюдента, критерий Фишера и др.).

Непараметрические критерии

Критерии, не включающие в формулу расчета параметры распределения и основанные на оперировании частотами или рангами (критерий знаков – Q-критерий, критерий Фридмана, критерий Вилкоксона и др.)

И те, и другие критерии имеют свои преимущества и недостатки. На основании нескольких руководств можно составить таблицу, позволяющую оценить возможности и ограничения тех и других.

Возможности и ограничения параметрических и непараметрических критериев

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ

Позволяют прямо оценить различия в средних, полученных в двух выборках (t - критерий Стьюдента).

Позволяют прямо оценить различия в дисперсиях (критерий Фишера).

Позволяют выявить тенденции изменения признака при переходе от условия к условию (дисперсионный однофакторный анализ), но лишь при условии предположения о нормальном распределении признака.

Позволяют оценить взаимодействие двух и более факторов в их влиянии на изменения признака (факторный анализ).

При этом, экспериментальные данные должны отвечать двум, а иногда трем, условиям:

а) значения признака измерены по интервальной или абсолютной шкале;

б) распределение признака является нормальным.

Математические расчеты без использования пакетов прикладных программ (напр. SPSS) довольно сложны.

Если условия, перечисленные выше выполняются, параметрические критерии оказываются несколько более мощными, чем непараметрические.

НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ

1. Позволяют оценить лишь средние тенденции, например, ответить на вопрос, чаще ли в выборке А встречаются более высокие, а в выборке Б - более низкие значения признака (критерии Q, U, φ^* и др.).

2. Позволяют оценить лишь различия в диапазонах вариативности признака (критерий φ^*).

3. Позволяют выявить тенденции изменения признака при переходе от условия к условию при любом распределении признака (критерии тенденций L и S).

4. Экспериментальные данные могут не отвечать ни одному из этих условий:

а) значения признака могут быть представлены в любой шкале, начиная от шкалы наименований;

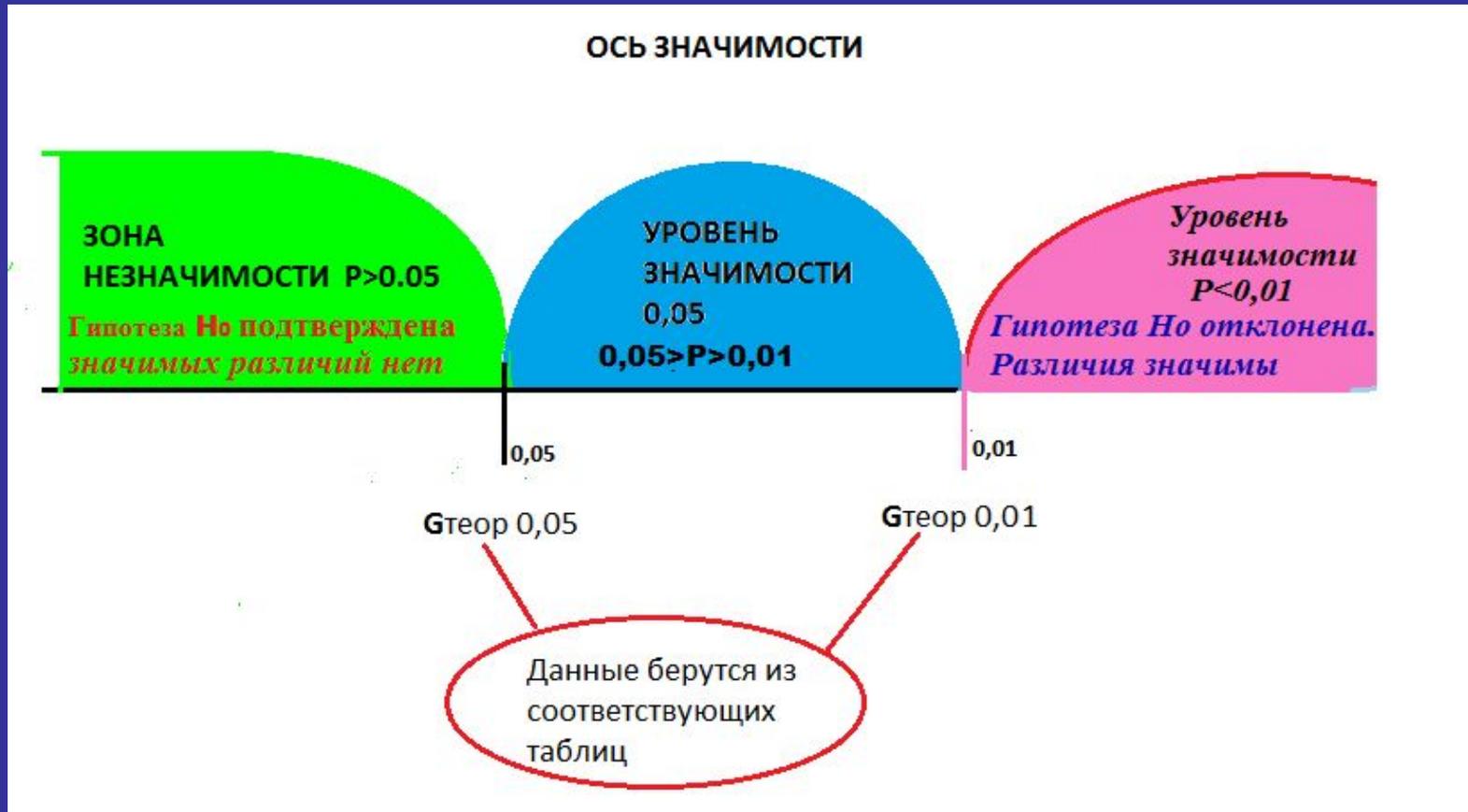
б) распределение признака может быть любым и совпадение его с каким-либо теоретическим законом распределения необязательно и не нуждается в проверке;

в) требование равенства дисперсий отсутствует.

5. Математические расчеты по большей части просты и занимают мало времени (за исключением критериев χ^2 и λ).

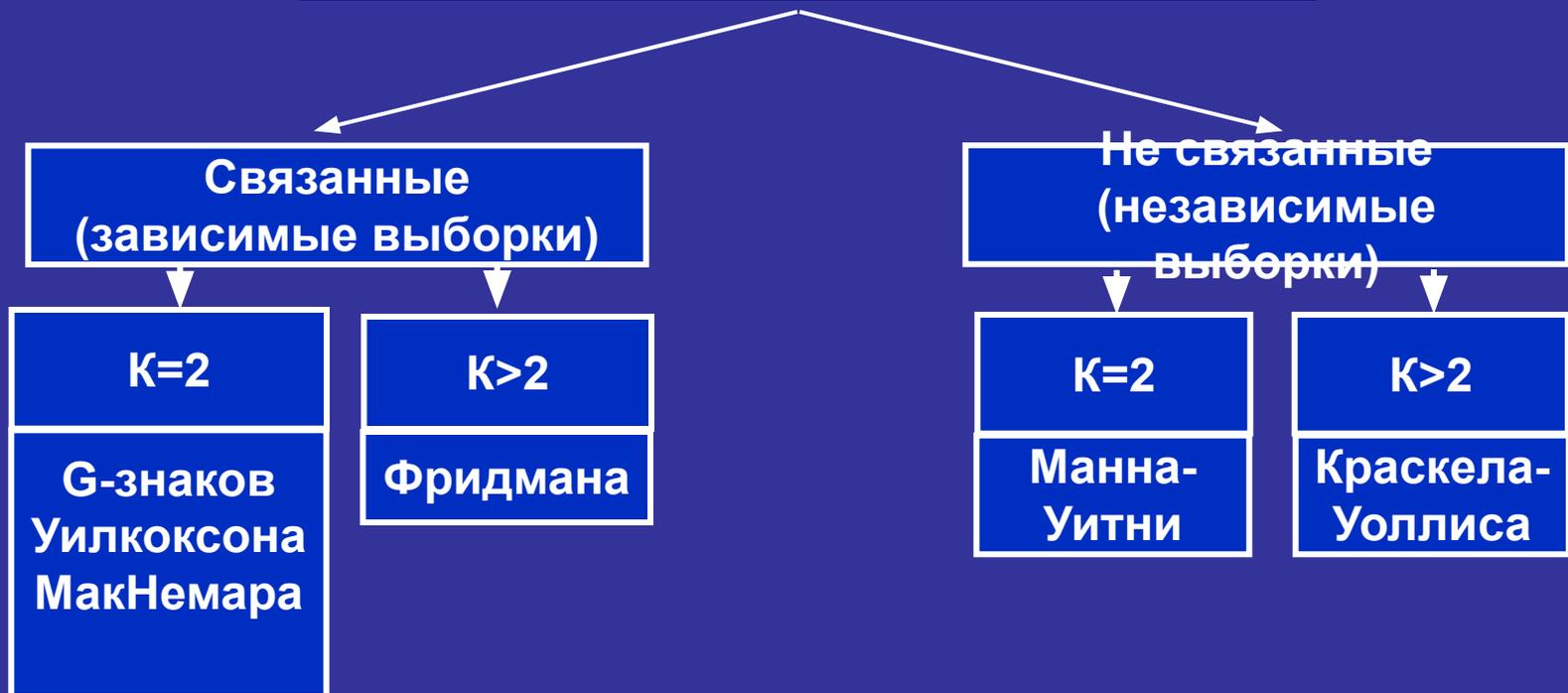
6. Если условия, перечисленные в п.4, не выполняются, непараметрические критерии оказываются более мощными, чем параметрические, так как они менее чувствительны к "засорениям".

