Макраскопическое отклонение от квазинейтральности ведет к появлению электрического поля.

Для плоского слоя плазмы: $\delta x$ -смещение электронов

$$m\delta\ddot{x} = -eE_x = -4\pi ne^2\delta x$$

Ленгмюровские колебания

Плазменная частота $$\omega_p = \sqrt{\frac{4\pi ne^2}{m}}$$

$$\omega_p\,[\mathrm{c}^{-1}] = 5{,}6\cdot 10^4\sqrt{n\,[\mathrm{см}^{-3}]}$$

# Элементарные процессы

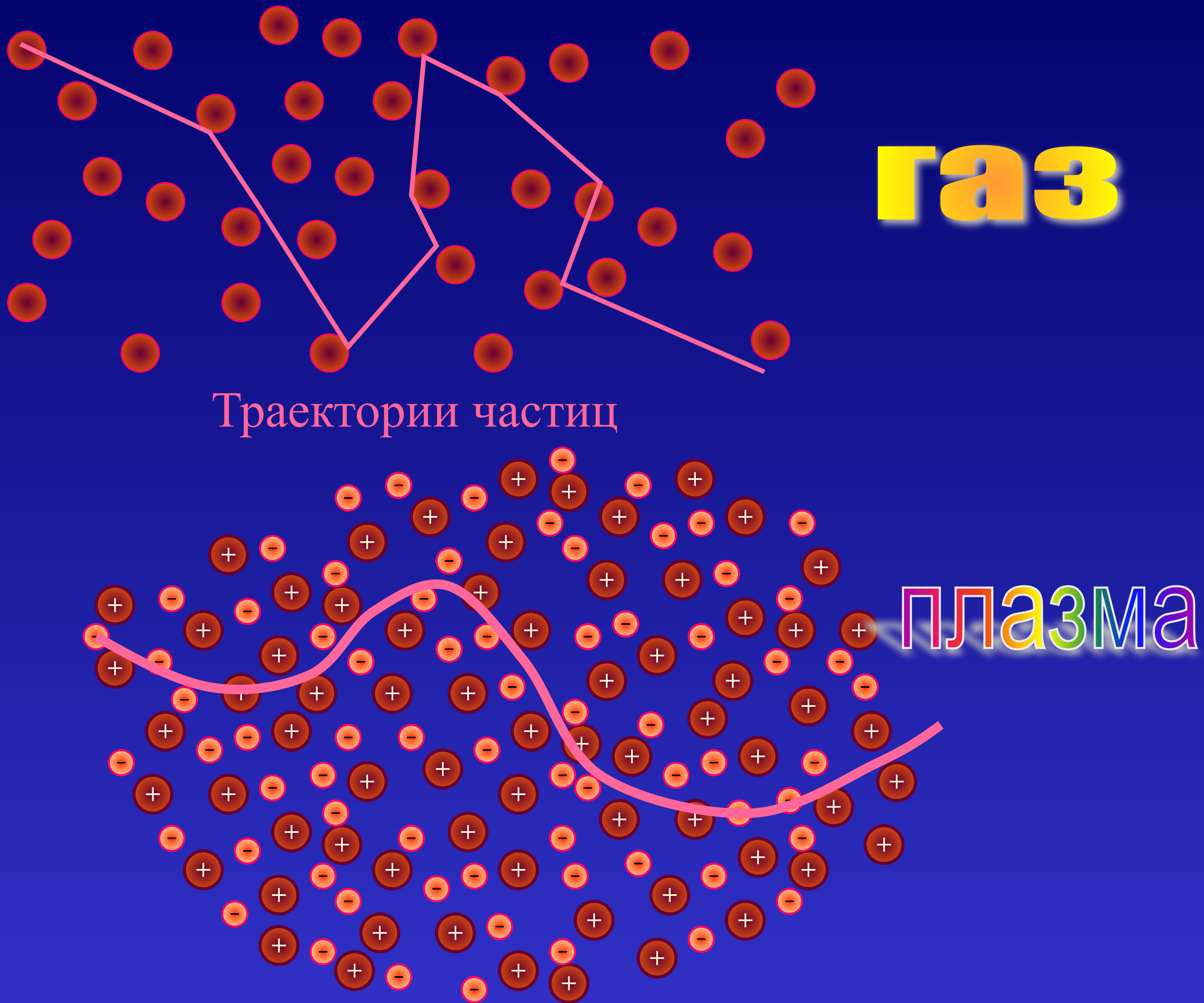
Как получить плазму? → Нагреть газ

Водород. Потенциал ионизации = 13.6эВ

1эВ=11600К T =160 000К ?