Общие принципы анализа результатов исследования



При использовании компьютерных методов обработки получается асимптотическое значение, которое и сравнивается с указанными выше значениями (0,05 и 0,01).

НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ



- **G - Критерий знаков**

Критерий знаков используется при проверке нулевой гипотезы о равенстве двух непрерывно распределенных случайных величин. Критерий применяется к паре *связанных выборок*. Он не использует никаких данных о характере распределения, и может применяться в широком спектре ситуаций, однако при этом он может иметь меньшую *мощность* чем более специализированные критерии.

- **T- критерий или критерий Уилкоксона**

Критерий предназначен для сопоставления показателей, измеренных в двух разных условиях на одной и той же выборке испытуемых. Он позволяет установить не только направленность изменений, но и их выраженность, то есть способен определить, является ли сдвиг показателей в одном направлении более интенсивным, чем в другом

- **Критерий Мак-Немара** - является аналогом непараметрического критерия Уилкоксона, применяется для анализа связанных измерений в случае изменения реакции с помощью дихотомической переменной. По результатам такого исследования строится результирующая таблица 2x2 в виде:

ДО/ПОСЛЕ	0	1	Всего
1	A	B	A + B
0	C	D	C + D
Всего...	A + C	B + D	N

- **Критерий Фридмана** - это непараметрический аналог дисперсионного анализа повторных измерений, применяется для анализа повторных измерений, связанных с одним и тем же индивидуумом. Логика критерия очень проста. Например, каждый испытуемый ровно один раз подвергается каждому методу воздействия (или наблюдается в фиксированные моменты времени). Результаты наблюдения у каждого испытуемого упорядочиваются. Причем отдельно упорядочиваются значения у каждого испытуемого независимо от всех остальных. Таким образом получается столько упорядоченных рядов, сколько испытуемых участвует в исследовании. Далее, для каждого метода воздействия вычисляется сумма рангов. Если разброс сумм велик - различия статистически значимы.

- **U-критерий Манна — Уитни**

Непараметрический критерий, используемый для оценки различий между двумя независимыми выборками по уровню какого-либо признака, измеренного количественно. Позволяет выявлять различия в значении параметра между малыми выборками.

Этот метод определяет, достаточно ли мала зона перекрещивающихся значений между двумя рядами (ранжированным рядом значений параметра в первой выборке и таким же во второй выборке). Чем меньше значение критерия, тем вероятнее, что различия между значениями параметра в выборках достоверны

- **H - критерий Крускала-Уоллиса.**

Критерий предназначен для оценки различий одновременно между тремя, четырьмя и т.д. выборками по уровню какого-либо признака. Критерий H иногда рассматривается как непараметрический аналог метода дисперсионного однофакторного анализа для несвязных выборок.

Критерий является продолжением критерия U на большее, чем 2, количество сопоставляемых выборок

НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ

обращение к критериям через SPSS

The image shows the SPSS software interface. The 'Analyze' menu is open, and the 'Nonparametric Tests' option is selected. This opens a submenu with the following options:

- Одновыборочные...
- Для независимых выборок...
- Для связанных выборок...
- Устаревшие диалоговые окна

The 'Устаревшие диалоговые окна' (Old dialog boxes) option is further expanded, showing a list of specific nonparametric tests:

- Chi-квадрат...
- Биномиальный...
- Серий...
- Одновыборочный критерий Колмогорова-Смирнова...
- Для двух независимых выборок...
- Для K независимых выборок...
- Для двух связанных выборок...
- Для K связанных выборок...

The option 'Для двух независимых выборок...' is circled in red in the original image.

Критерий Вилкоксона (обработка)

Критерий знаковых рангов Уилкоксона

Ранги

		N	Средний ранг	Сумма рангов
после - до	Отрицательные ранги	11 ^a	8,64	95,00
	Положительные ранги	5 ^b	8,20	41,00
	Связи	3 ^c		
	Всего	19		

a. после < до

b. после > до

c. после = до

Статистики критерия^b

	после - до
Z	-1,405 ^a
Асимпт. знч. (двухсторонняя)	,160

a. Используются положительные ранги.

b. Критерий знаковых рангов Уилкоксона

Критерий Фридмана (исходный набор данных и обращение к критерию)

Фридман.sav [Наборданных2] - Редактор данных IBM SPSS Statistics

Правка Вид Данные Преобразовать Анализ Прямой маркетинг Графика Сервис Окно Справка

	тест1	тест2	тест3	пер						
1	8	3	5							
2	4	15	12							
3	6	23	15							
4	3	6	6							
5	7	12	3							
6	15	24	12							
7										
8										
9										
0										
1										
2										
3										
4										
5										
6										

Критерии для нескольких связанных выборок

Проверяемые переменные:

- тест1
- тест2

Критерии

Фридмана W Кендалла Q Кокрена

OK Вставка Сброс Отмена Справка

Результат обработки

Критерий Фридмана

Ранги

	Средний ранг
тест1	1,67
тест2	2,58
тест3	1,75

Статистики критерия^a

N	6
Хи-квадрат	3,217
ст.св.	2
Асимпт. знч.	,200

а. Критерий Фридмана

Нулевая гипотеза подтверждена

Критерий МакНемара

МАКНАМАРА1.sav [Набор данных 3] - Редактор данных IBM SPSS Statistics

Файл Правка Вид Данные Преобразовать Анализ Прямой маркетинг Графика Сервис Окно Справка

	Первый	Второй	пер								
1	1	1									
2	1	1									
3	2	1									
4	2	1									
5	2	1									
6	2	1									
7	2	1									
8	2	1									
9	2	1									
10	2	1									
11	2	1									
12	2	1									
13	2	1									
14	1	2									
15	1	2									
16	2	2									
17	2	2									
18	2	2									
19	2	2									
20	2	2									
21											

Критерии для двух связанных выборок

Тестовые пары:

Пара	Переменная1	Переменная2
1	Первый опро...	Второй опро...
2		

Критерии

- Уилкоксона
- Знаков
- МакНемара
- Маргинальной однородности

OK Вставка Сброс Отмена Справка

Различия на уровне значимости 0,05

Критерий МакНемара

Таблицы сопряженности

Первый опрос & Второй опрос

Первый опрос	Второй опрос	
	нет	да
нет	2	2
да	11	5

Статистики критерия^b

	Первый опрос & Второй опрос
N	20
Точная знч. (2-сторонняя)	,022^a

а. Использованное биномиальное распределение.

б. Критерий МакНемара

Критерий Манна Уитни

- Сравнение результатов контрольной работы двух классов. Данные ранжированы

задачи	класс	пер									
2	4-а										
3	4-а										
4	4-а										
5	4-а										
6	4-а										
7	4-б										
8	4-а										
9	4-б										
1	4-а										
10	4-б										
11	4-б										

Критерии для двух независимых выборок

Список проверяемых переменных:
Результаты к.р. (ражирован...
Точные...
Параметры...

Группирующая переменная:
класс(? ?)
Задать группы...

Критерии:
 U Манна-Уитни
 Z Колмогорова-Смирнова
 Мозеса
 Серий Вальда-Вольфовица

Две независимые выборки: Зад...
Группа 1: 1
Группа 2: 2
Продолжить Отмена Справка

OK Вставка Сброс Отмена Справка

Критерий Манна Уитни, различие на уровне 0,05. Ненулевая гипотеза не подтвердилась

Критерий Манна-Уитни

Ранги

	Класс	N	Средний ранг	Сумма рангов
Результаты к.р. (ражированные)	4-а	7	4,14	29,00
	4-б	4	9,25	37,00
	Всего	11		

Статистики критерия^b

	Результаты к. р. (ражированные)
Статистика U Манна-Уитни	1,000
Статистика W Уилкоксона	29,000
Z	-2,457
Асимпт. знч. (двухсторонняя)	,014
Точная знч. [2*(1- сторонняя Знач.)]	,012^a

a. Не скорректировано на наличие связей.

b. Группирующая переменная:
Класс

Критерий Краскала-Уоллеса.

Время решения задач разными группами

Время	Группа
39	С дополнительной мотивацией
38	С дополнительной мотивацией
44	С дополнительной мотивацией
6	С дополнительной мотивацией
25	С дополнительной мотивацией
25	С дополнительной мотивацией
30	С дополнительной мотивацией
43	С дополнительной мотивацией
46	Без дополнит. мотивации
8	Без дополнит. мотивации
50	Без дополнит. мотивации
45	Без дополнит. мотивации
32	Без дополнит. мотивации
41	Без дополнит. мотивации
41	Без дополнит. мотивации
31	Без дополнит. мотивации
55	Без дополнит. мотивации
53	Слабые ученики
45	Слабые ученики
78	Слабые ученики
35	Слабые ученики
68	Слабые ученики
71	Слабые ученики

Критерии для нескольких независимых выборов

Список проверяемых переменных:
Время

Группирующая переменная:
Группа(? ?)

Критерии
 Н Краскала-Уоллеса Медианный критерий
 Джонкхир-Терпстры

OK Вставка Сброс Отмена Справка

Несколько независимых выбор...

Диапазон для группирующей переменной

Минимум: 1

Максимум: 3

Продолжить Отмена Справка

Обработка критерия

Критерий Краскела-Уоллеса

Ранги

Группы учащихся	N	Средний ранг
Время С дополнительной мотивацией	8	7,69
Без дополнит. мотивации	9	12,72
Слабые ученики	10	20,20
Всего	27	

Статистики критерия^{а,б}

	Время
Chi-квadrat	11,409
ст.св.	2
Асимпт. знч.	,003

Различие на уровне значимости 0,01

а. Критерий Краскела-Уоллеса
б. Группирующая переменная: Группы учащихся

НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ
КРИТЕРИИ
ОБЗОР

T-критерий Стьюдента

Критерий t Стьюдента направлен на оценку различий величин средних и двух выборок X и Y, которые распределены по нормальному закону. Одним из главных достоинств критерия является широта его применения. Он может быть использован для сопоставления средних у связанных и несвязанных выборок, причем выборки могут быть не равны по величине.

Случай несвязанных выборок

В общем случае формула для расчета по t - критерию Стьюдента такова:

$$t_{\text{эмп}} = \left| \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{S_d} \right|$$

где

$$S_d = \sqrt{S_x^2 + S_y^2}$$

Рассмотрим сначала равночисленные выборки. В этом случае $n_1 = n_2 = n$, тогда выражение будет вычисляться следующим образом:

$$S_d = \sqrt{S_x^2 + S_y^2} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 + \sum (y_i - \bar{y})^2}{(n-1) \times n}}$$

В случае неравночисленных выборок , выражение будет вычисляться следующим образом:

$$Sd = \sqrt{S_x^2 + S_y^2} = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2 + \sum(y_i - \bar{y})^2}{(n_1 + n_2 - 2)} \cdot \frac{(n_1 + n_2)}{(n_1 \cdot n_2)}}$$

В обоих случаях подсчет числа степеней свободы осуществляется по формуле:

$$k = (n_1 - 1) + (n_2 - 1) = n_1 + n_2 - 2$$

где n_1 и n_2 соответственно величины первой и второй выборки.

Понятно, что при численном равенстве выборок $k = 2n - 2$.

Различные варианты обработки данных с применением t -критерия позволяют сделать вывод о различии двух средних значений.

Например, в случае применения t -критерия для независимых выборок проверяется достоверность различия двух выборок по количественной переменной, измеренной у представителей этих двух выборок. Для этих выборок вычисляются средние значения количественной переменной, затем по t -критерию определяется статистическая значимость различия средних. Применение t -критерия, по-видимому, самый распространенный метод статистического вывода, так как позволяет ответить на простой вопрос: «Насколько существенны различия между двумя выборками по данной количественной переменной?» Основное требование к данным для применения этого критерия — представление переменных, по которым сравниваются выборки, в метрических единицах измерения.

T-критерий для независимых выборок

предназначен для сравнения средних значений двух выборок. Для сравниваемых выборок должны быть определены значения одной и той же переменной. С помощью t -критерия для независимых выборок можно сравнить успеваемость студентов и студенток, степень удовлетворенности жизнью холостяков и женатых, средний рост футболистов двух команд и пр. Обязательным условием для проведения этого t -критерия является независимость выборок.

Непараметрическим аналогом t -критерия является критерий Манна-Уитни

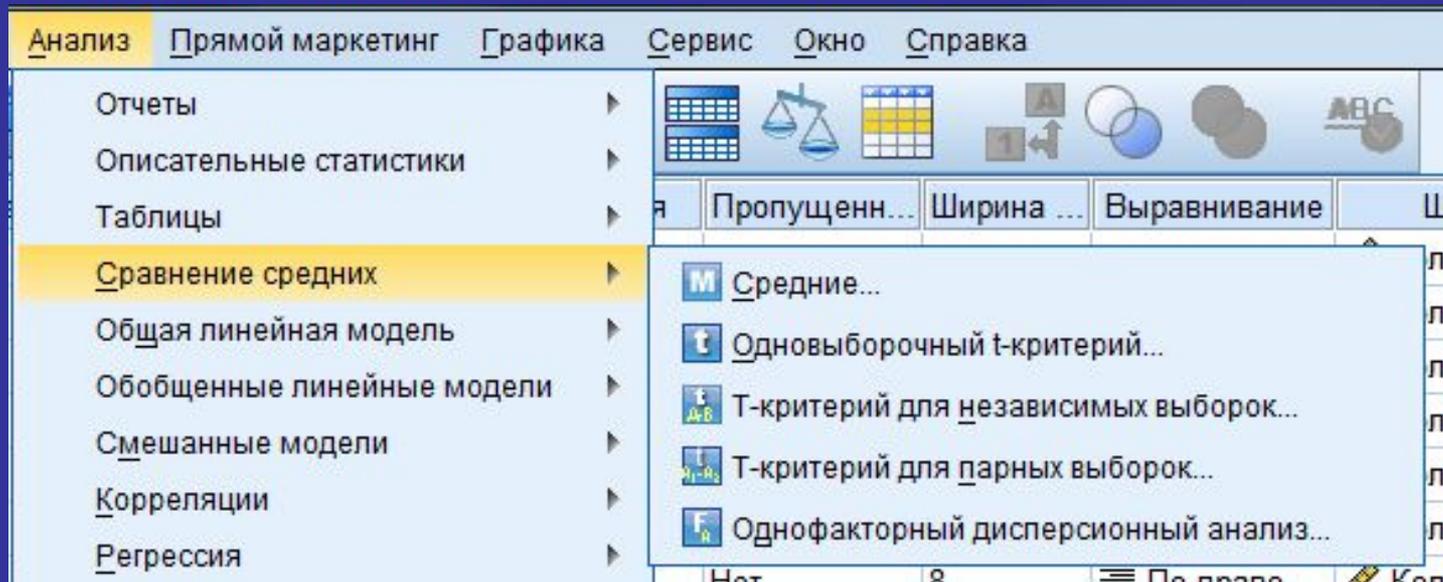
T-критерий для парных, или зависимых, выборок позволяет сравнить средние значения двух измерений одного признака для одной и той же выборки, например результаты первого и последнего экзаменов группы студентов или значения показателя до и после воздействия на группу. Обязательным условием применения T-критерия для зависимых выборок является наличие повторного измерения для одной выборки.