Неужели в люминесцентной лампе такая температура?

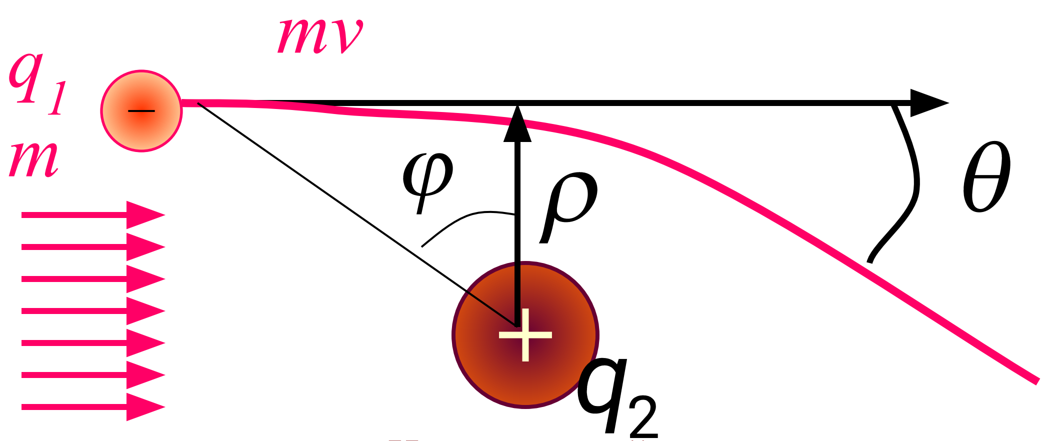
# Столкновения и траектории частиц в плазме.



# Сечение элемнтарного процесса

$$\sigma = \frac{\text{Число событий рассматриваемого типа в единицувремени, отнесенное к одному атому (молекуле)}}{\text{Число взаимодействующих частиц проходящих через единичную поверхность перпендикулярную направлению их движения (поток частиц)}}$$

# Столкновения частиц в плазме. Кулоновский логарифм.




Поток частиц с плотностью $n$

$$j = nV$$

Неподвижный рассеивающий центр

Определим среднюю силу, действующую на неподвижный заряд

$$F = ma = \frac{d}{dt} p_{\square} \qquad F = \frac{d}{dt}(mnV)p_{\square} = m\frac{dn}{dt}\Delta V_{\square}$$

$$\frac{dn}{dt} = jS = nVS$$

$$\Delta V = V(1-\cos\theta) \rightarrow F = mV(1-\cos\theta)jS$$

$$F_z = \int_0^\infty \underbrace{mv\,(1-\cos\theta)}\ \underbrace{j\,2\pi\rho\,d\rho},$$

$$\boxed{F_z = mvj\sigma_{tr}}$$

**Литература**

Ландау, Лифшиц. Механика, §19

$$F_z = \int_0^\infty \underbrace{mv\,(1-\cos\theta)}\ \underbrace{j\,2\pi\rho\,d\rho}, \qquad \boxed{F_z = mvj\sigma_{tr}}$$

$$\sigma_{tr} \stackrel{\text{def}}{=} \int_0^\infty \big(1-\cos\theta(\rho)\big)\,2\pi\rho\,d\rho$$ транспортное сечение.

Формула Резерфорда $\Rightarrow$ $\operatorname{tg}\dfrac{\theta}{2} = \dfrac{q_1 q_2}{mv^2\rho}$

$$1-\cos\theta = \frac{1}{2}\theta^2 \qquad \sigma_{tr} \approx \int \frac{\theta^2}{2}\,2\pi\rho\,d\rho = \frac{4\pi q_1^2 q_2^2}{m^2 v^4}\int \frac{d\rho}{\rho} =$$

$$= (\text{расходимость}) = \frac{4\pi q_1^2 q_2^2}{m^2 v^4}\ln\frac{\rho_{max}}{\rho_{min}}.$$

Если заряд находится в плазме, то

$$\rho_{\min} = \frac{q_1^2 q_2^2}{mv^2}$$

$$\rho_{\max} = r_d$$

**Кулоновский логарифм:**

$$\Lambda \stackrel{\text{def}}{=} \ln \frac{\rho_{max}}{\rho_{min}} \sim \ln N_D$$

**транспортное сечение**.

$$\boxed{\sigma_{tr} = \frac{4\pi\Lambda q_1^2 q_2^2}{m^2 v^4}}$$

Это сечение падает обратно пропорционально квадрату энергии налетающих частиц $E = mv^2/2$. Принимая $Z_1 = Z_2 = 1$ и $\Lambda = 15$, получим практическую формулу

$$\sigma_{\text{тр}} \simeq \frac{10^{-12}}{E^2[\text{эВ}]}\,\text{см}^2.$$

Замечания о логарифмической точности:

- Ошибка в 2 раза при определении $\rho_{min}$ или $\rho_{max}$:

$$\Lambda \to \Lambda - \ln 2, \qquad \text{относительная ошибка} \sim \frac{1}{\Lambda}.$$

- Вклад рассеяния на большие углы ($\theta \sim 1$):

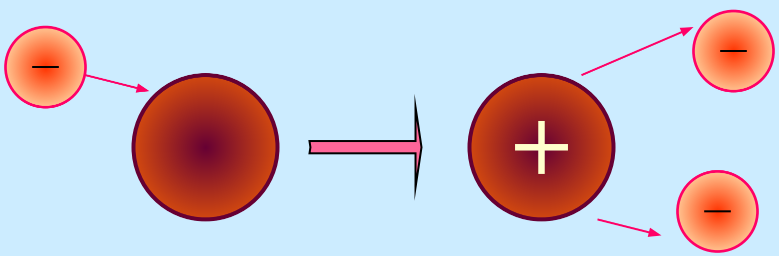
$$\Delta\sigma_{tr} \sim \pi\rho_{min}^2 \sim \frac{4\pi q_1^2 q_2^2}{m^2 v^4} \sim \frac{\sigma_{tr}}{\Lambda} \ll \sigma_{tr}.$$

# Элементарные процессы в плазме

Элементарные процессы в плазме

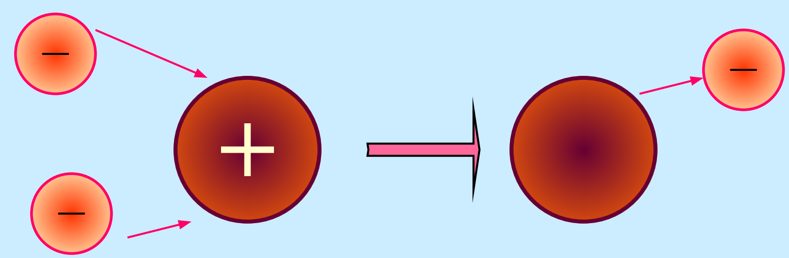
= Процессы, происходящие при столкновениях атомов, ионов, электронов и фотонов (важны для плазмы, не находящейся в термодинамическом равновесии).

## ионизация электронным ударом




$$H + e \longrightarrow H^+ + e + e$$

## рекомбинация тройная

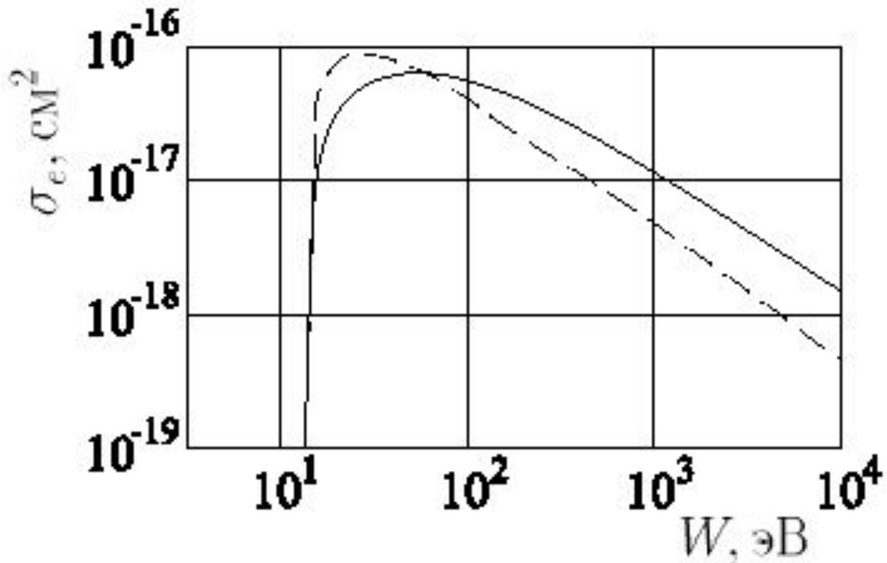



$$H^+ + e + e \longrightarrow H + e$$

Изменение числа электронов:

$$\left(\frac{dn_e}{dt}\right)_{\text{эл}} = n_e n_a \langle \sigma_e v \rangle - \beta n_e^2 n_i.$$