Непараметрическим аналогом t-критерия является критерий Уилкоксона

Одновыборочный t-критерий позволяет сравнить среднее значение этой выборки с некоторой эталонной величиной. Например, отличается ли среднее значение некоторого теста для данной выборки от нормативной величины, отличается ли время, показанное бегунами во время соревнования, от 17 минут и т. д.

t-критерий Стьюдента

обращение к критерию из SPSS



T-критерий для независимых выборок

Обработка

(ex01.sav) см. А.Д. Наследов

№	пол	класс	вуз	хобби	тест1	тест2	тест3	тест4	тест5	отметка1	отметка2
1	2	2	4	3	6	7	13	10	14	3,90	4,20
2	2	1	4	1	8	9	10	11	11	3,55	3,95
3	2	3									4,65
4	1	3									3,95
5	2	2									3,90
6	1	3									4,25
7	1	3									4,35
8	1	1									3,90
9	1	2									4,00
10	1	3									3,75
11	2	3									4,25
12	1	2									3,80
13	1	2									4,30
14	1	3									4,55
15	1	3									4,55
16	1	2									4,30
17	2	1									3,55
18	2	3									4,00
19	2	2	4	1	14	15	11	11	16	3,55	3,95

T-критерий для независимых выборок

Проверяемые переменные:

- №
- класс
- вуз
- хобби [хобби]
- счет в уме [тест1]
- числовые ряды [те...]
- словарь [тест3]
- осведомленность [...]
- кратковременная ...
- отметка1

отметка2

Группировать по:

пол(1 2)

Задать группы...

Параметры...
Бутстреп...

OK Вставка Сброс Отмена Справка

T-критерий

Групповые статистики

пол	N	Среднее	Стд. отклонение	Стд. ошибка среднего
отметка2 ЖЕН	61	4,2779	,26856	,03439
МУЖ	39	4,1308	,26622	,04263

Дважды щелкните, чтобы активировать

Значимое различие средних оценок у юношей и девушек

Критерий для независимых выборок

		Критерий равенства дисперсий Левина		t-критерий равенств			
		F	Знч.	t	ст.св.	Значимость (2-сторонняя)	Разность средних
отметка2	Предполагается равенство дисперсий	,060	,807	2,681	98	,009	,14710
	Равенство дисперсий не предполагается			2,686	81,647	,009	,14710

T-критерий для парных выборок

Обработка

(ex01.sav) см. А.Д. Наследов

Сравнение успеваемости по двум срезам

№	пол	класс	вуз	хобби	тест1	тест2	тест3	тест4	тест5	отметка1	отметка2	пер
1	2	2	4	3	6	7	13	10	14	3,90	4,20	
2												
3												
4												
5												
6												
7												
8												
9												
10												
11												
12												
13												
14												
15												
16												
17	2	1	4	1	13	8	10	7	16	3,65	3,55	
18	2	3	4	1	10	12	13	13	12	4,10	4,00	

Т-критерий для парных выборок

Парные переменные:

Пара	Переменная1	Переменная2
1	[отметка1]	[отметка2]
2		

Параметры...
Бутстреп...

OK Вставка Сброс Отмена Справка



Показано 12 переменных из 12

	№	пол	класс	вуз	хобби	тест1	тест2	тест3	тест4	тест5	отметка1	отметка2	пер	пер	пер	пер	пер	пер
1	1	2	2	4	3	6	7	13	10	14	3,90	4,20						
2	2	2	1	4	1	8	9	10	11	11	3,55	3,95						
3	3	2	3	3	2	10	6	10	8	9	3,75	4,65						
4	4	1	3	1	2	13	9	10	12	6	3,85	3,95						
5	5	2	2	3	3	12	8	12	18	12	4,20	3,90						
6	6	1	3	2	3	12	15	17	11	11	4,25	4,25						
7	7	1	3	2	3	6	7	11	16	13	4,45	4,35						
8	8	1	1	1	2	13	11	10	10	10	3,80	3,90						
9	9	1	2	4	3	9	12	14	9	15	3,90	4,00						
10	10	1	3	2	3	5	9	13	13	12	4,25	3,75						
11	11	2	3	2	2	14	12	8	8	6	4,25	4,25						
12	12	1	2	2	2	12	9	11	8	10	3,80	3,80						
13	13	1	2	2	3	8	10	11	13	12	4,10	4,30						
14	14	1	3	3	3	10	10	11	10	12	3,95	4,55						
15	15	1	3	2	2	10	8	12	11	11	4,25	4,55						
16	16	1	2	4	2	14	14	13	10	15	4,30	4,30						
17	17	2	1	4	1	13	8	10	7	16	3,65	3,55						
18	18	2	3	4	1	10	12	13	13	12	4,10	4,00						
19	19	2	2	4	1	14	15	11	11	16	3,55	3,95						
20	20	2	1	4	1	13	8	13	14	10	3,45	4,15						
21	21	2	1	4	1	13	10	8	11	13	3,85	4,55						
22	22	2	2	4	1	10	10	17	15	18	3,75	4,15						
23	23	1	3	2	2	11	12	12	12	11	3,95	4,25						

Данные Переменные

Значимое различие оценок 1-го и 2-го измерения

Т-критерий

Статистики парных выборок

	Среднее	N	Стд. отклонение	Стд. ошибка среднего
Пара 1 отметка1	3,9630	100	,30597	,03060
отметка2	4,2205	100	,27589	,02759

Корреляции парных выборок

	N	Корреляция	Знч.
Пара 1 отметка1 & отметка2	100	,434	,000

Критерий парных выборок

	Парные разности					t	ст.св.	Значимость (2-сторонняя)
	Среднее	Стд. отклонение	Стд. ошибка среднего	95% доверительный интервал разности средних				
				Нижняя граница	Верхняя граница			
Пара 1 отметка1 - отметка2	-,25750	,31062	,03106	-,31913	-,19587	-8,290	99	,000

Одновыборочный Т-критерий. Сравнение средних с эталоном (ex01.sav) см. А.Д. Наследов

№	пол	класс	вуз	хобби	тест1	тест2	тест3	тест4	тест5	отметка1	отметка2
1	2	2	4	3	6	7	13	10	14	3,90	4,20
2	2	1	4	1	8	9	10	11	11	3,55	3,95
3	2	2	4	3	13	8	13	7	16	3,75	4,05
4	2	2	4	3	13	8	10	7	16	3,65	3,55
5	2	2	4	3	13	8	10	7	16	3,65	3,55
6	2	2	4	3	13	8	10	7	16	3,65	3,55
7	2	2	4	3	13	8	10	7	16	3,65	3,55
8	2	2	4	3	13	8	10	7	16	3,65	3,55
9	2	2	4	3	13	8	10	7	16	3,65	3,55
10	2	2	4	3	13	8	10	7	16	3,65	3,55
11	2	2	4	3	13	8	10	7	16	3,65	3,55
12	2	2	4	3	13	8	10	7	16	3,65	3,55
13	2	2	4	3	13	8	10	7	16	3,65	3,55
14	2	2	4	3	13	8	10	7	16	3,65	3,55
15	2	2	4	3	13	8	10	7	16	3,65	3,55
16	2	2	4	3	13	8	10	7	16	3,65	3,55
17	2	1	4	1	13	8	10	7	16	3,65	3,55
18	2	2	4	3	13	8	10	7	16	3,65	3,55

№	пол	класс	вуз	хобби	тест1	тест2	тест3	тест4	тест5	отметка1	отметка2
1	2	2	4	3	6	7	13	10	14	3,90	4,20
2	2	1	4	1	8	9	10	11	11	3,55	3,95
3	2	2	4	3	13	8	13	7	16	3,75	4,05
4	2	2	4	3	13	8	10	7	16	3,65	3,55
5	2	2	4	3	13	8	10	7	16	3,65	3,55
6	2	2	4	3	13	8	10	7	16	3,65	3,55
7	2	2	4	3	13	8	10	7	16	3,65	3,55
8	2	2	4	3	13	8	10	7	16	3,65	3,55
9	2	2	4	3	13	8	10	7	16	3,65	3,55
10	2	2	4	3	13	8	10	7	16	3,65	3,55
11	2	2	4	3	13	8	10	7	16	3,65	3,55
12	2	2	4	3	13	8	10	7	16	3,65	3,55
13	2	2	4	3	13	8	10	7	16	3,65	3,55
14	2	2	4	3	13	8	10	7	16	3,65	3,55
15	2	2	4	3	13	8	10	7	16	3,65	3,55
16	2	2	4	3	13	8	10	7	16	3,65	3,55
17	2	1	4	1	13	8	10	7	16	3,65	3,55
18	2	2	4	3	13	8	10	7	16	3,65	3,55

T-критерий

Статистики для одновыборочного t-критерия

	N	Среднее	Стд. отклонение	Стд. ошибка среднего
числовые ряды	100	10,35	2,768	,277
словарь	100	11,96	2,857	,286

Различий нет. Но подтверждена

*Различия значимы на уровне $P < 0,01$.
Но отклонена*

Одновыборочный t-критерий

	Проверяемое значение = 10					
	t	ст. св.	Значимость (2-сторонняя)	Разность средних	95% доверительный интервал разности средних	
					Нижняя граница	Верхняя граница
числовые ряды	1,264	99	,209	,350	-,20	,90
словарь	6,861	99	,000	1,960	1,39	2,53



Одновыборочный t-критерий

T - критерий для независимых и связанных выборок

ex01.sav [Наборданных1] - Редактор данных IBM SPSS Statistics

Показано 12 переменных из 12

	№	пол	класс	вуз	хобби	тест1	тест2	тест3	тест4	тест5	отметка1	отметка2	пер	пер	пер	пер	пер	пер
1	1	2	2	4	3	6	7	13	10	14	3,90	4,20						
2	2	2	1	4	1	8	9	10	11	11	3,55	3,95						
3	3	2	3	3	2	10	6	10	8	9	3,75	4,65						
4	4	1	3	1	2	13	9	10	12	6	3,85	3,95						
5	5	2	2	3	3	12	8	12	18	12	4,20	3,90						
6	6	1	3	2	3	12	15	17	11	11	4,25	4,25						
7	7	1	3	2	3	6	7	11	16	13	4,45	4,35						
8	8	1	1	1	2	13	11	10	10	10	3,80	3,90						
9	9	1	2	4	3	9	12	14	9	15	3,90	4,00						
10	10	1	3	2	3	5	9	13	13	12	4,25	3,75						
11	11	2	3	2	2	14	12	8	8	6	4,25	4,25						
12	12	1	2	2	2	12	9	11	8	10	3,80	3,80						
13	13	1	2	2	3	8	10	11	13	12	4,10	4,30						
14	14	1	3	3	3	10	10	11	10	12	3,95	4,55						
15	15	1	3	2	2	10	8	12	11	11	4,25	4,55						
16	16	1	2	4	2	14	14	13	10	15	4,30	4,30						
17	17	2	1	4	1	13	8	10	7	16	3,65	3,55						
18	18	2	3	4	1	10	12	13	13	12	4,10	4,00						
19	19	2	2	4	1	14	15	11	11	16	3,55	3,95						
20	20	2	1	4	1	13	8	13	14	10	3,45	4,15						
21	21	2	1	4	1	13	10	8	11	13	3,85	4,55						
22	22	2	2	4	1	10	10	17	15	18	3,75	4,15						
23	23	1	3	2	2	11	12	12	12	11	3,95	4,25						

Процессор IBM SPSS Statistics готов

Рабочий стол 10:38 21.03.2014

Дисперсионный анализ

Дисперсионный анализ (Analysis Of Variances, ANOVA — общепринятое обозначение метода) — это процедура сравнения средних значений выборок, на основании которой можно сделать вывод о соотношении средних значений генеральных совокупностей.

Анализ изменчивости признака под влиянием каких-либо контролируемых переменных факторов.

Обобщенно задача дисперсионного анализа состоит в том, чтобы из общей вариативности признака выделить три частные вариативности:

- Вариативность, обусловленную действием *каждой* из исследуемых независимых переменных.
- Вариативность, обусловленную *взаимодействием* исследуемых независимых переменных.
- Вариативность *случайную*, обусловленную всеми неучтенными обстоятельствами.

Ближайшим и более простым аналогом ANOVA является t-критерий.

В отличие от t-критерия дисперсионный анализ предназначен для сравнения не двух, а нескольких выборок. Слово «дисперсионный» в названии указывает на то, что в процессе анализа сопоставляются компоненты дисперсии изучаемой переменной. Общая изменчивость переменной раскладывается на две составляющие: межгрупповую (факторную), обусловленную различием групп (средних значений), и внутригрупповую (ошибки), обусловленную случайными (неучтенными) причинами. Чем больше частное от деления межгрупповой изменчивости на внутригрупповую (F-отношение), тем больше различаются средние значения сравниваемых выборок и тем выше статистическая значимость этого различия.

Вариативность, обусловленная действием исследуемых переменных и их взаимодействием соотносится со случайной вариативностью. Показателем этого соотношения является

F – критерий Фишера, который используется для сравнения дисперсий двух вариационных рядов.

Он вычисляется по формуле:

$$F = \frac{S_1}{S_2}$$

где S_1 - большая дисперсия, S_2 - меньшая дисперсия.

Если вычисленное значение критерия F больше критического для определенного уровня значимости и соответствующих чисел степеней свободы для числителя и знаменателя, то дисперсии считаются различными.

Число степеней свободы числителя и знаменателя определяется по формуле: $n_i - 1$ ($i=1;2$),

Например, если мы выдвигаем гипотезу о зависимости успешности работы должностного лица от фактора Н (социальной смелости по Кэттелу), то не исключено обратное: социальная смелость респондента как раз и может возникнуть (усилиться) вследствие успешности его работы – это с одной стороны. С другой: следует отдать себе отчет в том, как именно измерялась «успешность»? Если за ее основу взяты были не объективные характеристики (модные нынче «объемы продаж» и проч.), а экспертные оценки сослуживцев, то имеется вероятность того, что «успешность» может быть подменена поведенческими или личностными характеристиками (волевыми, коммуникативными, внешними проявлениями агрессивности и .т.д.)

Исходные данные для дисперсионного анализа

№	..	3	0		Нет	Нет	4	☰ По правому...
пол	..	1	0		{1, ЖЕН}...	Нет	4	☰ По правому...
класс	..	1	0		Нет	Нет	5	☰ По правому...
вуз	..	1	0		{1, ГУМ}...	Нет	4	☰ По правому...
хобби	..	1	0	хобби	{1, спорт}...	Нет	5	☰ По правому...
тест1	..	2	0	счет в уме				
тест2	..	2	0	числовые ряды				
тест3	..	2	0	словарь				
тест4	..	2	0	осведомленно...				
тест5	..	2	0	кратковременн...				
отметка1	..	3	2					
отметка2	..	3	2					

Метки значений ✕

Метки значений

Значение:

Метка:

Проверка орфографии...

1 = "спорт"
 2 = "компьютер"
 3 = "искусство"

Добавить
Изменить
Удалить

OK
Отмена
Справка

Запуск процедуры вычислений

*ex01.sav [Набор данных1] - Редактор данных IBM SPSS Statist

ка Вид Данные Преобразовать Анализ Прямой маркетинг Графика Сервис Окно Справка

Отчеты
Описательные статистики
Таблицы
Сравнение средних
Общая линейная модель
Обобщенные линейные модели
Смешанные модели
Корреляции
Регрессия
Логлинейный
Нейронные сети
Классификация
Снижение размерности
Шкалирование
Непараметрические критерии
Прогнозирование
Дожитие
Множественные ответы

Пропущенные Ширина ... Вы

М Средние...
t Одновыборочный t-критерий...
t T-критерий для независимых выборок...
t T-критерий для парных выборок...
F Однофакторный дисперсионный анализ...

Имя
№	..	3	0
пол	..	1	0
класс	..	1	0
вуз	..	1	0
хобби	..	1	0
хобби	..	1	0
хобби	..	1	0
тест1	..	2	0
тест2	..	2	0
тест3	..	2	0
тест4	..	2	0
тест5	..	2	0
отметка1	..	3	2
отметка2	..	3	2

	Нет	5	≡ П
	Нет	5	≡ П
	Нет	5	≡ П
	Нет	5	≡ П
	Нет	5	≡ П
	Нет	5	≡ П
	Нет	8	≡ П
	Нет	8	≡ П

Однофакторный дисперсионный анализ

Имя
1	№	..	3 0
2	пол	..	1 0
3	класс	..	1 0
4	вуз	..	1 0
5	хобби	..	1 0
6	тест1	..	2 0
7	тест2	..	2 0
8	тест3	..	2 0
9	тест4	..	2 0
10	тест5	..	2 0
11	отметка1	..	2 0
12	отметка2	..	2 0
13		..	2 0
14		..	2 0
15		..	2 0
16		..	2 0
17		..	2 0
18		..	2 0
19		..	2 0

Список зависимых переменных

счет в уме [тест1]

Фактор:

хобби [хобби]

Контрасты...
 Апостериорные...
 Параметры...
 Бутстреп...