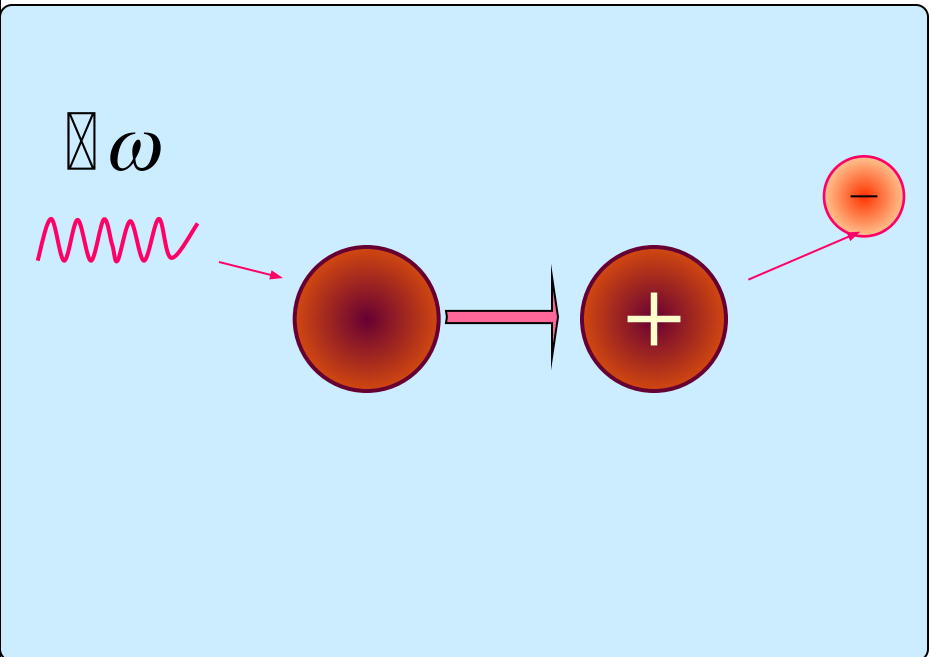
Зависимость сечения ионизации водорода от энергии налетающего электрона. Эксперимент (сплошная линия) и аппроксимация формулой Томсона (19) (прерывистая).

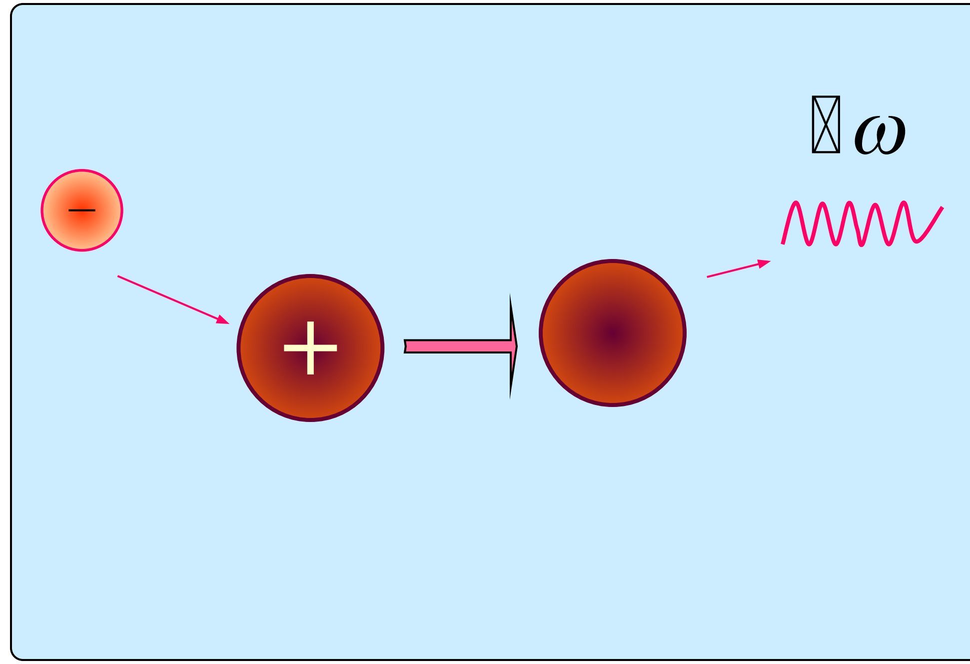



Формула Томсона

$$\sigma_e = \pi a_Б^2 \frac{4I(W-I)}{W^2}.$$

$I$ — потенциал ионизации, $W$ — энергия электрона, $a_Б$ — радиус Бора.