OK Вставка Сброс Отмена Справка

Выравнивание	Шкала	Роль
По правому...	Количествен...	Входная

Однофакторный дисперсионный анализ: Апостериорные множественные сравнения

Предполагается равенство дисперсий

НЗР С-Н-К Уоллер-Дункан
 Бонферрони Тьюки Даннетт
 Шидак b Тьюки Даннетт
 Шеффе Дункан Даннетт
 F P-Э-Г-У GT2 Гохберга Критерий
 Q P-Э-Г-У Габриэль Критерий

Отношение ошибок тип I/тип II: 100

Контрольная категория: Последний

Критерий
 2-сторонний < эталонного значения > эталонного значения

Равенство дисперсий не предполагается

T2 Тамхейна T3 Даннетт Геймс-Хоуэлл С Даннетта

Уровень значимости: 0,05

Продолжить Отмена Справка

*ex01.sav [Наборданных1] - Редактор данных IBM SPSS Statistics

Однофакторный дисперсионный анализ

Однофакторный дисперсионный анализ

Статистики

- Описательные**
- Фиксированные и случайные эффекты
- Проверка однородности дисперсии
- Брауна-Форсайта
- Уэлч
- График средних

Пропущенные значения

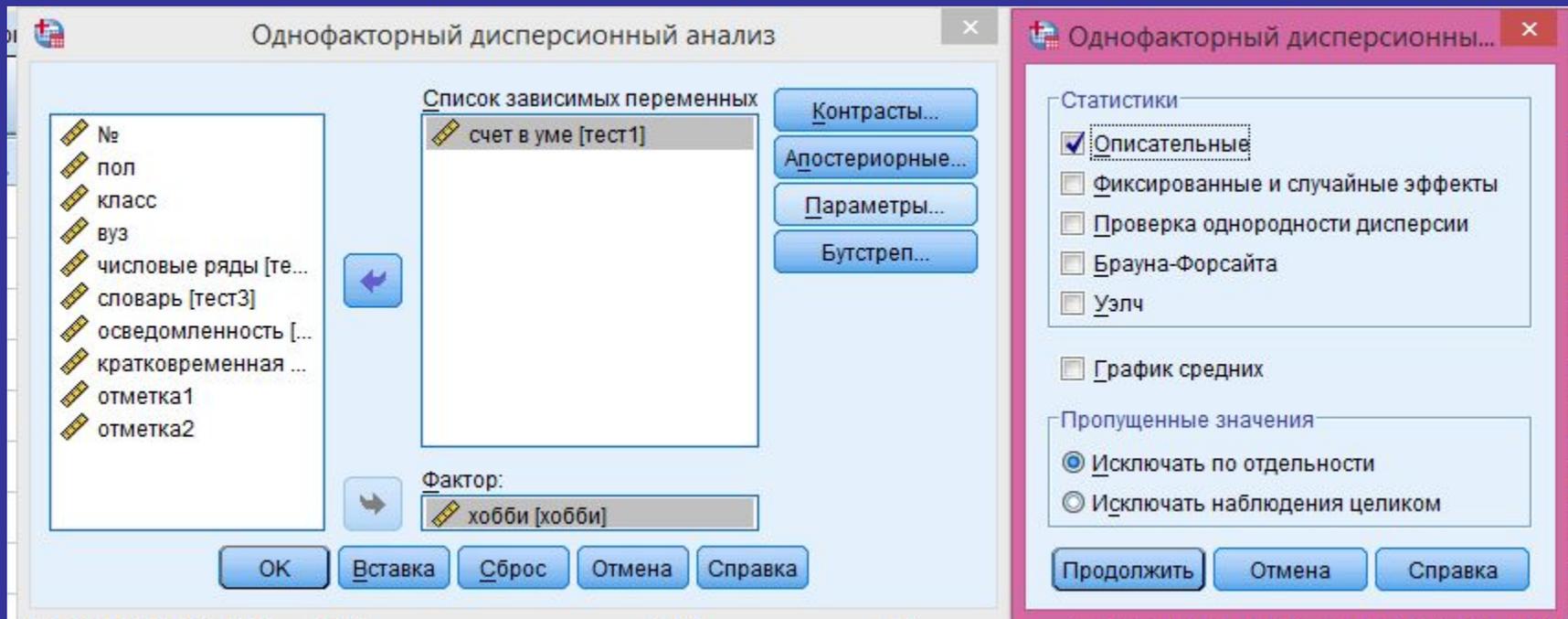
- Исключать по отдельности
- Исключать наблюдения целиком

Продолжить Отмена Справка

Имя	Роль	
1	№	..	3	0	
2	пол	..	1	0	Входная
3	класс	..	1	0	Входная
4	вуз	..	1	0	Входная
5	хобби	..	1	0	Входная
6	тест1	..	2	0	Входная
7	тест2	..	2	0	Входная
8	тест3	..	2	0	Входная
9	тест4	..	2	0	Входная
10	тест5	..	2	0	Входная
11	отметка1	..	3	2	Входная
12	отметка2	..	3	2	Входная
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					

Процессор IBM SPSS Statistics готов

Рабочий стол 14:36 26.04.2014

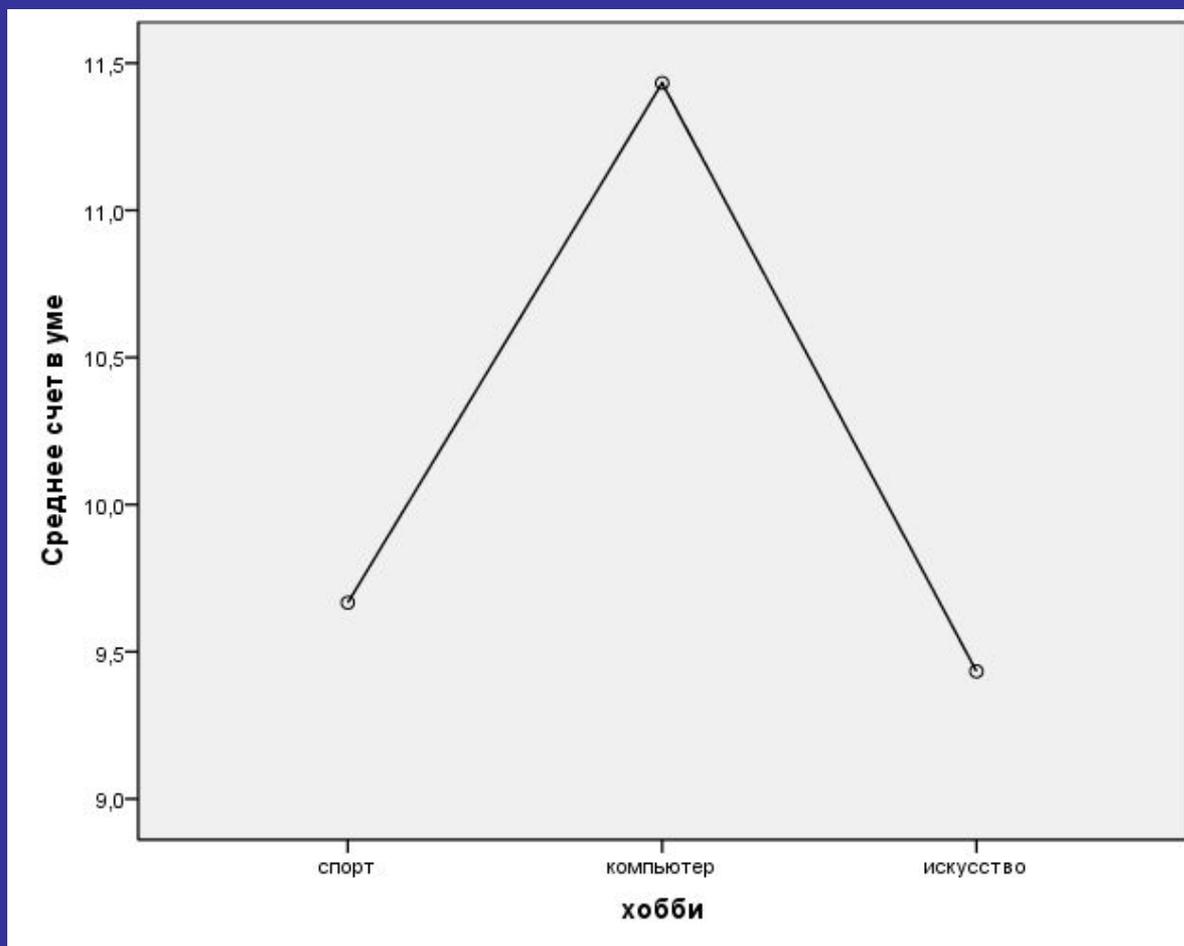


Множественные сравнения

счет в уме
НЗР

(I) хобби	J) хобби	(I-J)-я разнос ть средн их	Стд. Ошибк а	Знч.	95% доверительный интервал	
					Нижняя гранц а	Верхняя гранц а
спорт	компьютер	-1,766	,602	,004	-2,96	-,57
	искусство	,233	,635	,714	-1,03	1,49
компьютер	спорт	1,766	,602	,004	,57	2,96
	искусство	1,999	,618	,002	,77	3,23
искусство	спорт	-,233	,635	,714	-1,49	1,03
	компьютер	-1,999	,618	,002	-3,23	-,77

Зависимость счет в уме/хобби



**Однофакторный
дисперсионный
анализ**

КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ

Корреляция - это статистическая взаимосвязь двух или нескольких случайных величин (либо величин, которые можно с некоторой допустимой степенью точности считать таковыми).

При этом изменения значений одной или нескольких из этих величин сопутствуют систематическому изменению значений другой или других величин.

Математической мерой **корреляции** двух случайных величин служит корреляционное отношение, либо коэффициент корреляции. В случае, если изменение одной случайной величины не ведёт к закономерному изменению другой случайной величины, но приводит к изменению другой статистической характеристики данной случайной величины, то подобная связь не считается корреляционной, хотя и является статистической.

Использование коэффициентов корреляции в зависимости от типа шкалы измерения

ТИПЫ ШКАЛ		Мера связи
Переменная X	Переменная Y	
Интервальная или отношений	Интервальная или отношений	Коэффициент Пирсона r_{xy}
Ранговая, интервальная или отношений	Ранговая, интервальная или отношений	Коэффициент Спирмена ρ_{xy}
Ранговая	Ранговая	Коэффициент " τ " Кендала

Корреляция Пирсона, называемая так же линейной корреляцией. Установить прямую связь между переменными и их абсолютными значениями стало возможно благодаря линейному корреляционному анализу. Коэффициент Пирсона позволяет устанавливать тесноту связей между признаками. Если связь между признаками линейная, то коэффициент Пирсона определяет тесноту этой связи с высокой точностью. Корреляция Пирсона предполагает, что две рассматриваемые переменные измерены, по крайней мере, в интервальной шкале.

Для применения коэффициента корреляции Пирсона, необходимо соблюдать следующие условия:

- рассматриваемые переменные должны быть обязательно получены в шкале отношений или интервальной шкале;
- распределения переменных X и Y должны быть близки к нормальному;
- количество варьирующих признаков переменной X должно совпадать с количеством варьирующих признаков переменной Y

Формула для вычисления коэффициента корреляции Пирсона

В случае двух переменных коэффициент корреляции вычисляется по следующей формуле:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \sum_{j=1}^n (Y_j - \bar{Y})^2}},$$

где

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^n X_i / n, \quad \bar{Y} = \sum_{i=1}^n Y_i / n.$$

Корреляционный анализ в SPSS

TestIQ.sav [Наборданных1] - Редактор данных IBM SPSS Statistics

Файл П_равка В_ид Д_анные П_реобразовать А_нализ П_рямой маркетинг Г_рафика С_ервис О_кно С_правка

Отчеты
Описательные статистики
Таблицы
Сравнение средних
Общая линейная модель
Обобщенные линейные модели
Смешанные модели
Корреляции
Регрессия
Логлинейный
Нейронные сети
Классификация
Снижение размерности
Шкалирование

	Имя	Тип	Ширина
1	Осведомл	Числовая	3
2	СрытФиг	Числовая	3
3	ПропСлов	Числовая	3
4	Счет	Числовая	3
5	Понятливость	Числовая	3
6	ИсклИзобр	Числовая	3
7	Аналогии	Числовая	3
8	ЧислРяды	Числовая	3
9	УмоЗакл	Числовая	3
10	ГеомСлож	Числовая	3
11	ЗауСлов	Числовая	3
12			

Пропущенн...	Ширина
Нет	8

Парные...
Частные...
Расстояния...

Запуск программы вычисления

TestIQ.sav [Наборданных1] - Редактор данных IBM SPSS Statistics

Файл Правка Вид Данные Преобразовать Анализ Прямой маркетинг Графика Сервис Окно Справка

	Имя	Тип	...	Д...	
1	Осведомл	Ч...	3	0	осведомлен
2	СрытФиг	Ч...	3	0	скрытые фи
3	ПропСлов	Ч...	3	0	пропущенн
4	Счет	Ч...	3	0	счет в уме
5	Понятливость	Ч...	3	0	понятливост
6	ИсклИзобр	Ч...	3	0	исключение
7	Аналогии	Ч...	3	0	анalogии
8	ЧислРяды	Ч...	3	0	числовые р
9	УмоЗакл	Ч...	3	0	умозаключе
10	ГеомСлож	Ч...	3	0	геометричес
11	ЗауСлов	Ч...	3	0	заучивание
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					

Парные корреляции

Переменные:

- осведомленность [Осведомл]
- скрытые фигуры [СрытФиг]
- пропущенные слова [ПропСлов]
- счет в уме [Счет]
- понятливость [Понятливость]
- заучивание слов [ЗауСлов]
- исключение изображений [Искл...]
- анalogии [Аналогии]
- числовые ряды [ЧислРяды]
- умозаключения [УмоЗакл]
- геометрическое сложение [Гео...]

Кoeffициенты корреляции

Пирсона Тау-в Кендалла Спирмана

Критерий значимости

Двухсторонний Односторонний

Метить значимые корреляции

OK Вставка Сброс Отмена Справка

Параметры...
Бутстреп...

Результаты обработки (фрагмент)

		Корреляции			
		исключение изображений	анalogии	числовые ряды	у
исключение изображений	Корреляция Пирсона	1	,183	,252	
	Знч.(2-сторон)		,224	,092	
	N	46	46	46	
анalogии	Корреляция Пирсона	,183	1	,417**	
	Знч.(2-сторон)	,224		,004	
	N	46	46	46	
числовые ряды	Корреляция Пирсона	,252	,417**	1	
	Знч.(2-сторон)	,092	,004		
	N	46	46	46	
умозаклyчения	Корреляция Пирсона	,230	,565**	,384**	
	Знч.(2-сторон)	,124	,000	,008	
	N	46	46	46	
геометрическое сложение	Корреляция Пирсона	,195	,258	,284	
	Знч.(2-сторон)	,195	,084	,056	
	N	46	46	46	

** Корреляция значима на уровне 0.01 (2-сторон.).

Коэффициентом **ранговой корреляции Спирмена** называют непараметрический метод, используемый при статистическом исследовании связи между различными явлениями. Два количественных ряда признаков имеют некоторую степень параллелизма. Именно эта степень и определяется с целью получения оценки тесноты установленной связи. Метод ранговой корреляции Спирмена позволяет определять тесноту (или силу) и направление корреляционной связи между двумя профилями признаков или признаками. Для расчета коэффициента ранговой корреляции Спирмена выделяют следующие действия:

- каждому из признаков присваивается порядковый номер (ранг). Ранг может присваиваться как по возрастанию, так и по убыванию;
- определяется разность рангов каждой пары сопоставляемых значений;
- каждая разность возводится в квадрат, а полученные результаты затем суммируются

Таблица сопряженности признаков, измеренных в ранговой шкале (связь статуса преподавателя и количества публикаций в научных журналах)

Статус преподавателя	Количество публикаций	Ранги		d	Квадраты разности рангов (d)	S ⁺	S ⁻
		I - по статусу	II - по количеству публикаций				
Профессора	150	1	1	0	0	3	0
Доценты	40	2	3	-1	1	1	1
Ст. преподаватели	50	3	2	1	1	1	0
Ассистенты	20	4	4	0	0	0	0
Сумма					2	5	1

В таблице серым цветом выделены графы для подсчета ρ – Спирмена, голубым - для вычисления τ -Кендала

Коэффициент корреляции Спирмена

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

$$\rho = 1 - \frac{6 * 2}{4(4^2 - 1)} = 0,8$$

Пример вычисления

где: d_i — разность пар рангов для i -го объекта,
 n — число пар рангов.