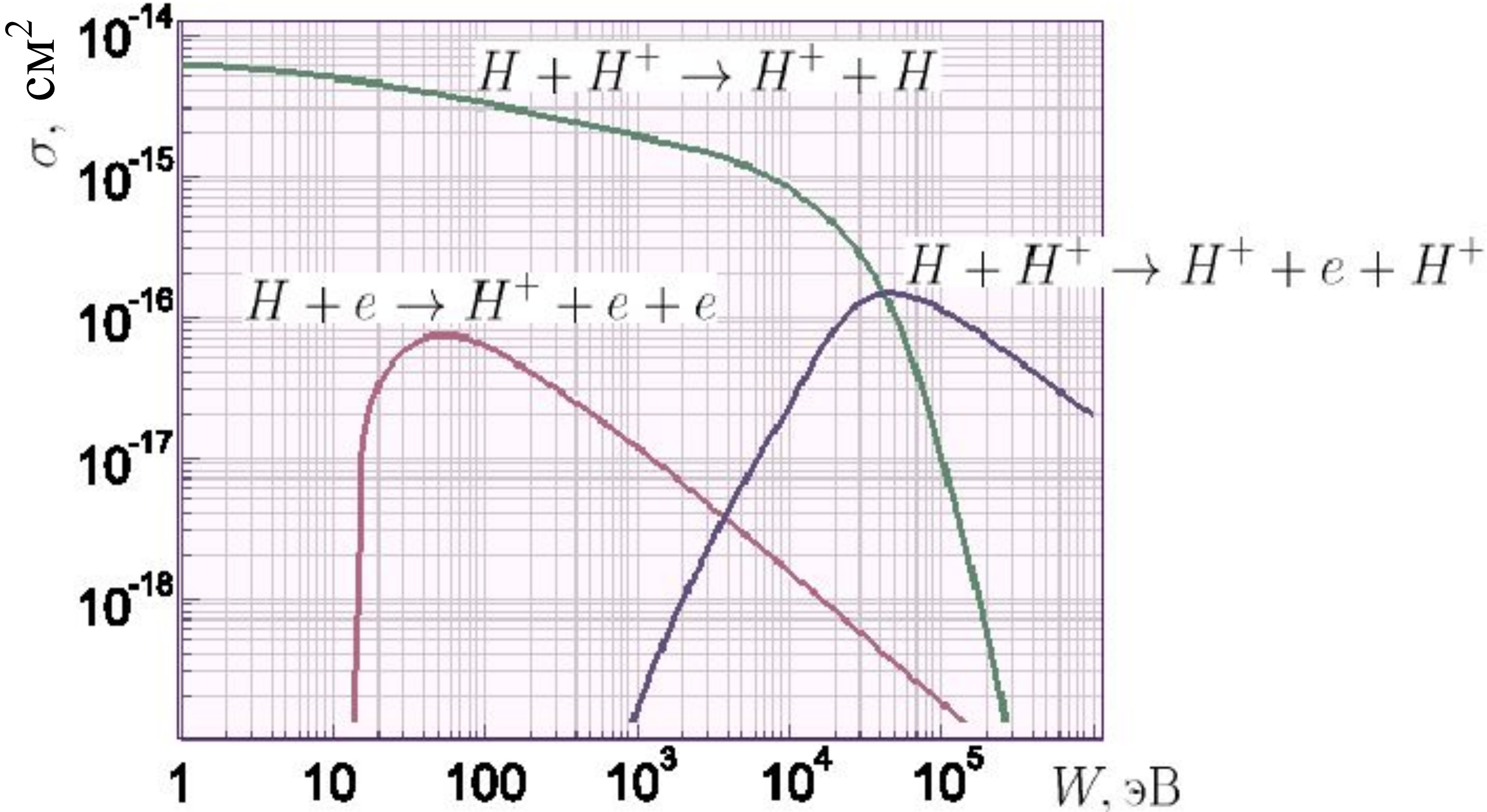


Изменение числа электронов:

$$\left(\frac{dn_e}{dt}\right)_{\text{фото}} = \mu n_a - \gamma n_i n_e.$$

# Элементарные процессы в плазме

Перезарядка: $H + H^+ \rightleftarrows H^+ + H,$




Ионизация ионами и тройная рекомбинация: $H + H^+ \rightleftarrows H^+ + e + H^+.$

Многоступенчатая ионизация: $H + e \rightleftarrows H^* + e, \qquad H^* + e \rightleftarrows H^+ + e + e.$

Туннельная ионизация: $H + N\,\hbar\omega \rightleftarrows H^+ + e, \qquad \hbar\omega \ll I$