(см. таблицу сопряженности признаков)

Для вычисления **коэффициента ранговой корреляции Кендала** выделим пару объектов и сравним их ранги по одному признаку и по другому (см. таблицу сопряженности). Если по данному признаку ранги образуют прямой порядок (т.е. порядок натурального ряда), то паре приписывается $+1$, если обратный, то -1 . Для выделенной пары соответствующие плюс – минус единицы (по признаку X и по признаку Y) перемножаются. Результат, очевидно, равен $+1$; если ранги пары обоих признаков расположены в одинаковой последовательности, и -1 , если в обратной.

Если порядки рангов по обоим признакам у всех пар одинаковы, то сумма единиц, приписанных всем парам объектов, максимальна и равна числу пар.

Коэффициент корреляции Кендала

$$\tau = \frac{S^+ - S^-}{\frac{1}{2}n(n-1)}$$

$$\tau = \frac{5-1}{\frac{1}{2}4(4-1)} = 0,66$$

Пример вычисления

Где S^+ & S^- берутся из таблицы сопряженности

Файл Правка Вид Данные Преобразовать Анализ Прямой маркетинг Графика Сервис Окно

Имя Тип ... Десятич... Метка Значения Пропущенн... Шир

1	статус	Чи...	4	0	Статус преподавателя	{1, Профес...	Нет	17
2	публикации	Чи...	3	0	Количество публикаций	Нет	Нет	11
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								

Метки значений

Метки значений

Значение:

Метка:

Добавить

Изменить

Удалить

1 = "Профессор"

2 = "Доцент"

3 = "Ст. преподаватель"

4 = "Ассистент"

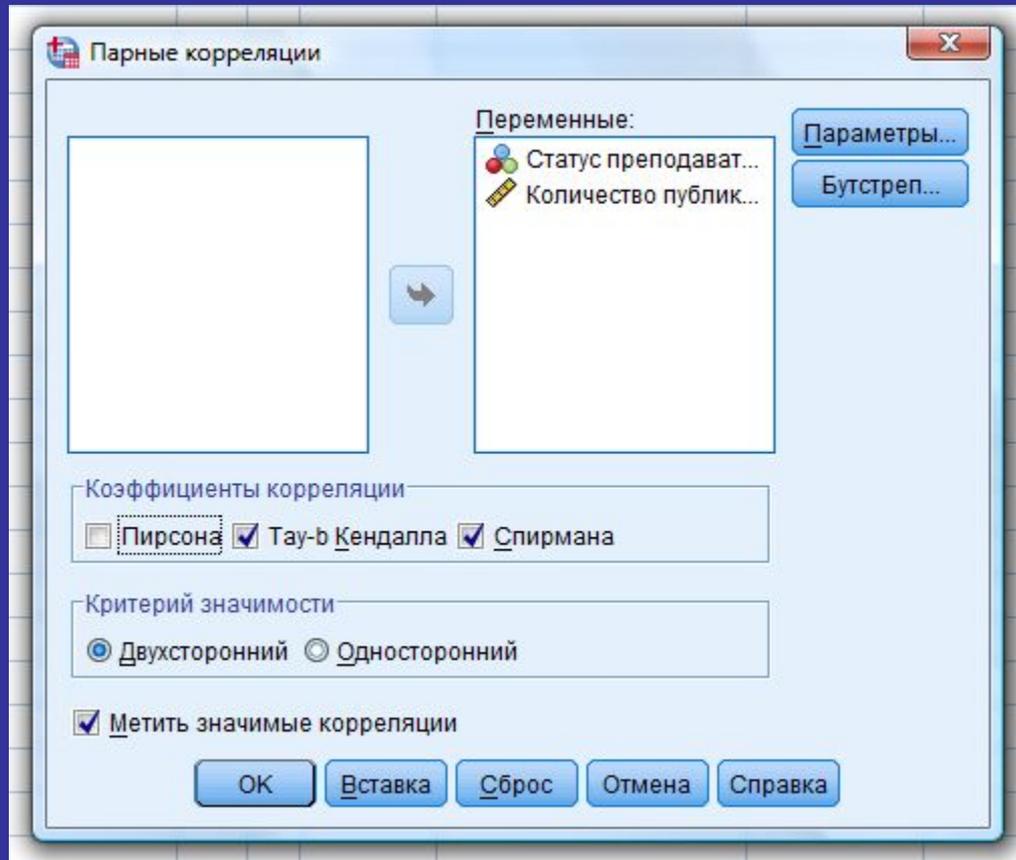
Проверка орфографии...

OK Отмена Справка

Файл Правка Вид Данные Преобразовать Анализ Прямой м

	статус	публикации	пер
1	Профессор	150	
2	Доцент	40	
3	Ст. преподаватель	59	
4	Ассистент	20	

Запуск вычислений



Пример решения задачи с использованием SPSS

Непараметрические корреляции

Корреляции

			Статус преподавателя	Количество публикаций
тау-в Кендалла	Статус преподавателя	Козффициент корреляции	1,000	-,667
		Знч. (2-сторон)	.	,174
		N	4	4
	Количество публикаций	Козффициент корреляции	-,667	1,000
		Знч. (2-сторон)	,174	.
		N	4	4
ро Спирмена	Статус преподавателя	Козффициент корреляции	1,000	-,800
		Знч. (2-сторон)	.	,200
		N	4	4
	Количество публикаций	Козффициент корреляции	-,800	1,000
		Знч. (2-сторон)	,200	.
		N	4	4

Частные корреляции

Если удалось установить тесную зависимость между двумя исследуемыми величинами, отсюда ещё непосредственно не следует их причинная взаимообусловленность. Из причинной связи величин следует стохастическая связь, из стохастической связи не всегда следует причинная.

За счет эффектов одновременного влияния неучтенных факторов на исследуемые переменные может искажаться смысл истинной связи между переменными. Например, подсчеты приводят к положительному значению коэффициента корреляции между парой случайных величин, в то время как истинная связь между ними имеет отрицательный смысл. Такую корреляцию между двумя переменными часто называют «ложной». Более детально подобные ситуации — обнаружение и исключение «общих причинных факторов», расчет «очищенных» или частных коэффициентов корреляции — исследуют методами многомерного корреляционного анализа.

Исключить влияние третьей переменной позволяет **частный коэффициент корреляции**. Частным коэффициентом корреляции между случайными величинами X и Y при исключении влияния случайной величины Z называется

$$r_{xy/z} = \frac{r_{xy} - r_{xz}r_{yz}}{\sqrt{(1-r_{xz}^2)(1-r_{yz}^2)}}$$

где r_{xy}, r_{xz}, r_{yz} — коэффициенты корреляции Пирсона между случайными величинами x, y, z .

Если переменная Z не влияет, то из формулы видно, что $r_{xy/z} = r_{xy}$.

Пример вычислений

ex01.sav [Наборданных16] - Редактор данных IBM SPSS S

ка Вид Данные Преобразовать Анализ Прямой маркетинг Графика Сервис Окно Справка

Имя	Тип	Ширина	Десятич...	Метка	Значения	Пропущенн...	Ширина ...
№	Числовая						
пол	Числовая						
класс	Числовая						
вуз	Числовая						
хобби	Числовая						
тест1	Числовая						
тест2	Числовая						
тест3	Числовая						
тест4	Числовая						
тест5	Числовая						
отметка1	Числовая						
отметка2	Числовая						

Частные корреляции

Переменные:

- отметка1
- отметка2

Исключаемые:

- класс

Критерий значимости:

Двухсторонний Односторонний

Выводить истинный уровень значимости

OK Вставка Сброс Отмена Справка

Параметры...
Бутстреп...

Сравнение результатов вычисления общего и частного коэффициентов корреляции

Частные корреляции

Корреляции

Контрольные переменные			отметка1	отметка2
класс	отметка1	Корреляция	1,000	,247
		Значимость (2-сторон.)	.	,014
		ст.св.	0	97
	отметка2	Корреляция	,247	1,000
		Значимость (2-сторон.)	,014	.
		ст.св.	97	0

С учетом влияния класса. зависимости нет

Корреляции

Корреляции

		отметка1	отметка2
отметка1	Корреляция Пирсона	1	,434**
	Знч.(2-сторон)		,000
	N	100	100
отметка2	Корреляция Пирсона	,434**	1
	Знч.(2-сторон)	,000	
	N	100	100

** Корреляция значима на уровне 0.01 (2-сторон.).

КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ

КОНЕЦ