# Модели плазмы

Корональная модель

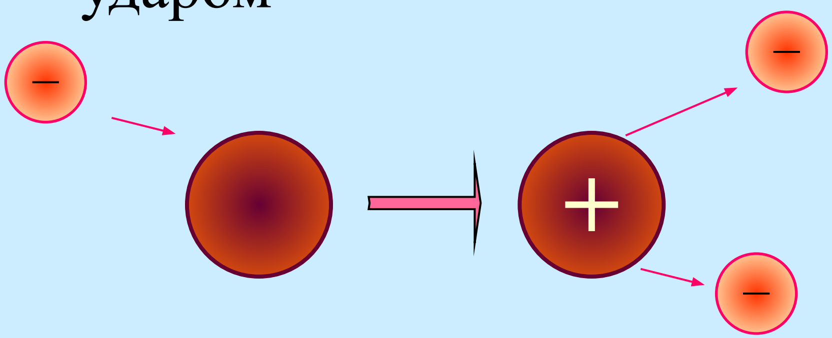
Модель термодинамического равновесия

Модель- ЛТР

(ЛТР-локальное термодинамическое равновесие)

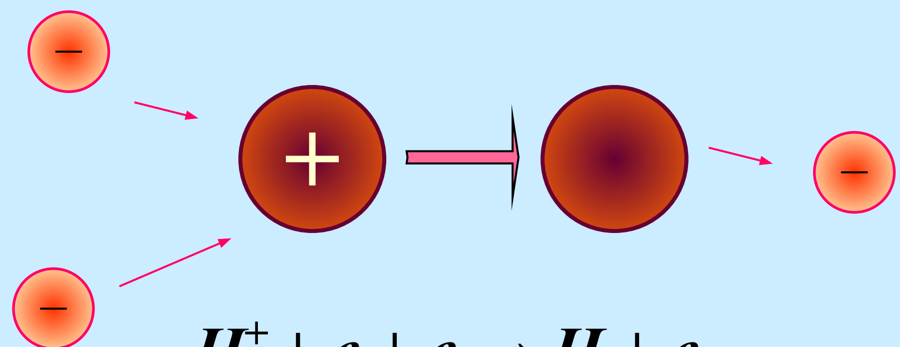
# Термодинамическое равновесие

Ионизация электронным ударом




$$H + e \to H^+ + e + e$$

Рекомбинация в тройных столкновениях




$$H^+ + e + e \to H + e$$

$$\left(\frac{dn_e}{dt}\right)_{\text{эл}} = n_e n_a \langle \sigma_e v \rangle - \beta n_e^2 n_i. = 0$$

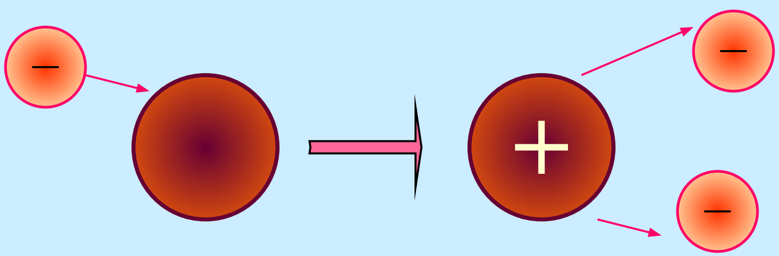
$$\frac{\langle \sigma_e v \rangle}{\beta} = const$$

# Корональное равновесие

ионизация
электронным ударом ⟷ фоторекомбинация

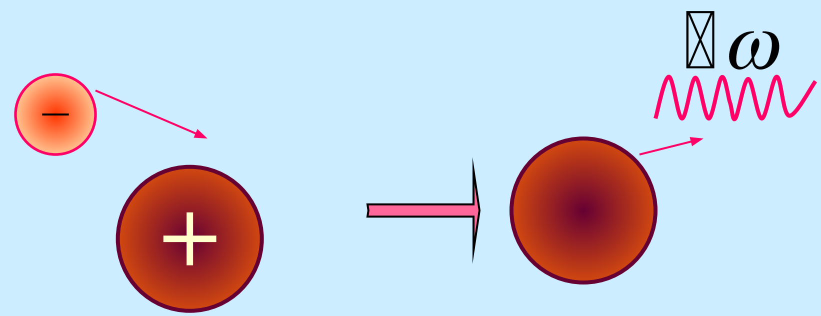
# Коронально равновесие

ионизация
электронным ударом



$$H + e \rightarrow H^{+} + e + e$$

фоторекомбинация



ионизация
электронным ударом $\longleftrightarrow$ фоторекомбинация

# Корональное равновесие

В редкой плазме малых размеров трехчастичная рекомбинация мала, излучение легко уходит из системы:

$$\frac{dn_e}{dt} = n_e n_a \langle \sigma_e v \rangle - \gamma n_i n_e.$$

и может реализоваться корональное равновесие:

$$\alpha = \frac{n_i}{n_a} = \frac{\langle \sigma_e v \rangle}{\gamma}$$

(формула Эльверта) — степень ионизации не зависит от плотности.

Литература

## Степень ионизации. Формула Саха.

$$\frac{\langle \sigma_e v \rangle}{\beta} = const$$

Найдем плотность электронов ($n_e$), ионов ($n_i$) и нейтральных атомов ($n_a$) для водородной плазмы **в термодинамическом равновесии.**

Электрон находится в состоянии с энергией $\varepsilon_k$ с вероятностью

$$w_k = A' \exp\left(-\frac{\varepsilon_k}{T}\right), \quad \text{причем} \quad \sum_k w_k = 1, \quad \frac{\sum_{\varepsilon_k>0} w_k}{\sum_{\varepsilon_k<0} w_k} = \frac{n_i}{n_a}.$$

$$I = e^2/2a_o \qquad a_o = \frac{\hbar^2}{e^2 m_e};$$

$I = 13.6$ эВ — *потенциал ионизации,*

В атоме водорода $\quad \varepsilon_k = -\dfrac{me^4}{2\hbar^2 k^2} = -\dfrac{I}{k^2}.$ $\qquad k \geq 1$ — *номер уровня*

Поэтому $\quad \sum_{\varepsilon_k<0} w_k = A\left(e^{I/T} + \ldots\right).$ $\quad A = g_a$ Статистический вес атома

$\nearrow$ пренебрегаем уровнями с $k \geq 2$

Для свободных электронов

$$\sum_{\varepsilon_k>0} w_k = 2A \sum_{\varepsilon_k>0} \exp\left(-\frac{\varepsilon_k}{T}\right) = 2A \int \frac{d\vec{p}\, d\vec{r}}{(2\pi\hbar)^3} \exp\left(-\frac{p^2}{2mT}\right) =$$

A=2: Статистический вес свободного электрона

из-за спина

объем на один электрон, $V = 1/n_e$

$$= \frac{2AV}{(2\pi\hbar)^3} \underbrace{\int_0^\infty 4\pi p^2 \exp\left(-\frac{p^2}{2mT}\right) dp}_{(2\pi mT)^{3/2}} = \frac{2A}{n_e}\left(\frac{mT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2}. \quad A = g_i$$

**Формула Саха:**

$$\frac{n_e n_i}{n_a} = e^{-I/T}\left(\frac{mT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2}$$

**Литература**

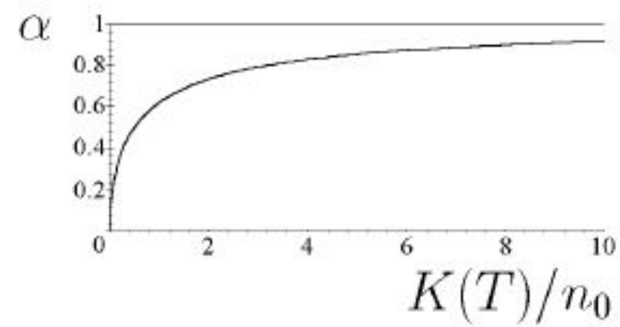
# Степень ионизации. Формула Саха

$$\boxed{\frac{n_e n_i}{n_a} = e^{-I/T} \underbrace{\left(\frac{mT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2}}_{\sim \lambda_{d-B}^{-3}} \stackrel{\text{def}}{=} K(T)}$$

$K(T)$ — **константа равновесия**

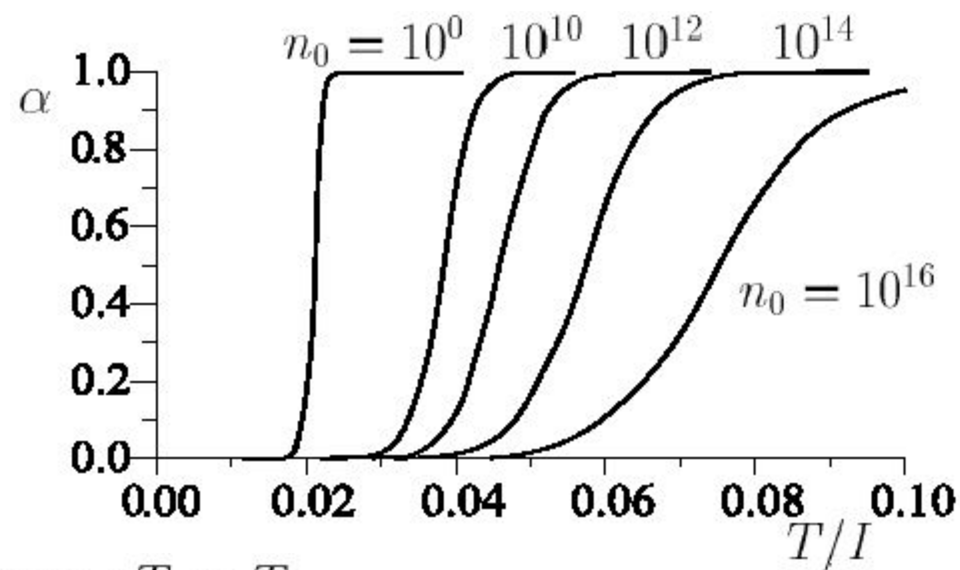
**Степень ионизации** $\alpha \stackrel{\text{def}}{=} \dfrac{n_i}{n_0}, \quad n_0 = n_i + n_a$

$$\frac{K(T)}{n_0} = \frac{\alpha^2}{1-\alpha}$$




В классической идеальной плазме:

$\alpha = 0.5$ при $T = T_* \ll I$,




переход к сильно ионизованной плазме на $\Delta T \ll T_*$.

**Замечания:**

- При $\alpha = 0.5$ имеем $e^{-I/T_*} \sim n_0 \lambda_{d-B}^3$, откуда

$$\frac{T_*}{I} \sim -\frac{1}{\ln(n_0 \lambda_{d-B}^3)} \sim \frac{1}{\ln(\text{параметр классичности})}.$$

- При $T \sim T_*$:

$$\frac{w_2}{w_1} = \exp\left(\frac{|\varepsilon_2| - I}{T}\right) \sim e^{-3I/4T_*} \sim \left(n_0 \lambda_{d-B}^3\right)^{3/4} \ll 1,$$

число электронов на возбужденных уровнях мало по параметру классичности $\Rightarrow$ пренебрежение ими оправдано. (Электрон с большей вероятностью переходит на один из многих уровней непрерывного спектра, нежели на возбужденный уровень).

- Для сложных атомов равновесная степень ионизации находится аналогично (но с учетом многих, в том числе и вырожденных, уровней).

# Формула Больцмана и статистический вес

Формула Больцмана $$\frac{n_2}{n_1} = \frac{g_2}{g_1}\exp(\frac{E_1 - E_2}{kT})$$

$$g_k = 2k^2$$

Статистический вес для уровня k в случае атома водорода

Статистическим весом называют число различных состояний атома имеющих одну и ту же энергию. Вес уровня определяется его полным моментом

$$g_k = 2J_k + 1$$

В более сложных атомах различают *уровни* и *термы.*

*Терм* –воображаемое понятие и представляет собой среднее положение нескольких близко расположенных уровней. Вес терма определяется суммарным спином электронов S и суммарным орбитальным моментом L

$$g_{LS} = (2S+)(2L+1)$$

# Формула Саха и проблема статистической суммы

$$\frac{n_e n_i}{n_a} = \frac{2U_i}{U_a} \frac{(2\pi mkT)^{3/2}}{h^3} e^{-I/kT}$$

$$U_a = g_o + \sum_x g_x \exp(-E_x / kT)$$

$$\exp(-E_x / kT) \approx \exp(-I / kT)$$

$$S \approx \exp(-I / kT) \times 2 \sum_x^{\infty} x^2 \Rightarrow \infty$$

# Не только интернет- библиотека !


1. Франк-Каменецкий Д.А. Лекции по физике плазмы
   М. Атомиздат. 1964 г.
2. Смирнов Б.М. Введение в физику плазмы
   М. Наука, 1975 г.
3. Райзер Ю.П. Физика газового разряда
   Издательский дом "Интеллект", 2009.
4. Мак А.А, Соловьев Н.А. Введение в физику высокотемпературной плазмы.
   Ленинград. 1991 г.
5. Лохте-Хальгревен. Методы исследования плазмы.
   Мир. 1971 г.
6. Браун С.  Элементарные процессы в плазме газового    разряда.  Госатомиздат 1961 г.
7. Радциг А.А., смирнов Б.М  Справочник по атоиной и молекулярной физике.
   Атомиздат. 1978 г.